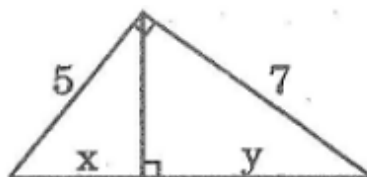


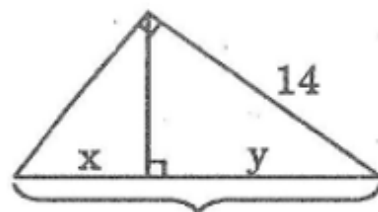
BÀI 1: MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG

Bài 1 trang 102 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Hãy tính x và y trong các hình sau:



Hình a



Hình b

Lời giải:

a. Hình a:

Theo định lí Pi-ta-go, ta có:

$$x + y = \sqrt{5^2 + 7^2} = \sqrt{74}$$

Theo hệ thức liên hệ giữa cạnh góc vuông và hình chiếu của nó, ta có:

$$5^2 = x.(x + y) \Rightarrow x = \frac{5^2}{x + y} = \frac{25}{\sqrt{74}}$$

hay $x = \frac{25}{\sqrt{74}}$ vào $x + y = \sqrt{74}$, ta có:

$$\frac{25}{\sqrt{74}} + y = \sqrt{74} \Rightarrow y = \sqrt{74} - \frac{25}{\sqrt{74}} = \frac{74 - 25}{\sqrt{74}} = \frac{49}{\sqrt{74}}$$

b. Hình b:

Theo hệ thức liên hệ giữa cạnh góc vuông và hình chiếu, ta có:

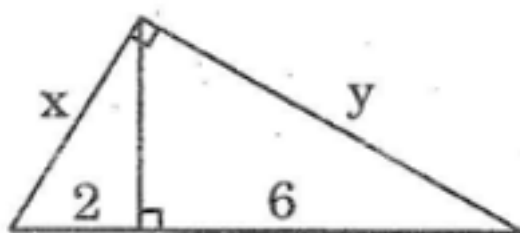
$$142 = y \cdot 16$$

$$\Rightarrow y = \frac{14^2}{16} = \frac{196}{16} = 12,25$$

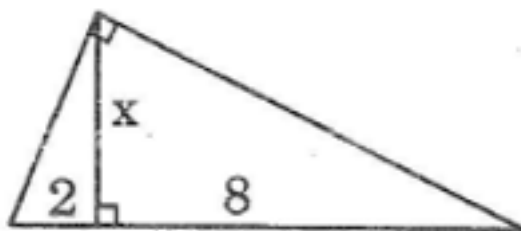
$$x + y = 15 \Rightarrow x = 15 - y = 15 - 12,25 = 2,75.$$

Bài 2 trang 102 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Hãy tính x và y trong các hình sau:



Hình a



Lời giải:

a. Hình a:

Theo hệ thức liên hệ giữa cạnh góc vuông và hình chiếu, ta có:

$$x^2 = 2 \cdot (2 + 6) = 2 \cdot 8 = 16 \Rightarrow x = 4$$

$$y^2 = 6 \cdot (2 + 6) = 6 \cdot 8 = 48 \Rightarrow y = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

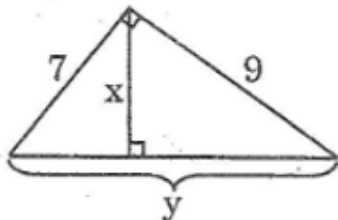
b. Hình b:

Theo hệ thức liên hệ giữa đường cao và hình chiếu hai cạnh góc vuông, ta có:

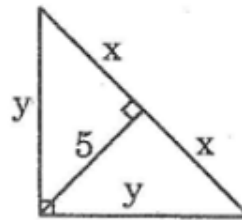
$$x^2 = 2.8 = 16 \Rightarrow x = 4.$$

Bài 3 trang 103 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Hãy tính x và y trong các hình sau:



Hình a



Hình b

Lời giải:

a. Hình a:

Theo định lí Pi-ta-go, ta có:

$$y^2 = 7^2 + 9^2 \Rightarrow y = \sqrt{7^2 + 9^2} = \sqrt{130}$$

Theo hệ thức liên hệ giữa đường cao và cạnh trong tam giác vuông, ta có:

$$x.y = 7.9 \Rightarrow x = \frac{7.9}{y} = \frac{63}{\sqrt{130}}$$

b. Hình b:

Theo hệ thức liên hệ giữa đường cao và hình chiếu, ta có:

