Giải SBT Toán 11 bài 3: Hàm số liên tục, chắc chắn nội dung tài liệu sẽ giúp các bạn học sinh có kết quả cao hơn trong học tập. Mời thầy cô và các bạn học sinh cùng tham khảo.

Giải bài 1 SBT Toán 11 trang 168 Đại số và Giải tích

Cho hàm số $f(x)=(x-1)|x|/x$

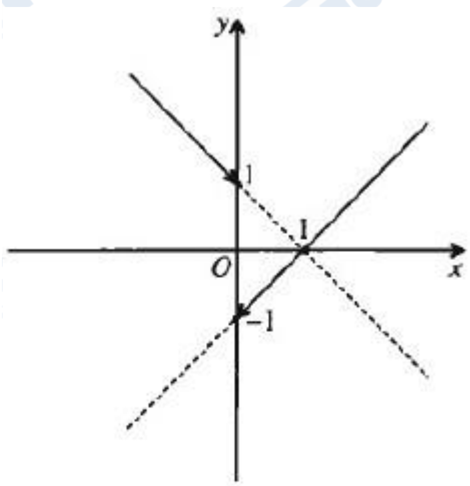
Vẽ đồ thị của hàm số này. Từ đồ thị dự đoán các khoảng trên đó hàm số liên tục và chứng minh dự đoán đó.

Giải:

a)

$f(x)=(x-1)|x|/x = x-1$, nếu $x>0$; $1-x$, nếu $x<0$. Hàm số này có tập xác định là $R\setminus\{0\}$

b)



Hình 7

Từ đồ thị (H.7) dự đoán f(x) liên tục trên các khoảng $(-\infty;0),(0;+\infty)$ nhưng không liên tục trên R. Thật vậy,

- Với $x>0, f(x)=x-1$ là hàm đa thức nên liên tục trên R do đó liên tục trên $(0;+\infty)$

- Với $x<0, f(x)=1-x$ cũng là hàm đa thức nên liên tục trên R do đó liên tục trên $(-\infty;0)$

Dễ thấy hàm số gián đoạn tại x = 0 vì $\lim_{x\to 0^+} f(x)=-1, \lim_{x\to 0^-} f(x)=1$

Giải bài 2 Toán 11 trang 168 Đại số và Giải tích SBT

Cho ví dụ về một hàm số liên tục trên (a; b] và trên (b; c) nhưng không liên tục trên (a; c)

Giải:

Xét hàm số

$$f(x)=\begin{cases} x+2, \text{ nếu } \le 0 \\ \frac{1}{x^2}, \text{nếu } x>0 \end{cases}$$

- Trường hợp $x \le 0$

$f(x)=x+2$ là hàmđa thức, liên tục trên R nên nó liên tục trên (-2; 0]

- Trường hợp $x > 0$

$f(x)=1/x^2$ là hàm số phân thức hữu tỉ nên liên tục trên (2; 0) thuộc tập xác định của nó.

Như vậy f(x)f(x) liên tục trên (-2; 0] và trên (0; 2)

Tuy nhiên, vì $\lim_{x\to 0+}f(x)=\lim_{x\to 0+}1/x^2=+\infty$ nên hàm số f(x) không có giới hạn hữu hạn tại x = 0. Do đó, nó không liên tục tại x = 0. Nghĩa là không liên tục trên (-2; 2)

Giải bài 3 Toán 11 trang 169 SBT Đại số và Giải tích

Chứng minh rằng nếu một hàm số liên tục trên (a; b] và trên [b; c) thì nó liên tục trên (a; c)

Giải:

Vì hàm số liên tục trên (a; b] nên liên tục trên (a; b) và $\lim_{x\to b-}f(x)=f(b)$ (1)

Vì hàm số liên tục trên [b; c) nên liên tục trên (b; c) và $\lim_{x\to b+}f(x)=f(b)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra f(x) liên tục trên các khoảng (a; b), (b; c) và liên tục tại x = b (vì $\lim_{x\to b}f(x)=f(b)$). Nghĩa là nó liên tục trên (a; c)

Giải bài 4 Toán 11 SBT trang 169 Đại số và Giải tích

Cho hàm số y=f(x) xác định trên khoảng (a; b) chứa điểm x_0

Chứng minh rằng nếu $\lim_{x\to x_0}f(x)-f(x_0)/x-x_0=L$ thì hàm số f(x) liên tục tại điểm x_0

Hướng dẫn: Đặt $g(x)=f(x)-f(x_0)/x-x_0-L$ và biểu diễn f(x)) qua g(x)

Giải:

Đặt $g(x)=f(x)-f(x_0)/x-x_0-L$

Suy ra g(x) xác định trên $(a;b)\setminus\{x_0\}$ và $\lim_{x\to x_0} g(x)=0$

Mặt khác, $f(x)=f(x_0)+L(x-x_0)+(x-x_0)g(x)$ nên

$\lim_{x\to x_0} f(x)=\lim_{x\to x_0}[f(x_0)+L(x-x_0)+x-x_0)g(x)]$

$=\lim_{x\to x_0} f(x_0)+\lim_{x\to x_0} L(x-x_0)+\lim_{x\to x_0}(x-x_0).\lim_{x\to x_0} g(x)=f(x_0)$

Vậy hàm số $y=f(x)$ liên tục tại

Giải bài 5 SBT trang 169 Đại số và Giải tích Toán 11

Xét tính liên tục của các hàm số sau:

a) $f(x)=\sqrt{x+5}$ tại x = 4;

b)

$$g(x)=\begin{cases}\frac{x-1}{\sqrt{2-x}-1}, \text{ nếu } x\le 1\\ -2x, \text{ nếu } x\ge 1\end{cases} \text{ tại } x=1$$

