

Giải bài 1 SBT Toán lớp 10 tập 1 trang 214

Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$ trong mỗi trường hợp sau

- a) Parabol nhận trục tung làm trục đối xứng và cắt đường thẳng $y = \frac{x}{2}$ tại các điểm có hoành độ là -1 và $\frac{3}{2}$
- b) Parabol đi qua gốc tọa độ và có đỉnh là điểm (1;2).
- c) Parabol đi qua hai điểm A(-1; 2), B(2; 3) và có trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$.

Lời giải:

a) Vì đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng cho nên hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ là hàm số chẵn, do đó

$$f(x) = ax^2 + bx + c = ax^2 - bx + c = f(-x), \forall x$$

Suy ra $b = 0$. Ta còn phải xác định a và c .

Vì parabol cắt đường thẳng $y = \frac{x}{2}$ tại các điểm có hoành độ -1 và $\frac{3}{2}$ nên nó đi qua các điểm

$$\left(-1; -\frac{1}{2}\right) \text{ và } \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{4}\right)$$

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a + c = -\frac{1}{2} \\ \frac{9a}{4} + c = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được $a = 1, c = -\frac{3}{2}$

Parabol phải tìm là $y = x^2 - \frac{3}{2}$

b) Vì parabol đi qua (0;0) nên $y(0) = c = 0$.

Do parabol có đỉnh là $(1; 2)$

Giải hệ phương trình trên ta được $a = -2, b = 4$.

Parabol phải tìm là $y = -2x^2 + 4x$

c) $a = -\frac{1}{3}, b = \frac{2}{3}, c = 3$

Giải Toán lớp 10 SBT tập 1 bài 2 trang 214

Tìm các giá trị của k sao cho phương trình

$$(k-1)x^2 + (k+4)x + k + 7 = 0$$

có các nghiệm bằng nhau.

Lời giải:

Phương trình $(k-1)x^2 + (k+4)x + k + 7 = 0$ có các nghiệm bằng nhau

$$\Leftrightarrow \Delta = (k+4)^2 - 4(k-1)(k+7) = 0$$

$$\Leftrightarrow -3k^2 - 16k + 44 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = 22 \\ k = -\frac{22}{3} \end{cases}$$

Giải bài 3 trang 214 SBT Toán lớp 10 tập 1

Với những giá trị nào của a , hiệu giữa hai nghiệm của phương trình

$$2x^2 - (a+1)x + (a-1) = 0$$

bằng tích của chúng?

Lời giải:

Ta có: $\Delta = (a+1)^2 - 8(a-1) = a^2 + 2a + 1 - 8a + 8$

$a^2 - 6a + 9 = (a-3)^2 \geq 0$ nên phương trình đã cho có nghiệm

$$\text{Xét } (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = x_1^2 x_2^2$$

$$\text{Hay } \left(\frac{a+1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{a-1}{2} = \left(\frac{a-1}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow -4a + 8 = 0 \Leftrightarrow a = 2$$

Đáp số: $a = 2$

Giải SBT Toán lớp 10 tập 1 bài 4 trang 214

Hãy xác định k để hiệu giữa các nghiệm của phương trình $5x^2 - kx + 1 = 0$ bằng 1.

Lời giải:

$$\text{Cần có: } \Delta = k^2 - 20 > 0$$

$$\text{Xét } x_1 - x_2 = (x_1 + x_2) - 2x_2 = 1 = \frac{k}{5} - 2x_2 = 1$$

$$\text{Suy ra } x_2 = \frac{k-5}{10}, x_2 = 1 + x_1 = \frac{k+5}{10}$$

$$x_1x_2 = \frac{k-5}{10} \cdot \frac{k+5}{10} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow k^2 = 45$$

$$\text{Đáp số: } k = \pm 3\sqrt{5}$$

Giải sách bài tập Toán 10 tập 1 bài 5 trang 214

Tìm các giá trị của a sao cho tổng các nghiệm của phương trình

$$x^2 - 2a(x-1) - 1 = 0$$

bằng tổng bình phương các nghiệm đó.