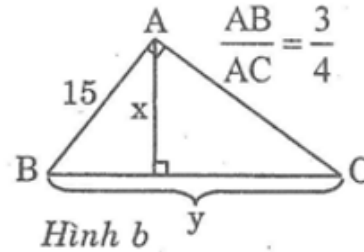
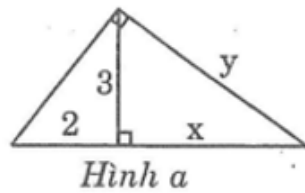
$$5^2 = x.x = x^2 \Rightarrow x = 5$$

Theo hệ thức liên hệ giữa cạnh góc vuông và hình chiếu, ta có:

$$y^2 = x.(x + x) = 5.(5 + 5) = 50 \Rightarrow y = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}.$$

Bài 4 trang 103 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Hãy tính x và y trong các hình sau:



Lời giải:

a. Hình a:

Theo hệ thức liên hệ giữa đường cao và hình chiếu, ta có:

$$3^2 = 2 \cdot x \Rightarrow x = \frac{3^2}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$$

Theo hệ thức liên hệ giữa cạnh góc vuông và hình chiếu, ta có:

$$y^2 = x \cdot (x + 2) = 4,5 \cdot (4,5 + 2) = 29,25 \Rightarrow y = \sqrt{29,25}$$

b. Hình b:

Ta có: $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{AB}{3} = \frac{AC}{4} \Rightarrow AC = 4 \cdot \frac{AB}{3} = 4 \cdot \frac{15}{3} = 4 \cdot 5 = 20$

Theo định lí Pi-ta-go, ta có:

$$y^2 = BC^2 = AB^2 + AC^2 = 15^2 + 20^2 = 625$$

Suy ra: $y = \sqrt{625} = 25$

Theo hệ thức liên hệ giữa đường cao và cạnh trong tam giác vuông, ta có:

$$x \cdot y = 15 \cdot 20 \Rightarrow x = \frac{15 \cdot 20}{y} = \frac{15 \cdot 20}{25} = 12.$$

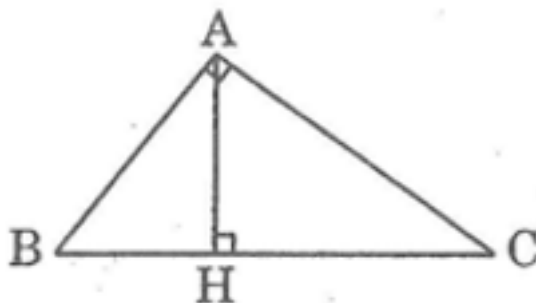
Bài 5 trang 103 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Giải bài toán trong mỗi trường hợp sau:

a. Cho AH = 16, BH = 25. Tính AB, AC, BC, CH

b. Cho $AB = 12$, $BH = 6$. Tính AH , AC , BC , CH

Lời giải:



a. Theo hệ thức liên hệ giữa đường cao và hình chiếu, ta có: $AH^2 = BH \cdot CH$

$$\Rightarrow CH = \frac{AH^2}{BH} = \frac{16^2}{25} = 10,24$$

$$BC = BH + CH = 25 + 10,24 = 35,24$$

Theo hệ thức liên hệ giữa cạnh góc vuông và hình chiếu, ta có:

$$AB^2 = BC \cdot BH \Rightarrow AB = \sqrt{BH \cdot BC} = \sqrt{25 \cdot 35,24} = \sqrt{881}$$

$$\approx 29,68$$

$$AC^2 = HC \cdot BC$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{CH \cdot BC} = \sqrt{10,24 \cdot 35,24} \approx \sqrt{360,9} \approx 18,99$$

b. Theo hệ thức liên hệ giữa cạnh góc vuông và hình chiếu, ta có:

$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{AB^2}{BH} = \frac{12^2}{6} = 24$$

$$CH = BC - BH = 24 - 6 = 18$$

Theo hệ thức liên hệ giữa các cạnh góc vuông và hình chiếu, ta có:

$$AC^2 = HC \cdot BC \Rightarrow AC = \sqrt{CH \cdot BC} = \sqrt{18 \cdot 24} = \sqrt{432} \approx 20,78$$

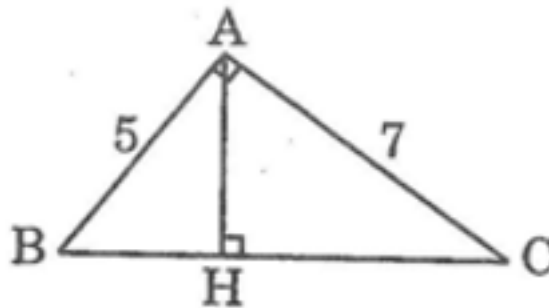
Theo hệ thức liên hệ giữa đường cao và hình chiếu cạnh góc vuông, ta có:

$$AH^2 = HB \cdot HC \Rightarrow AH = \sqrt{HB \cdot HC} = \sqrt{6 \cdot 18} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

Bài 6 trang 103 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho tam giác vuông với các cạnh góc vuông có độ dài là 5 và 7, kẻ đường cao ứng với cạnh huyền. Hãy tính đường cao này và các đoạn thẳng mà nó chia ra trên cạnh huyền.

