

Giải bài 7 trang 189 SBT Toán lớp 10 tập 1

Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Xác định dấu của các giá trị lượng giác sau

a) $\cos(\alpha - \frac{\pi}{2})$;

b) $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha)$;

c) $\tan(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$;

d) $\cot(\alpha + \pi)$

Lời giải:

a) Với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ thì $\frac{\pi}{2} < \alpha - \frac{\pi}{2} < \pi$, do đó $\cos(\alpha - \frac{\pi}{2}) < 0$.

b) $\frac{3\pi}{2} < \frac{\pi}{2} + \alpha < 2\pi$ nên $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) < 0$

c) $0 < \frac{3\pi}{2} - \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\tan(\frac{3\pi}{2} - \alpha) > 0$

d) $\pi < \alpha + \pi < \frac{5\pi}{2}$ nên $\cot(\alpha + \pi) > 0$

Giải sách bài tập Toán lớp 10 tập 1 bài 8 trang 189

Chứng minh rằng với mọi α , ta luôn có

a) $\sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) = \cos \alpha$;

b) $\cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) = -\sin \alpha$;

c) $\tan(\alpha + \frac{\pi}{2}) = -\cot \alpha$;

d) $\cot(\alpha + \frac{\pi}{2}) = -\tan \alpha$.

Lời giải:

$$a) \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - (-\alpha)\right) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

$$b) \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - (-\alpha)\right) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$

$$c) \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{\cos\alpha}{-\sin\alpha} = -\cot\alpha$$

$$d) \cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)}{\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{-\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\tan\alpha$$

Giải Toán lớp 10 SBT tập 1 bài 9 trang 189

Tính các giá trị lượng giác của góc α , nếu

$$a) \cos\alpha = -\frac{1}{4}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$$

$$b) \sin\alpha = \frac{2}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$

$$c) \tan\alpha = \frac{7}{3}, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$d) \cot\alpha = -\frac{14}{9}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$$

Lời giải:

$$a) \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin\alpha < 0$$

$$\text{Vậy } \sin\alpha = -\sqrt{1 - \cos^2\alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{16}} = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \sqrt{15}, \cot\alpha = \frac{1}{\sqrt{15}}$$

$$b) \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos\alpha < 0$$

$$\text{Vậy } \cos\alpha = -\sqrt{1 - \sin^2\alpha} = -\sqrt{1 - \frac{4}{9}} = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$c) 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha > 0, \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{49}{9}}} = \frac{3}{\sqrt{58}}$$

Vậy

$$\sin \alpha = \cos \alpha \tan \alpha = \frac{7}{\sqrt{58}}, \cot \alpha = \frac{3}{7}$$

$$d) \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \sin \alpha < 0, \sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha}$$

$$\text{Vậy } \sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{196}{81}}} = -\frac{9}{\sqrt{277}}$$

$$\cos \alpha = \sin \alpha \cot \alpha = \frac{14}{\sqrt{277}}, \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = -\frac{9}{14}$$

Giải bài 10 trang 189 Toán lớp 10 SBT tập 1

Biết $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính

$$a) A = \frac{2 \tan \alpha - 3 \cot \alpha}{\cos \alpha + \tan \alpha}$$

$$b) B = \frac{\cos^2 \alpha + \cot^2 \alpha}{\tan \alpha - \cot \alpha}$$

Lời giải:

$$a) \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha < 0$$

$$\text{Ta có: } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{9}{16}} = -\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{3}{\sqrt{7}}, \cot \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{-\frac{6}{\sqrt{7}} + \sqrt{7}}{-\frac{\sqrt{7}}{4} - \frac{3}{\sqrt{7}}} = -\frac{4}{19}$$

$$b) B = \frac{\frac{7}{16} + \frac{7}{9}}{-\frac{3}{\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}} = \frac{\frac{7 \times 25}{144}}{-\frac{2}{3\sqrt{7}}} = -\frac{175\sqrt{7}}{96}$$

Giải bài 11 trang 189 Toán SBT lớp 10 tập 1

Cho $\tan \alpha - 3 \cot \alpha = 6$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính

a) $\sin \alpha + \cos \alpha$

b) $\frac{2 \sin \alpha - \tan \alpha}{\cos \alpha + \cot \alpha}$

Lời giải:

Vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

Nên $\cos \alpha < 0, \sin \alpha < 0$ và $\tan \alpha > 0$

Ta có: $\tan \alpha - 3 \cot \alpha = 6 \Leftrightarrow \tan \alpha - \frac{3}{\tan \alpha} - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \tan^2 \alpha - 6 \tan \alpha - 3 = 0$$

Vì $\tan \alpha > 0$ nên $\tan \alpha = 3 + 2\sqrt{3}$

$$a) \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{22 + 12\sqrt{3}}$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{22 + 12\sqrt{3}}}, \sin \alpha = -\frac{3 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{22 + 12\sqrt{3}}}$$

Suy ra

$$\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{4 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{22 + 12\sqrt{3}}}$$

$$\text{Vậy } \sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{4 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{22 + 12\sqrt{3}}}$$

$$\frac{2 \sin \alpha - \tan \alpha}{\cos \alpha + \cot \alpha} = \frac{\sin \alpha \left(2 - \frac{1}{\cos \alpha}\right)}{\cos \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha}\right)}$$

$$= \tan \alpha \cdot \frac{2 \cos \alpha - 1}{\cos \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + 1} = \tan^2 \alpha \cdot \frac{2 \cos \alpha - 1}{\sin \alpha + 1}$$

$$(3 + 2\sqrt{3})^2 \cdot \frac{-\frac{2}{\sqrt{22 + 12\sqrt{3}}}}{-\frac{3 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{22 + 12\sqrt{3}}} + 1}$$

$$= (21 + 12\sqrt{3}) \cdot \frac{2 + \sqrt{22 + 12\sqrt{3}}}{3 + 2\sqrt{3} - \sqrt{22 + 12\sqrt{3}}}$$