Lời giải:

$$x^2 - 2a(x-1) - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2ax + 2a - 1 = 0$$

Vì $\Delta' = (a-1)^2 \geq 0$ nên phương trình luôn có nghiệm.

$$\text{Ta có: } x_1 + x_2 = 2a$$

$$x_1x_2 = 2a - 1$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$

$$\text{Suy ra: } 4a^2 - 2(2a - 1) = 2a \Leftrightarrow 2a^2 - 3a + 1 = 0$$

Giải phương trình trên ta được $a = \frac{1}{2}; a = 1$

Đáp số: $a = \frac{1}{2}; a = 1$

Giải bài 6 SBT Toán lớp 10 tập 1 trang 214

Không giải phương trình

$$3x^2 - 5x - 2 = 0$$

hãy tính tổng lập phương các nghiệm của nó.

Lời giải:

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2)$$

$$= (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2]$$

$$= \frac{5}{3} \left[\frac{25}{9} + 2 \right] = \frac{215}{27}$$

Giải SBT Toán 10 tập 1 bài 7 trang 215

Tính $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$, trong đó x_1 và x_2 là các nghiệm của phương trình bậc hai $2x^2 - 3ax - 2 = 0$

Lời giải:

Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} &= \frac{x_1^3 + x_2^3}{x_1^3 x_2^3} \\ &= \frac{(x_1 + x_2) \left[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 \right]}{(x_1 x_2)^3} \\ &= -\frac{3a \left[\frac{9a^2}{4} + 3 \right]}{8} = -\frac{27a^3 + 36a}{8} \end{aligned}$$

Giải Toán lớp 10 SBT tập 1 bài 8 trang 215

Tìm giá trị của a sao cho phương trình

$$x^2 - 6ax + 2 - 2a + 9a^2 = 0$$

có hai nghiệm dương phân biệt và đều lớn hơn 3.

Lời giải:

Phải có

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ ac > 0 \\ \frac{s}{2} > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a - 1) > 0 \\ 9a^2 - 2a + 2 > 0 \\ \frac{6a}{2} > 3 \end{cases}$$

Giải hệ bất phương trình trên ta được $a > 1$.

Giải bài 9 SBT Toán lớp 10 tập 1 trang 215

Tìm các giá trị nguyên của k sao cho phương trình $(k - 12)x^2 + 2(k - 12)x + 2 = 0$ vô nghiệm

Lời giải:

Phương trình $(k - 12)x^2 + 2(k - 12)x + 2 = 0$ vô nghiệm

$$\text{Đặt } k - 12 = t \Rightarrow t^2 - 2t < 0 \Leftrightarrow 0 < t < 2$$

$$\text{Vậy: } 0 < k - 12 < 2 \Leftrightarrow 12 < k < 14, \text{ mà } k \text{ nguyên} \Rightarrow k = 13 \quad (3)$$

$$\text{Từ (1) và (3)} \Rightarrow k = 12, k = 13$$

Giải Toán lớp 10 SBT tập 1 bài 10 trang 215

Cho phương trình bậc hai

$$ax^2 - 2(a+1)x + (a+1)^2a = 0 \quad (E)$$

Kí hiệu S là tổng, P là tích các nghiệm (nếu có) của phương trình trên.

- a) Với giá trị nào của a, phương trình (E) có nghiệm?
- b) Biện luận dấu của S và P. Từ đó suy ra dấu các nghiệm của (E).
- c) Tìm hệ thức giữa S và P độc lập đối với a.
- d) Với những giá trị nào của a, các nghiệm x_1, x_2 của (E) thỏa mãn hệ thức $x_1 = 3x_2$? Tìm các nghiệm x_1, x_2 trong mỗi trường hợp đó.

Lời giải:

a) Phải có:

$$\Delta = (a+1)^2 - (a+1)^2a^2 = (a+1)^2(1-a^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq a \leq 1, a \neq 0$$

b) Ta có:

$$P = (a+1)^2$$

$$P = 0 \Leftrightarrow a = -1 \text{ khi đó } x_1 = x_2 = 0$$

$P > 0, \forall a \neq -1$ khi đó x_1, x_2 cùng dấu.