Lời giải:



Giả sử tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 7$

Theo định lí Pi-ta-go, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5^2 + 7^2} = \sqrt{74}$$

Theo hệ thức liên hệ giữa đường cao và cạnh trong tam giác vuông, ta có:

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{5 \cdot 7}{\sqrt{74}} = \frac{35}{\sqrt{74}}$$

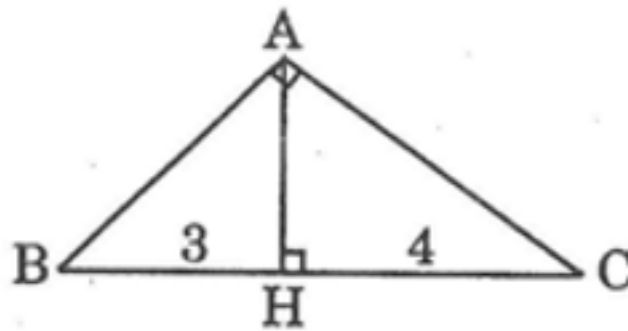
Theo hệ thức liên hệ giữa cạnh góc vuông và hình chiếu của nó, ta có:

$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{5^2}{\sqrt{74}} = \frac{25}{\sqrt{74}}$$

$$CH = BC - BH = \sqrt{74} - \frac{25}{\sqrt{74}} = \frac{74 - 25}{\sqrt{74}} = \frac{49}{\sqrt{74}}$$

Bài 7 trang 103 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Đường cao của một tam giác vuông chia cạnh huyền thành hai đường thẳng có độ dài là 3 và 4. Hãy tính các cạnh góc vuông của tam giác này.



Lời giải:

Giả sử tam giác ABC có góc $BAC = 90^\circ$, $AH \perp BC$, $BH = 3$, $CH = 4$

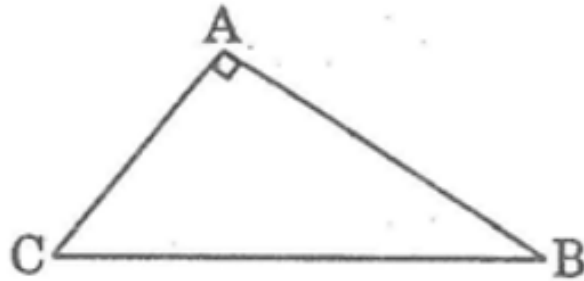
Theo hệ thức liên hệ giữa cạnh góc vuông và hình chiếu, ta có:

$$AB^2 = BH \cdot BC = 3 \cdot (3 + 4) = 3 \cdot 7 = 21 \Rightarrow AB = \sqrt{21}$$

$$AC^2 = CH \cdot BC = 4 \cdot (3 + 4) = 4 \cdot 7 = 28 \Rightarrow AC = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}.$$

Bài 8 trang 103 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cạnh huyền của một tam giác vuông lớn hơn một cạnh góc vuông là 1 cm và tổng của hai cạnh góc vuông lớn hơn cạnh huyền là 4cm. Hãy tính các cạnh của tam giác vuông này.



Lời giải:

Giả sử tam giác ABC có góc $(BAC) = 90^\circ$

Theo đề bài, ta có: $BC - AB = 1$ (cm) (1)

$AB + AC - BC = 4$ (cm) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $BC - AB + AB + AC - BC = 4 + 1 = 5$ (cm)

Theo định lí Pi-ta-go, ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (3)

Từ (1) suy ra: $BC = AB + 1$ (4)

Thay (4) vào (3) ta có:

$$(AB + 1)^2 = AB^2 + AC^2$$

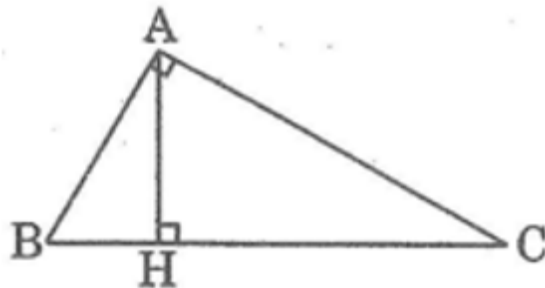
$$\Leftrightarrow AB^2 + 2AB + 1 = AB^2 + 5^2$$

$$\Leftrightarrow 2AB = 24 \Leftrightarrow AB = 12$$
 (cm)

Thay $AB = 12$ (cm) vào (1) ta có: $BC = 12 + 1 = 13$ (cm).