Giải Toán sách bài tập lớp 10 tập 1 bài 12 trang 189

Chứng minh các đẳng thức

$$a) \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{\cot \beta - \cot \alpha} = \tan \alpha \tan \beta$$

$$b) \tan 100^\circ + \frac{\sin 530^\circ}{1 + \sin 640^\circ} = \frac{1}{\sin 10^\circ}$$

$$c) 2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) + 1 = 3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)$$

Lời giải:

a)

$$\frac{\tan \alpha - \tan \beta}{\cot \beta - \cot \alpha} = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{\frac{1}{\tan \beta} - \frac{1}{\tan \alpha}}$$

$$= \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{\frac{\tan \alpha - \tan \beta}{\tan \alpha \tan \beta}} = \tan \alpha \tan \beta$$

b)

$$\tan 100^\circ + \frac{\sin 530^\circ}{1 + \sin 640^\circ}$$

$$= \tan(90^\circ + 10^\circ) + \frac{\sin(360^\circ + 170^\circ)}{1 + \sin(720^\circ - 80^\circ)}$$

$$= -\cot 10^\circ + \frac{\sin 170^\circ}{1 - \sin 80^\circ}$$

$$= -\frac{\cos 10^\circ}{\sin 10^\circ} + \frac{\sin 10^\circ}{1 - \cos 10^\circ}$$

$$= \frac{-\cos 10^\circ + \cos^2 10^\circ + \sin^2 10^\circ}{\sin 10^\circ(1 - \cos 10^\circ)} = \frac{1}{\sin 10^\circ}$$

c)

$$2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) + 1$$

$$= 2(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x) + 1$$

$$= 2(\sin^4 x + \cos^4 x) + (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x$$

$$= 2(\sin^4 x + \cos^4 x) + (\sin^4 x + \cos^4 x)$$

$$= 3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)$$

Giải bài 13 SBT Toán lớp 10 tập 1 trang 190

Cho $\tan \alpha + \cos \alpha = m$, hãy tính theo m

a) $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$

b) $\tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha$

Lời giải:

a)

$$\begin{aligned} & \tan^2\alpha + \cot^2\alpha \\ &= (\tan\alpha + \cot\alpha)^2 - 2\tan\alpha\cot\alpha = m^2 - 2 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & \tan^3\alpha + \cot^3\alpha \\ &= (\tan\alpha + \cot\alpha)(\tan^2\alpha - \tan\alpha\cot\alpha + \cot^2\alpha) \\ &= m(m^2 - 3) \end{aligned}$$

Giải sách bài tập Toán lớp 10 tập 1 bài 14 trang 190

Không dùng bảng số và máy tính, rút gọn các biểu thức

a) $A = \tan 18^\circ \tan 288^\circ + \sin 32^\circ \sin 148^\circ - \sin 302^\circ \sin 122^\circ$

b) $B = \frac{1 + \sin^4\alpha - \cos^4\alpha}{1 - \sin^6\alpha - \cos^6\alpha}$

Gợi ý làm bài

a)

$$\begin{aligned} A &= \tan(90^\circ - 72^\circ) \tan(360^\circ - 72^\circ) + \sin 32^\circ \sin(180^\circ - 32^\circ) - \sin(360^\circ - 58^\circ) \sin(180^\circ - 58^\circ) \\ &= \cot 72^\circ (-\tan 72^\circ) + \sin^2 32^\circ + \sin^2 58^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cot 72^\circ (-\tan 72^\circ) + \sin^2 32^\circ + \sin^2 58^\circ \\ &= -1 + \sin^2 32^\circ + \cos^2 32^\circ \\ &= -1 + 1 = 0 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} B &= \frac{1 + (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)(\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)}{1 - (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)(\sin^4\alpha - \sin^2\alpha\cos^2\alpha + \cos^4\alpha)} \\ &= \frac{1 + \sin^2\alpha - \cos^2\alpha}{1 - [(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)^2 - 3\sin^2\alpha\cos^2\alpha]} \\ &= \frac{3\sin^2\alpha}{3\sin^2\alpha\cos^2\alpha} = \frac{2}{3}(1 + \tan^2\alpha) \end{aligned}$$

Giải bài 15 trang 190 Toán SBT lớp 10 tập 1

Chứng minh rằng với mọi α làm cho biểu thức $\frac{\sin \alpha + \tan \alpha}{\cos \alpha + \cot \alpha}$ có nghĩa, biểu thức đó không thể là một số âm.

Lời giải:

Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha + \tan \alpha}{\cos \alpha + \cot \alpha} &= \frac{\sin \alpha \left(1 + \frac{1}{\cos \alpha}\right)}{\cos \alpha \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha}\right)} \\ &= \frac{\sin^2 \alpha (1 + \cos \alpha)}{\cos^2 \alpha (1 + \sin \alpha)} \end{aligned}$$

Vì $1 + \cos \alpha \geq 0$ và $1 + \sin \alpha \geq 0$ cho nên biểu thức đã cho không thể có giá trị là một số âm.