Mặt khác $S = \frac{2(a+1)}{a}$

Suy ra:

Với $0 < a \leq 1$ thì hai nghiệm của phương trình (E) đều dương;

Với $-1 \leq a < 0$ thì hai nghiệm của phương trình (E) đều âm;

c) Từ $S = \frac{2(a+1)}{a}$ suy ra $a = \frac{2}{S-2}$

Do đó:

d) Với $a = -1$ ta có: $x_1 = x_2 = 0$

Với $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ta có: $x_2 = \frac{3+2\sqrt{3}}{6}; x_1 = \frac{3+2\sqrt{3}}{2}$

Với $a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ta có: $x_2 = \frac{3-2\sqrt{3}}{6}; x_1 = \frac{3-2\sqrt{3}}{2}$

Giải bài 11 trang 215 SBT Toán lớp 10 tập 1

Giải và biện luận các hệ phương trình sau

a) (1) $\begin{cases} x + ay = 1 \\ ax + y = 2a; \end{cases}$

b) (2) $\begin{cases} ax + y = a \\ x + ay = a^2. \end{cases}$

Lời giải:

a) Với $a \neq \pm 1$ hệ phương trình (1) có nghiệm $x = \frac{1-2a^2}{1-a^2}; y = \frac{a}{1-a^2}$

Với $a = \pm 1$ hệ phương trình (1) vô nghiệm.

b) Nếu $a \neq \pm 1$ thì $x = 0, y = a;$

Nếu $a = -1$ thì $x = t + 1, y = 1 (t \in R)$

Nếu $a = 1$ thì $(x = t, y = 1 - t (t \in R))$

Giải SBT Toán lớp 10 tập 1 bài 12 trang 215

Giải phương trình sau

a) (1) $\begin{cases} (m-2)x + 27y = 4,5 \\ 2x + (m+1)y = -1; \end{cases}$

$$b) \begin{cases} 3x + my = 3 \\ mx + 3y = 3. \end{cases}$$

Lời giải:

a) Hệ phương trình (3) tương đương với

$$\begin{cases} (m^2 - m - 56)y = -m - 7 \\ 2x + (m + 1)y = -1 \end{cases}$$

Từ đó nếu $m^2 - m - 56 \neq 0$ thì hệ có nghiệm

Ta xét:

$$m^2 - m - 56 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -7 \\ m = 8 \end{cases}$$

Với $m = -7$ hệ phương trình (3) trở thành

$$\begin{cases} -9x + 27y = 4,5 \\ 2x - 6y = -1 \end{cases} (3a)$$

Vì $-\frac{9}{2} = \frac{27}{-6} = \frac{4,5}{-1}$ nên hệ phương trình (3a) có vô số nghiệm.

Với $m = 8$ ta có hệ

$$\begin{cases} 6x + 27y = 4,5 \\ 2x + 9y = -1 \end{cases} (3b)$$

Vì $\frac{6}{2} = \frac{27}{9} \neq \frac{4,5}{-1}$ cho nên hệ phương trình (3b) vô nghiệm.

Trả lời: $m = -7$.

b) Hệ phương trình (4) tương đương với

$$\begin{cases} (9 - m^2)x = 9 - 3m \\ mx + 3y = 3 \end{cases}$$

Tương tự câu a) ta xét trường hợp $9 - m^2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 3$

Với $m = 3$ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + 3y = 3 \\ 3x + 3y = 3 \end{cases} (4a)$$

Rõ ràng hệ phương trình (4a) có vô số nghiệm.

Với $m = -3$ hệ phương trình (4) trở thành

$$\begin{cases} 3x - 3y = 3 \\ -3x + 3y = 3 \end{cases} (4b)$$

Vì $\frac{3}{-3} = \frac{-3}{3} \neq \frac{3}{3}$ cho nên hệ phương trình (4b) vô nghiệm.

Trả lời: $m = 3$.

Giải sách bài tập Toán 10 tập 1 bài 13 trang 215

Giải các hệ phương trình sau

a)
$$\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 + xy = 7 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 13 \\ x + y - \sqrt{xy} = 3 \end{cases}$$

Lời giải:

a) Đặt $u = x + y$ ta được $u^2 + u - 12 = 0$

Giải ra ta được $u_1 = 3, u_2 = -4$

Với $u = 3$ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 3 (*) \\ xy = 2 \end{cases}$$

Với $u = -4$ ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = -4 \\ xy = 9 \end{cases} \text{ (vô nghiệm)}$$

Đáp số: (1; 2) và (2; 1).