Bài 9 trang 104 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Một tam giác vuông có cạnh huyền là 5 và đường cao tương ứng với cạnh huyền là 2. Hãy tính cạnh nhỏ nhất của tam giác vuông này.



Lời giải:

Giả sử tam giác ABC có góc $(BAC) = 90^\circ$, $AH \perp BC$, $BC = 5$, $AH = 2$ và $BH < CH$

Ta có: $BH + CH = 5$ (1)

Theo hệ thức liên hệ giữa đường cao và cạnh huyền trong tam giác, ta có:

$BH \cdot CH = AH^2 = 2^2 = 4$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $BH = 1$ và $CH = 4$

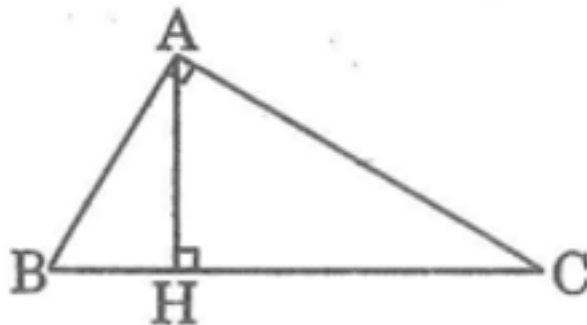
Theo hệ thức liên hệ giữa cạnh góc vuông và hình chiếu, ta có:

$AB^2 = BH \cdot BC = 1 \cdot 5 = 5$

Suy ra: $AB = \sqrt{5}$.

Bài 10 trang 104 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho một tam giác vuông. Biết tỉ số hai cạnh góc vuông là 3 : 4 và cạnh huyền là 125 cm. Tính độ dài các cạnh góc vuông và hình chiếu của các cạnh góc vuông trên cạnh huyền.



Lời giải:

Giả sử tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 90^\circ$,

$$AH \perp BC, BC = 125\text{cm}, \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Từ } \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \text{ suy ra: } \frac{AB}{3} = \frac{AC}{4} \Rightarrow \frac{AB^2}{9} = \frac{AC^2}{16}$$

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{AB^2}{9} = \frac{AC^2}{16} = \frac{AB^2 + AC^2}{9 + 16} = \frac{AB^2 + AC^2}{25} \quad (1)$$

Theo định lí Pi-ta-go, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AB^2 + AC^2 = 125^2 = 15625 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } \frac{AB^2}{9} = \frac{AC^2}{16} = \frac{15625}{25} = 625 \quad (3)$$

$$\text{Từ (3) suy ra: } AB^2 = 9.625 = 5625 \Rightarrow AB = \sqrt{5625} = 75 \text{ (cm)}$$

$$AC^2 = 16.625 = 10000 \Rightarrow AC = \sqrt{10000} = 100 \text{ (cm)}$$

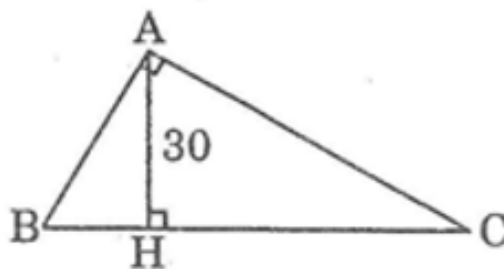
Theo hệ thức liên hệ giữa cạnh góc vuông và hình chiếu, ta có:

$$AB^2 = BH.BC \Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{75^2}{125} = 45 \text{ (cm)}$$

$$CH = BC - BH = 125 - 45 = 80 \text{ (cm)}$$

Bài 11 trang 104 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho tam giác ABC vuông tại A. Biết rằng $AB/AC = 5/6$, đường cao AH = 30cm. Tính HB, HC.