Giải:

a) Hàm số $f(x)=\sqrt{x+5}$ có tập xác định là $[-5;+\infty)$. Do đó, nó xác định trên khoảng $(-5;+\infty)$ chứa x = 4

Vì $\lim_{x\to 4} f(x)=\lim_{x\to 4}\sqrt{x+5}=3=f(4)$ nên f(x) liên tục tại x = 4

b) Hàm số:

$$g(x)=\begin{cases}\frac{x-1}{\sqrt{2-x}-1}, \text{ nếu } x\le 1\\ -2x, \text{ nếu } x\ge 1\end{cases} \text{ tại } x=1$$

có tập xác định là R

Ta có, $g(1)=-2$ (1)

$\lim_{x\to 1^-} g(x)=\lim_{x\to 1^-} x-1/\sqrt{2-x}-1$ (2)

$=\lim_{x\to 1^-}(x-1)(\sqrt{2-x}+1)/1-x$

$=\lim_{x\to 1^-}(-\sqrt{2}-x-1)=-2$

$=\lim_{x\to 1^+} g(x)=\lim_{x\to 1^+}(-2x)=-2$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\lim_{x\to 1} g(x)=-2=g(1)$

Vậy g(x) liên tục tại x = 1

Giải bài 6 SBT trang 169 Toán 11 Đại số và Giải tích

Xét tính liên tục của các hàm số sau trên tập xác định của chúng:

a)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-2}{x-\sqrt{2}}, \text{ nếu } x\neq\sqrt{2}\\ 2\sqrt{2}, \text{ nếu } x=\sqrt{2}\end{cases};$$

b)

$$g(x)=\begin{cases}\frac{1-x}{(x-2)^2}, \text{ nếu } x\neq 2\\ 3, \text{ nếu } x=2\end{cases}$$

Giải:

a) $$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-2}{x-\sqrt{2}}, \text{ nếu } x\neq\sqrt{2}\\ 2\sqrt{2}, \text{ nếu } x=\sqrt{2}\end{cases};$$

Tập xác định của hàm số là D = R

- Nếu $x\neq\sqrt{2}$ thì $f(x)=x^2-2/x-\sqrt{2}$

Đây là hàm phân thức hữu tỉ nên liên tục trên các khoảng $(-\infty;\sqrt{2})$ và $(\sqrt{2};+\infty)$

- Tại $x=\sqrt{2}$:

$\lim_{x\to\sqrt{2}} f(x)=\lim_{x\to\sqrt{2}} x^2-2/x-\sqrt{2}$

$=\lim_{x\to\sqrt{2}}(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})/x-\sqrt{2}$

$=\lim_{x\to\sqrt{2}}(x+\sqrt{2})=2\sqrt{2}=f(\sqrt{2})$

Vậy hàm số liên tục tại x=√2

Kết luận: y=f(x) liên tục trên R

b) $g(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{(x-2)^2}, & \text{nếu } x \neq 2 \\ 3, & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$ có tập xác định là D = R

- Nếu x≠2 thì $g(x)=1-x/(x-2)^2$ là hàm phân thức hữu tỉ, nên nó liên tục trên các khoảng (−∞,2) và (2,+∞)

Tại x = 2: $\lim_{x\to 2} g(x)=\lim_{x\to 2} 1-x/(x-2)^2=-\infty$

Vậy hàm số y=g(x) không liên tục tại x = 2

Kết luận: y=g(x) liên tục trên các khoảng (−∞,2) và (2,+∞) nhưng gián đoạn tại x = 2

Giải bài 7 Đại số và Giải tích SBT trang 169 Toán 11

Tìm giá trị của tham số m để hàm số

$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-2}{x-2}, & \text{nếu } x \neq 2 \\ m, & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại x = 2

Giải:

m = 3

Giải bài 8 SBT Đại số và Giải tích trang 169 Toán 11

Tìm giá trị của tham số m để hàm số

$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}, & \text{nếu } x \neq 1 \\ m^2, & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$ liên tục trên $(0; +\infty)$

Giải:

m=±12

Giải bài 9 SBT trang 169 Đại số và Giải tích Toán 11

Chứng minh rằng phương trình

a) $x^5-3x-7=0$ luôn có nghiệm;

b) $\cos 2x=\sin x-2$ có ít nhất hai nghiệm trong khoảng $(-\pi/6;\pi)$;

c) $\sqrt{x^3+6x+1}-2=0$ có nghiệm dương.

Giải:

a) Xét $f(x)=x^5-3x-7$ và hai số 0; 2.

b) Xét $f(x)=\cos 2x-2\sin x+2f$ trên các khoảng $(-\pi/6;\pi/2),(\pi/2;\pi)$

c) Ta có,

$\sqrt{x^3+6x+1}-2=0$

$\Leftrightarrow x^3+6x+1=4$

$\Leftrightarrow x^3+6x-3=0$

Hàm số $f(x)=x^3+6x-3$ liên tục trên R nên liên tục trên đoạn [0; 1] (1)

Ta có $f(0)f(1)=-3.4$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra phương trình $x^3+6x-3=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc (0; 1)

Do đó, phương trình $\sqrt{x^3+6x+1}-2=0$ có ít nhất một nghiệm dương.

Giải bài 10 trang 169 Đại số và Giải tích Toán lớp 11 SBT

Phương trình $x^4-3x^2+1=0$ có nghiệm hay không trong khoảng (-1; 3)?

Giải:

Hướng dẫn: Xét $f(x)=x^4-3x^3+1=0$ trên đoạn [-1; 1]

Trả lời: Có.