b) Đặt

$$\begin{cases} u = x + y \\ v = \sqrt{xy} \end{cases} (v \geq 0)$$

ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} u^2 - 3v^2 = 13 \\ u - v = 3 \end{cases}$$

hay

$$\begin{cases} u - v = 3 \\ u^2 - 9u + 20 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được

$$u = 5, v = 2$$

$$\text{hoặc } u = 4, v = 1$$

Vậy

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ \sqrt{xy} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} y = 4 \\ x = 1 \end{cases} \end{cases}$$

và

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ \sqrt{xy} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 2 - \sqrt{3} \\ y = 2 + \sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2 + \sqrt{3} \\ y = 2 - \sqrt{3} \end{cases} \end{cases}$$

Đáp số: Hệ phương trình đã cho có bốn nghiệm là

$$(4;1);(1;4);(2 - \sqrt{3};2 + \sqrt{3});(2 + \sqrt{3};2 - \sqrt{3})$$

Giải bài 14 SBT Toán lớp 10 tập 1 trang 216

Giải các hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x^2 - xy = 28 \\ y^2 - xy = -12; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5(x+y)+2xy=-19 \\ 15xy+5(x+y)=-175. \end{cases}$$

Lời giải:

a)

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x^2 - xy = 28 \\ y^2 - xy = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 16 \\ x^2 - xy = 28 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)^2 = 16 \\ x(x-y) = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-y=4 \\ x(x-y)=28 \end{cases} \\ \begin{cases} x-y=-4 \\ x(x-y)=28 \end{cases} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-y=4 \\ x(x-y)=28 \end{cases} \\ \begin{cases} x-y=-4 \\ x(x-y)=28 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=7 \\ y=3 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-7 \\ y=-3 \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{cases} 5(x+y)+2xy=-19 \\ 15xy+5(x+y)=-175 \end{cases}$$

Đặt $\begin{cases} x+y=a \\ xy=b \end{cases}$

ta có hệ phương trình đã cho tương đương với hệ phương trình:

$$\begin{cases} 5a+2b=-19 \\ 5a+15b=-175 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13b=-156 \\ 5a+2b=-19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-12 \\ a=1 \end{cases}$$

Vậy $\begin{cases} x+y=1 \\ xy=-12 \end{cases} \Rightarrow x,y$ là 2 nghiệm của phương trình

$$X^2 - X - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = -3 \\ X_2 = 4 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm

$$\begin{cases} x=-3 \\ y=4 \end{cases}$$

và

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases}$$

Giải SBT Toán 10 tập 1 bài 15 trang 216

Giải các bất phương trình sau

a) $3x^2 - 7x + 4 \leq 0$

b) $x^2 - 3x + 5 > 0$

c) $x^2 + 4 \geq |3x + 2| - 7x$

e) $\frac{2x + 3}{x^2 + x - 12} \leq \frac{1}{2}$

g) $\frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2}{x^2 - x - 30} > 0$

Lời giải:

a) $\left[1; \frac{4}{3}\right]$

b) $(-\infty; +\infty)$

e) $(-\infty; -4) \cup (-3; 3) \cup (6; +\infty)$

g) $(-\infty; -5) \cup (1; 2) \cup (6; +\infty)$

Giải Toán lớp 10 SBT tập 1 bài 16 trang 216

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết tọa độ trung điểm của các cạnh BC, CA, AB lần lượt là M(1;2), N(3;-5), P(5; 7).

Lời giải:

Giả sử các đỉnh của tam giác có tọa độ lần lượt là

$$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$$

Theo công thức tọa độ trung điểm.

Cộng từng vế các phương trình của hệ (I) ta được

$$2(x_1 + x_2 + x_3) = 18 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 9$$

Từ đó: $x_1 = 7; x_2 = 3; x_3 = -1$

Tương tự tìm được $y_1 = 0; y_2 = 14; y_3 = -10$

Vậy: $A(7;0); B(3;14); C(-1; -10)$

Giải bài 17 SBT Toán lớp 10 tập 1 trang 216

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy hãy tìm tọa độ các đỉnh M, N của hình vuông AMBN, biết tọa độ hai đỉnh A(1; 1) và B(3; 5).

Lời giải:

Giả sử M(x; y) là đỉnh của hình vuông AMBN.