Lời giải:

Xét hai tam giác vuông AHB và CHA, ta có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{CHA} = 90^\circ$$

$$\widehat{ABH} = \widehat{CAH} \text{ (hai góc cùng phụ } \widehat{ACB}\text{)}$$

Vậy ΔAHB đồng dạng ΔCHA (g.g)

$$\text{Suy ra: } \frac{AH}{HC} = \frac{AB}{CA} \quad (1)$$

$$\text{Theo đề bài: } \frac{AB}{AC} = \frac{5}{6} \text{ và } AH = 30 \text{ (cm)} \quad (2)$$

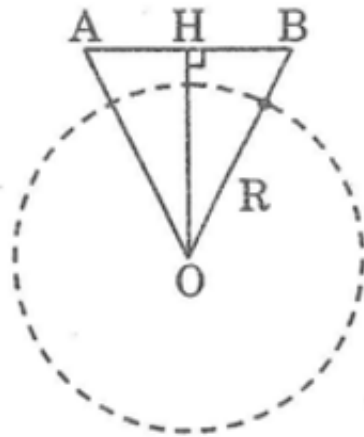
$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } \frac{30}{HC} = \frac{5}{6} \Rightarrow HC = \frac{30 \cdot 6}{5} = 36 \text{ (cm)}$$

Theo hệ thức liên hệ giữa đường cao và hình chiếu, ta có:

$$AH^2 = HB \cdot HC \Rightarrow HB = \frac{AH^2}{HC} = \frac{30^2}{36} = 25 \text{ (cm)}$$

Bài 12 trang 104 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Hai vệ tinh đang bay ở vị trí A và B cùng cách mặt đất 230 km có nhìn thấy nhau hay không nếu khoảng cách giữa chúng theo đường thẳng là 2200 km? Biết rằng bán kính R của Trái Đất gần bằng 6370 km và hai vệ tinh nhìn thấy nhau nếu $OH > R$.



Lời giải:

Vì hai vệ tinh cùng cách mặt đất 230 km nên tam giác AOB cân tại O.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } OA &= R + 230 \\ &= 6370 + 230 = 6600 \text{ (km)} \end{aligned}$$

Trong tam giác AOB ta có: $OH \perp AB$

Suy ra: $HA = HB = AB/2 = 2200/2 = 1100$ (km)

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác vuông AHO, ta có:

$$OA^2 = AH^2 + OH^2$$

Suy ra: $OH^2 = OA^2 - AH^2$

Suy ra:

$$OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{6600^2 - 1100^2} = \sqrt{42350000} \approx 6508 \text{ (km)}.$$

Vì $OH > R$ nên hai vệ tinh nhìn thấy nhau.

Bài 13 trang 104 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho hai đoạn thẳng có độ dài là a và b. Dựng các đoạn thẳng có độ dài tương ứng bằng:

a. $\sqrt{a^2 + b^2}$ b. $\sqrt{a^2 - b^2}$ ($a > b$)

Lời giải:

a. *Cách dựng (hình a):

- Dựng góc vuông xOy.

- Trên tia Ox, dựng đoạn OA = a

- Trên tia Oy, dựng đoạn OB = b.

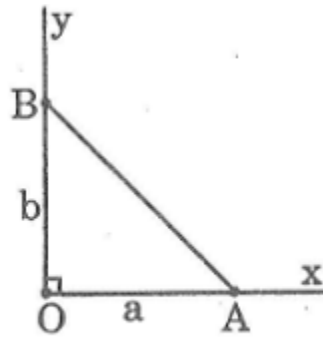
- Nối AB, ta có đoạn $AB = \sqrt{a^2 + b^2}$ cần dựng

*Chứng minh:

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác vuông AOB, ta có:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = a^2 + b^2$$

Suy ra: $AB = \sqrt{a^2 + b^2}$



Hình a

b. *Cách dựng (hình b):

- Dựng góc vuông xOy
- Trên tia Ox, dựng đoạn OA = b.
- Dựng cung tròn tâm A, bán kính bằng a cắt Oy tại B.

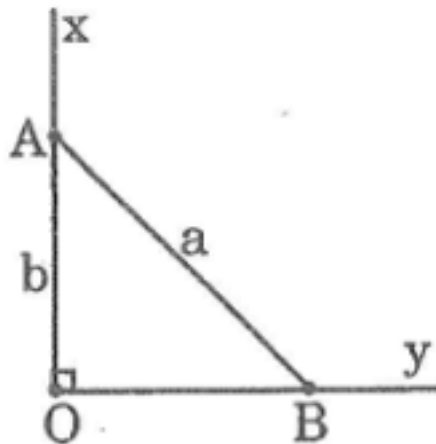
Ta có đoạn $OB = \sqrt{a^2 - b^2}$ ($a > b$) cần dựng.