Ta có:

$$\begin{cases} |\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{BM}| \\ \overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{BM} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AM^2 = BM^2 \\ \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy M(4; 2), N(0; 4) hoặc M(0; 4), N(4; 2).

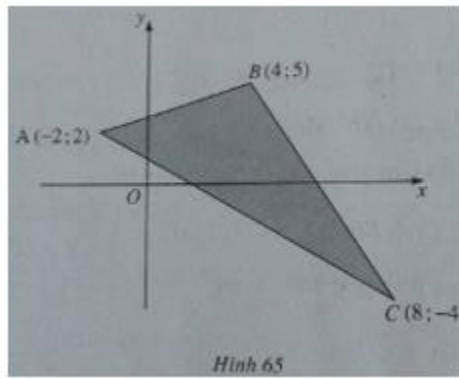
Giải sách bài tập Toán lớp 10 tập 1 bài 18 trang 216

Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 2y - x \leq 6 \\ 9x + 4y \leq 56 \\ 3x + 5y \geq 4 \end{cases}$$

Lời giải:

(h.65) Tập nghiệm là miền tam giác ABC (kể cả biên).



Giải Toán lớp 10 SBT tập 1 bài 19 trang 217

Cho các số liệu thống kê ghi trong bảng sau

Thời gian giải xong một bài tập Toán của 44 học sinh lớp 10A, trường Trung học phổ thông K

23,5	23,0	21,1	23,7	23,2	21,9	24,0	22,7
19,6	22,5	22,3	20,0	23,2	21,5	20,1	23,7
20,6	24,6	22,3	21,0	25,4	22,7	21,3	
21,2	23,6	23,1	21,6	24,2	22,6	22,0	
22,7	19,8	23,2	21,9	20,3	22,6	22,2	
21,1	20,5	24,8	22,5	20,9	25,0	23,3	

a) Lập bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp với các lớp như sau:

[19,5; 20,5); [20,5; 21,5); [21,5; 22,5); [22,5; 23,5); [23,5; 24,5); [24,5; 25,5].

b) Dựa vào bảng phân bố tần suất ghép lớp đã lập hãy nêu nhận xét về thời gian làm một bài tập của 44 học sinh kể trên.

c) Hãy tính số trung bình cộng \bar{x} , phương sai s_x^2 và độ lệch chuẩn s_x của các số liệu thống kê đã cho.

d) Giả sử rằng, cũng khảo sát thời gian giải xong một bài tập Toán của học sinh ở các lớp 10B, 10C của trường K, rồi tính các số trung bình cộng, phương sai và độ lệch chuẩn của các số liệu thống kê ở từng lớp, ta thu được kết quả sau:

Ở lớp 10B có $\bar{y}=20$ phút, $s_y^2=1$, $s_y=1$ phút

Ở lớp 10C có $\bar{x}=22$ phút, $s_z^2=1$, $s_z=1$ phút

Hãy so sánh thời gian giải xong một bài tập Toán của học sinh ở ba lớp 10A, 10B, 10C đã cho.

e) Vẽ biểu đồ tần suất hình cột mô tả bảng phân bố tần suất ghép lớp đã lập được.

Lời giải:

a) Thời gian giải xong một bài tập toán của 44 học sinh lớp 10A, trường Trung học phổ thông K

Lớp thời gian (phút)	Tần số	Tần suất (%)
[19,5;20,5)	5	11,36
[20,5; 21,5)	7	15,91
[21,5; 22,5)	10	22,73
[22,5; 23,5)	12	27,27
[23,5; 24,5)	6	13,64
[24,5; 25,5]	4	9,09
Cộng	44	100 (%)

b) Nhận xét:

Trong 44 học sinh đã được khảo sát ta thấy:

Chiếm tỉ lệ thấp nhất (9,09%) là những học sinh có thời gian giải xong một bài tập toán từ 24,5 phút đến 25,5 phút.

Chiếm tỉ lệ cao nhất (27,27%) là những học sinh có thời gian giải xong một bài tập toán từ 22,5 phút đến dưới 23,5 phút.

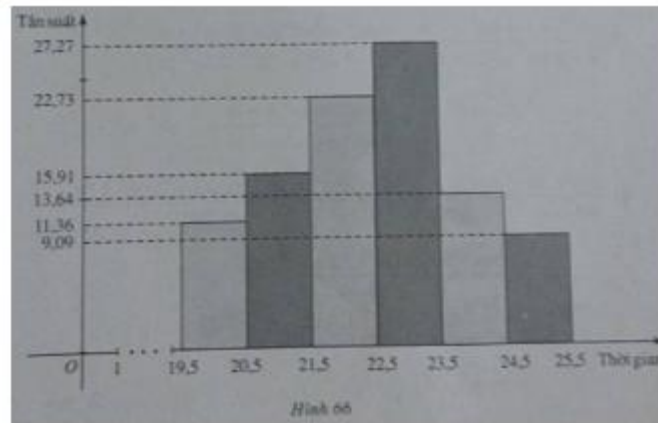
Đa số (79,55%) là những học sinh có thời gian giải xong bài tập toán đó từ 20,5 phút đến dưới 24,5 phút.

Đa số (79,55%) là những học sinh có thời gian giải xong bài tập toán đó từ 20,5 phút đến dưới 24,5 phút.

c) Sử dụng bảng phân bố tần số ghép lớp đã lập, ta tính được $\bar{x} = 22,4$ phút, $s_x^2 = 2,1, s_x = 1,4$ phút

d) Ta có $\bar{x} \approx \bar{z} = 22,4$ phút > 20 phút $= \bar{y}$ và $s_x^2 = 2,1 > 1 = s_y^2$ nên thời gian giải xong bài tập toán đó của các học sinh lớp 10C là đồng đều hơn các học sinh lớp 10A.

e) Biểu đồ tần suất hình cột về thời gian (phút) giải xong một bài tập toán của 44 học sinh lớp 10A, trường Trung học phổ thông K (h.66)



Giải bài 20 trang 217 SBT Toán lớp 10 tập 1

Chứng minh rằng

a) $(\pi < \alpha < 2\pi)$

b) $\frac{\cos 4a \tan 2a - \sin 4a}{\cos 4a \cot 2a + \sin 4a} = -\tan^2 2a$

c) $\frac{\sin^2 2a + 4\sin^2 a - 4}{1 - 8\sin^2 a - \cos 4a} = \frac{1}{2} \cot^4 a$

d) $1 + 2 \cos 7a = \frac{\sin 10,5a}{\sin 3,5a}$

e) $\frac{\tan 3a}{\tan a} = \frac{3 - \tan^2 a}{1 - 3 \tan^2 a}$

Lời giải:

a) Vì $\sqrt{1 + \cos \alpha} = -\sqrt{2} \cos \frac{\alpha}{2} \text{ (do } \frac{\pi}{2} < \frac{\alpha}{2} < \pi)$

$$\sqrt{1 - \cos \alpha} = \sqrt{2} \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$= \cot\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

b)

$$= \frac{\cos 4a \tan 2a - \sin 4a}{\cos 4a \cot 2a + \sin 4a} = \frac{\cos 4a \sin 2a - \sin 4a \cos 2a}{\cos 4a \cos 2a + \sin 4a \sin 2a} \cdot \tan 2a$$

$$= \frac{-\sin 2a}{\cos 2a} \tan 2a = -\tan^2 2a$$

$$\frac{\sin^2 2a + 4\sin^2 4a}{1 - \sin^2 a - \cos 4a}$$

$$= \frac{4\sin^2 a \cos^2 a + 4(\sin^2 a - 1)}{1 - 8\sin^2 a - (1 - 2\sin^2 2a)}$$

$$= \frac{4\cos^2 a (\sin^2 a - 1)}{8\sin^2 a (\cos^2 a - 1)} = \frac{1}{2} \cot^4 a.$$

d)

$$\frac{\sin 10,5a}{\sin 3,5a} = \frac{\sin(7 + 3,5a)}{\sin 3,5a}$$

$$= \frac{\sin 7a \cos 3,5a + \cos 7a \sin 3,5a}{\sin 3,5a}$$

$$= \frac{\sin 3,5a(2\cos^2 3,5a + \cos 7a)}{\sin 3,5a}$$

$$= (2\cos^2 3,5a - 1) + 1 + \cos 7a$$

$$= 2\cos 7a + 1.$$

e)