*Chứng minh:

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác vuông AOB, ta có:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 \Rightarrow OB^2 = AB^2 - OA^2 = a^2 - b^2$$

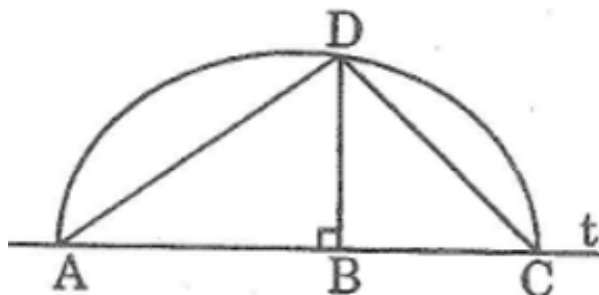
Suy ra: $OB = \sqrt{a^2 - b^2}$



Hình b

Bài 14 trang 104 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho hai đoạn thẳng có độ dài là a và b . Dựng đoạn thẳng \sqrt{ab} như thế nào?



Lời giải:

*Cách dựng:

- Dựng đường thẳng t .
- Trên đường thẳng t dựng liên tiếp hai đoạn thẳng $AB = a$, $BC = b$.
- Dựng nửa đường tròn tâm O đường kính AC .
- Từ B dựng đường thẳng vuông góc với AC cắt nửa đường tròn tâm O tại D

Ta có đoạn $BD = \sqrt{ab}$ cần dựng.

*Chứng minh:

Nối DA và DC. Ta có $\triangle ACD$ vuông tại D và $DB \perp AC$.

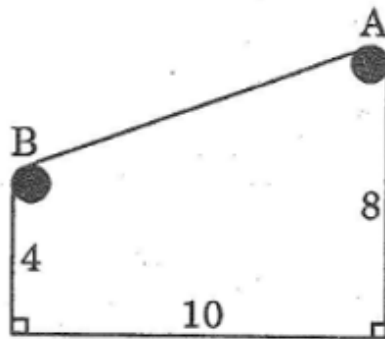
Theo hệ thức liên hệ giữa đường cao và hình chiếu, ta có:

$$BD^2 = AB \cdot BC = a \cdot b$$

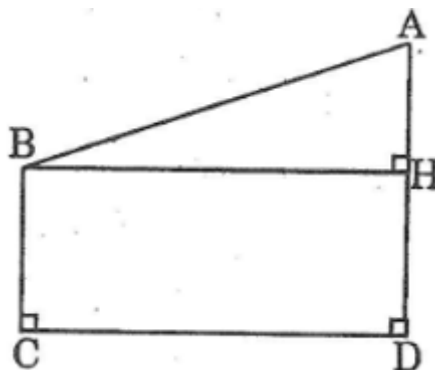
Suy ra: $BD = \sqrt{ab}$.

Bài 15 trang 104 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Giữa hai tòa nhà (kho và phân xưởng) của một nhà máy, người ta xây dựng một băng chuyền AB để chuyển vật liệu. Khoảng cách giữa hai tòa nhà là 10m, còn hai vòng quay của băng chuyền được đặt ở độ cao 8m và 4m so với mặt đất. Tìm độ dài AB của băng chuyền.



Lời giải:



Kẻ $BH \perp AD$ ta được tứ giác BCDH là hình chữ nhật.

Ta có: $BC = DH$ và $BH = CD$ (tính chất hình chữ nhật)

Suy ra: $DH = 4(\text{cm})$

$AH = 8 - 4 = 4 (\text{cm})$

$$BH = 10 \text{ (cm)}$$

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác vuông ABH, ta có:

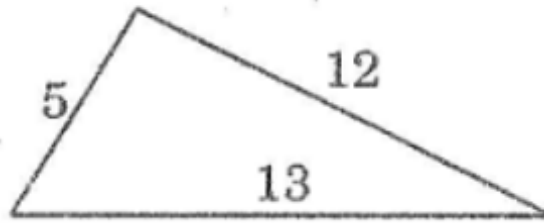
$$AB^2 = BH^2 + AH^2$$

$$\text{Suy ra: } AB = \sqrt{BH^2 + AH^2} = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{116} \approx 10,8 \text{ (m)}$$

Vậy băng chuyên dài khoảng 10,8 m.

Bài 16 trang 104 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho tam giác có độ dài các cạnh là 5, 12, 13. Tìm góc đối diện với cạnh có độ dài 13 của tam giác.