$$\frac{\tan(a + 2a)}{\tan a} = \frac{\tan a + \tan 2a}{\tan a(1 - \tan a \tan 2a)}$$

$$= \frac{\tan a + \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}}{\tan a \left(1 - \frac{2 \tan^2 a}{1 - \tan^2 a}\right)}$$

$$= \frac{3 - \tan^2 a}{1 - 3 \tan^2 a}$$

Giải SBT Toán lớp 10 tập 1 bài 21 trang 218

Rút gọn

$$a) \frac{\sin^2 2\alpha + 4\sin^2 4\alpha - 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{4 - \sin^2 2\alpha - 4\sin^2 \alpha}$$

$$b) 3 - 4 \cos 2a + \cos 4a$$

$$c) \cos 4a - \sin 4a \cot 2a$$

Lời giải:

a)

$$\begin{aligned} & \frac{\sin^2 2\alpha + 4\sin^2 4\alpha - 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{4 - \sin^2 2\alpha - 4\sin^2 \alpha} \\ &= \frac{\sin^2 2\alpha + 4\sin^4 \alpha - \sin^2 2\alpha}{4\cos^2 \alpha - 4\sin^2 2\alpha \cos^2 \alpha} \\ &= \frac{4\sin^2 \alpha}{4\cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)} = \tan^4 \alpha \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & 3 - 4 \cos 2a + \cos 4a \\ &= 3 - 4(1 - 2\sin^2 a) + (1 - 2\sin^2 2a) \\ &= 8\sin^2 a - 8\sin^2 a \cos^2 a \\ &= 8\sin^2 a (1 - \cos^2 a) \\ &= 8\sin^4 a \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} & \cos 4a - \sin 4a \cot 2a \\ &= 2\cos^2 2a - 1 - 2 \sin 2a \cos 2a \frac{\cos 2a}{\sin 2a} = -1 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\sin a \cos a} \cdot \frac{\cos a \cos 2a}{\cos 2a \cos a + \sin 2a \sin a} \\ &= \frac{2}{\sin 2a} \cdot \frac{\cos a \cos 2a}{\cos(2a - a)} = 2 \cot 2a \end{aligned}$$

Giải sách bài tập Toán 10 tập 1 bài 22 trang 218

Không dùng bảng số và máy tính, hãy tính

a) $\cos 67^{\circ}30'$ và $\cos 75^{\circ}$

b) $\frac{\cos 15^{\circ} + 1}{2 \cot 15^{\circ}}$

c) $\tan 20^{\circ} \tan 40^{\circ} \tan 80^{\circ}$

d) $\cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} \cos \frac{5\pi}{7}$

Lời giải:

a) $\cos 67^{\circ}30' = \cos \frac{135^{\circ}}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos 135^{\circ}}{2}}$

$$= \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos 75^{\circ} = \cos(45^{\circ} + 30^{\circ}) = \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} - 1)$$

b)

$$\begin{aligned} \cos 30^{\circ} &= \frac{1}{\tan 2 \cdot 15^{\circ}} \\ &= \frac{1 - \tan^2 15^{\circ}}{2 \tan 15^{\circ}} = \frac{\cot^2 15^{\circ} - 1}{2 \cot 15^{\circ}} \end{aligned}$$

Đặt $x = \cos 15^{\circ}$ và chú ý rằng $\cos 30^{\circ} = \sqrt{3}$ ta có

$$\sqrt{3} = \frac{x^2 - 1}{2x} \Leftrightarrow x^2 - 2\sqrt{3}x - 1 = 0$$

Giải phương trình trên ta được $x = 2 + \sqrt{3}$ (nghiệm $x = \sqrt{3} - 2$ loại vì $\cot 15^\circ > 0$). Do đó

$$\begin{aligned} \frac{\cot^2 15^\circ + 1}{2 \cot 15^\circ} &= \frac{2 + \sqrt{3} + 1}{2(2 + \sqrt{3})} \\ &= \frac{3 + \sqrt{3}}{2(2 + \sqrt{3})} = \frac{3 - \sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

c) Ta có:

$$\begin{aligned} \tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 80^\circ &= -\tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 100^\circ \\ &= -\tan(60^\circ - 40^\circ) \tan 40^\circ \tan(60^\circ + 40^\circ) \end{aligned}$$