Lời giải:

$$\text{Ta có: } 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$$

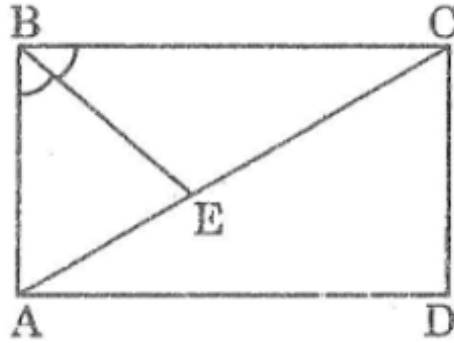
Vì tam giác có ba cạnh với độ dài các cạnh thỏa mãn định lí Pi-ta-go (bình phương một cạnh bằng tổng bình phương hai cạnh còn lại) nên nó là tam giác vuông.

Vậy góc đối diện với cạnh 13 (cạnh dài nhất) là góc vuông.

Bài 17 trang 104 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho hình chữ nhật ABCD. Đường phân giác của góc B cắt đường chéo AC thành hai đoạn $4\frac{2}{7}$ m và $5\frac{5}{7}$ m. Tính các kích thước của hình chữ nhật.

Lời giải:



Trong tam giác ABC, gọi giao điểm đường phân giác của \widehat{ABC} với cạnh AC là E. Theo đề bài ta có:

$$AE = 4\frac{2}{7} \text{ m}, EC = 5\frac{5}{7} \text{ m}.$$

Theo tính chất của đường phân giác, ta có: $\frac{AE}{EC} = \frac{AB}{BC}$

$$\text{Suy ra: } \frac{AB}{BC} = \frac{4\frac{2}{7}}{5\frac{5}{7}} = \frac{\frac{30}{7}}{\frac{40}{7}} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{AB}{3} = \frac{BC}{4} \Rightarrow \frac{AB^2}{9} = \frac{BC^2}{16}$$

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác vuông ABC, ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

Mà $AC = AE + EC$ nên:

$$AB^2 + BC^2 = (AE + EC)^2 = \left(4\frac{2}{7} + 5\frac{5}{7}\right)^2 = \left(\frac{30}{7} + \frac{40}{7}\right)^2 = 10^2 = 100$$

$$\text{Mà: } \frac{AB^2}{9} = \frac{BC^2}{16} = \frac{AB^2 + BC^2}{9 + 16} = \frac{AB^2 + BC^2}{25} = \frac{100}{25} = 4$$

$$\text{Suy ra: } AB^2 = 9.4 = 36 \Rightarrow AB = \sqrt{36} = 6 \text{ (m)}$$

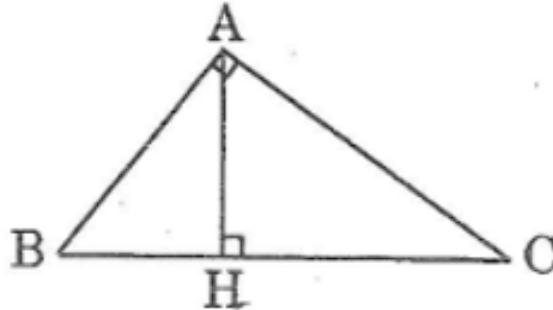
$$BC^2 = 16.4 = 64 \Rightarrow BC = \sqrt{64} = 8 \text{ (m)}$$

$$\text{Vậy: } AB = CD = 6\text{m}$$

$$BC = AD = 8\text{m}.$$

Bài 18 trang 105 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường cao AH. Chu vi của tam giác ABH là 30cm và chu vi của tam giác ACH là 40cm. Tính chu vi của tam giác ABC.



Lời giải:

Gọi a, b, c lần lượt là chu vi của các tam giác ABC, ABH, ACH.

Ta có: $b = 30\text{cm}$, $c = 40\text{cm}$

Xét hai tam giác vuông AHB và CHA, ta có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{CHA} = 90^\circ$$

$$\widehat{ABH} = \widehat{CAH} \text{ (hai góc cùng phụ } \widehat{ACB} \text{)}$$

Vậy ΔAHB đồng dạng ΔCHA (g.g)

$$\text{Suy ra: } \frac{HB}{HA} = \frac{HA}{HC} = \frac{BA}{AC} = \frac{HB + HA + BA}{HA + HC + AC} = \frac{b}{c}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{BA}{AC} = \frac{b}{c} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{BA}{3} = \frac{AC}{4} \Rightarrow \frac{BA^2}{9} = \frac{AC^2}{16} = \frac{BA^2 + AC^2}{9 + 16} = \frac{BA^2 + AC^2}{25}$$

Áp dụng định lý Pi-ta-go vào tam giác vuông ABC, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\text{Suy ra: } \frac{BA^2}{9} = \frac{AC^2}{16} = \frac{BC^2}{25} \Rightarrow \frac{BA}{3} = \frac{AC}{4} = \frac{BC}{5}$$

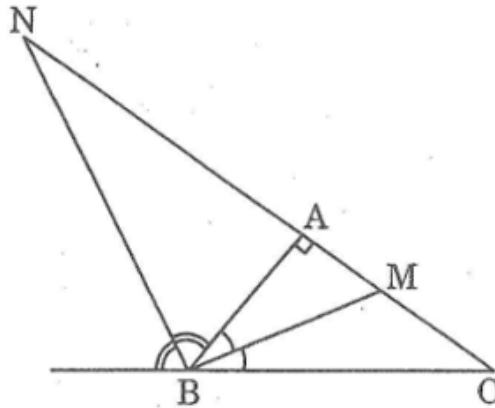
Ta có các tam giác ABH, CAH, CBA đồng dạng với nhau nên:

$$b : c : a = BA : AC : BC = 3 : 4 : 5$$

$$\text{Suy ra: } \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{a}{5} \Leftrightarrow \frac{30}{3} = \frac{40}{4} = \frac{a}{5} \Rightarrow a = \frac{30}{3} \cdot 5 = 50 \text{ (cm)}$$

Bài 19 trang 105 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh AB = 6cm và AC = 8cm. Các đường phân giác trong và ngoài của góc B cắt đường thẳng AC lần lượt tại M và N. Tính các đoạn thẳng AM và AN.



Lời giải:

Vì BM là đường phân giác của góc B nên ta có:

$$\frac{MA}{MC} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{MA}{MA + MC} = \frac{AB}{AB + BC}$$

Suy ra: $MA = \frac{AB \cdot (MA + MC)}{AB + BC} = \frac{6 \cdot 8}{6 + 10} = \frac{48}{16} = 3$ (cm)

Vì BN là đường phân giác của góc ngoài đỉnh B nên ta có: $BM \perp BN$

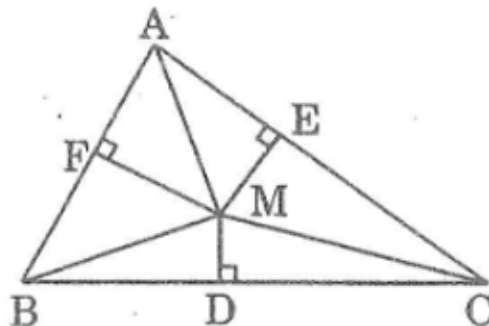
Suy ra tam giác BMN vuông tại B

Theo hệ thức liên hệ giữa đường cao và hình chiếu hai cạnh góc vuông, ta có: $AB^2 = AM \cdot AN$

$$Suy\ ra:\ AN = \frac{AB^2}{AM} = \frac{6^2}{3} = \frac{36}{3} = 12$$
 (cm).

Bài 20 trang 105 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho tam giác vuông ABC. Từ một điểm M bất kì trong tam giác kẻ MD, ME, MF lần lượt vuông góc với các cạnh BC, AC, AB. Chứng minh rằng: $BD^2 + CE^2 + AF^2 = DC^2 + EA^2 + FB^2$



Lời giải:

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác vuông BDM, ta có:

$$BM^2 = BD^2 + DM^2 \Rightarrow BD^2 = BM^2 - DM^2 \quad (1)$$

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác vuông CEM, ta có:

$$CM^2 = CE^2 + EM^2 \Rightarrow CE^2 = CM^2 - EM^2 \quad (2)$$

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác vuông AFM, ta có:

$$AM^2 = AF^2 + FM^2 \Rightarrow AF^2 = AM^2 - FM^2 \quad (3)$$

Cộng từng vế của (1), (2) và (3) ta có:

$$BD^2 + CE^2 + AF^2 = BM^2 - DM^2 + CM^2 - EM^2 + AM^2 - FM^2 \quad (4)$$

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác vuông BFM, ta có:

$$BM^2 = BF^2 + FM^2 \quad (5)$$

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác vuông CDM, ta có:

$$CM^2 = CD^2 + DM^2 \quad (6)$$

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác vuông AEM, ta có:

$$AM^2 = AE^2 + EM^2 \quad (7)$$

Thay (5), (6), (7) vào (4) ta có:

$$\begin{aligned} &BD^2 + CE^2 + AF^2 \\ &= BF^2 + FM^2 - DM^2 + CD^2 + DM^2 - EM^2 + AE^2 + EM^2 - FM^2 \end{aligned}$$

$$= DC^2 + EA^2 + FB^2$$

$$\text{Vậy } BD^2 + CE^2 + AF^2 = DC^2 + EA^2 + FB^2.$$