d) Hướng dẫn: Nhân thêm $\sin \frac{\pi}{7}$

Đáp số: $\frac{1}{8}$

Giải bài 23 SBT Toán lớp 10 tập 1 trang 218

Chứng minh rằng

a) $\frac{1 - \cos 2a + \sin 2a}{1 + \cos 2a + \sin 2a} = \tan a$

b) $\frac{\cot a + \tan a}{1 + \tan 2 \tan a} = 2 \cot 2a$

c) $\frac{\sqrt{2} - \sin a - \cos a}{\sin a - \cos a} = -\tan\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{8}\right)$

d) $\cos 2a - \cos 3a - \cos 4a + \cos 5a = -4 \sin \frac{a}{2} \sin a \cos \frac{7a}{2}$

Lời giải:

a)

$$\frac{1 - \cos 2a + \sin 2a}{1 + \cos 2a + \sin 2a}$$
$$= \frac{2\sin^2 a + 2\sin a \cos a}{1 + 2\cos 2a - 1 + 2\sin a \cos a}$$
$$= \frac{2\sin a(\sin a + \cos a)}{2\cos a(\sin a + \cos a)} = \tan a$$

b)

$$= \frac{1 - \tan^2 a}{\tan a} = 2 \cot 2a$$

c)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\cos\left(\frac{a}{2} + \frac{3\pi}{8}\right) \sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{a}{2}\right)}{2\sin\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{8}\right) \cos\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{8}\right)} \\
 &= \frac{\sin\left(-\frac{a}{2} + \frac{\pi}{8}\right) \sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{a}{2}\right)}{\sin\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{8}\right) \sin\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{8}\right)} \\
 &= \frac{-\sin\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{8}\right)}{\cos\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{8}\right)} = -\tan\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{8}\right)
 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}
 &\cos 2a - \cos 3a - \cos 4a + \cos 5a \\
 &= (\cos 2a - \cos 4a) + (\cos 5a - \cos 3a) \\
 &= -2 \sin 3a \sin(-a) - 2 \sin 4a \sin a \\
 &= 2 \sin a (\sin 3a - \sin 4a) \\
 &= 4 \sin a \cos \frac{7a}{2} \sin\left(-\frac{a}{2}\right) \\
 &= -4 \sin \frac{a}{2} \sin a \cos \frac{7a}{2}
 \end{aligned}$$

Giải SBT Toán 10 tập 1 bài 24 trang 218

Rút gọn

a) $\frac{1+\cos a}{1-\cos a} \tan^2 \frac{a}{2} - \cos^2 a$

b) $4\cos^4 a - 2\cos 2a - \frac{1}{2}\cos 4a$

c) $\sin^2 a \left(1 + \frac{1}{\sin a} + \cot a\right) \left(1 - \frac{1}{\sin a} + \cot a\right)$

Lời giải:

a)

$$\begin{aligned} & \frac{1 + \cos a}{1 - \cos a} \tan^2 \frac{a}{2} - \cos^2 a \\ &= \frac{2\cos^2 \frac{a}{2}}{2\sin^2 \frac{a}{2}} \tan^2 \frac{a}{2} - \cos^2 a = \sin^2 a \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & 4\cos^4 a - 2\cos 2a - \frac{1}{2}\cos 4a \\ &= 4\cos^4 a - 2(2\cos^2 a - 1) - \frac{1}{2}(2\cos^2 2a - 1) \\ &= 4\cos^4 a - 4\cos^2 a + 2 - (2\cos^2 a - 1)^2 + \frac{1}{2} \\ &= 4\cos^4 a - 4\cos^2 a + \frac{5}{2} - 4\cos^4 a + 4\cos^2 a - 1 = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

c) $\sin^2 a \left(1 + \frac{1}{\sin a} + \cot a\right) \left(1 - \frac{1}{\sin a} + \cot a\right)$

$$\begin{aligned} &= \sin^2 a \left[(1 + \cot a)^2 - \frac{1}{\sin^2 a} \right] \\ &= \sin^2 a (1 + \cot^2 a + 2\cot a) - 1 \\ &= \sin^2 a + \cos^2 a + 2\sin^2 a \frac{\cos a}{\sin a} - 1 \\ &= \sin 2a \end{aligned}$$