SỞ GD&ĐT TUYÊN QUANG

TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 3 NĂM HỌC 2020 - 2021

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Mã đề 101

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm./.

Họ và tên học sinh: . . . . SBD: . . . . Lớp: . . . .

Câu 1: Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a+(b+i)i=1+2i$.

A. $a=0,b=2$ **B.** $a=1,b=2$. **C.** $a=0,b=1$. **D.** $a=\dfrac{1}{2},b=1$.

Câu 2: Hàm số $y=3^x$ có đạo hàm là

A. $y'=3^x$. **B.** $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$. **C.** $y'=x.3^{x-1}$. **D.** $y'=3^x\ln 3$.

Câu 3: Mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ có tọa độ tâm I là

A. $(1;-2;-1)$ **B.** $(-1;2;1)$ **C.** $(1;-2;1)$ **D.** $(1;2;1)$

Câu 4: Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V=\dfrac{1}{3}Bh.$ **B.** $V=\dfrac{1}{6}Bh.$ **C.** $V=Bh.$ **D.** $V=\dfrac{1}{2}Bh.$

Câu 5: Thể tích của khối cầu có bán kính b bằng

A. $\dfrac{4\pi b^3}{3}$ **B.** $4\pi b^3$ **C.** $\dfrac{\pi b^3}{3}$ **D.** $2\pi b^3$

Câu 6: Cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3;0;0)$ **B.** $N(0;-1;1)$ **C.** $P(0;-1;0)$ **D.** $Q(0;0;1)$

Câu 7: Đường thẳng $d:\dfrac{2-x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;1)$ **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;1;0)$ **C.** $\overrightarrow{u_1}=(2;1;1)$ **D.** $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;0)$

Câu 8: Số cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc bằng

A. 6^6 **B.** $4!$ **C.** 6. **D.** 6!.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đạt cực đại tại điểm.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

A. $x = 5$ **B.** $x = 1$ **C.** $x = 0.$ **D.** $x = 2$

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

A. $x^3 + C$ **B.** $x^3 + x + C$ **C.** $6x + C$ **D.** $\dfrac{x^3}{3} + x + C$

Câu 11: Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là

A. $\overline{z} = -2 + i$ **B.** $\overline{z} = -2 - i$ **C.** $\overline{z} = 2 - i$ **D.** $\overline{z} = 2 + i$

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

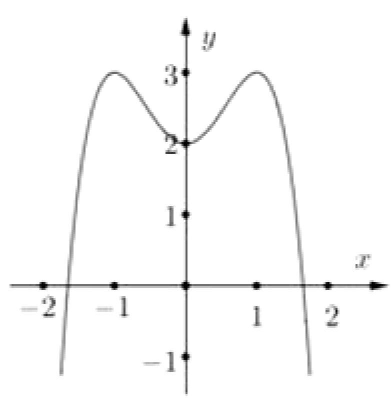
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 13: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_{10}.

A. $u_{10} = 28$ **B.** $u_{10} = -2.3^9$ **C.** $u_{10} = -29$ **D.** $u_{10} = 25$

Câu 14: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số



A. $y=-x^4+2x^2+2.$ **B.** $y=x^3-3x^2+2.$ **C.** $y=-x^3+3x^2+2.$ **D.** $y=x^4-2x^2+2$

Câu 15: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-4x}{2x-1}$?

A. $y=\dfrac{1}{2}$ **B.** $y=2$ **C.** $y=4$ **D.** $y=-2$

Câu 16: Cho khối nón có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 16π **B.** 48π **C.** 36π **D.** 4π

Câu 17: Tích phân $\int\limits_0^3 \dfrac{dx}{x+3}$ bằng

A. $\dfrac{2}{15}$ **B.** $\log\dfrac{5}{3}$ **C.** $\ln\dfrac{5}{3}$ **D.** $\dfrac{16}{225}$

Câu 18: Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a)=3\log a$ **B.** $\log(3a)=\dfrac{1}{3}\log a$ **C.** $\log a^3=3\log a.$ **D.** $\log a^3=\dfrac{1}{3}\log a.$

Câu 19: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z=3-2i$?

A. $Q(2;-3)$ **B.** $P(-3;2)$ **C.** $N(3;-2)$ **D.** $M(-2;3)$

Câu 20: Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-x+2\right)=1$ là

A. $\{1\}$ **B.** $\{0\}$ **C.** $\{0;1\}$ **D.** $\{-1;0\}$

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(x^2+5\right)\le 2$ là

A. $[3;+\infty)$ **B.** $(-\infty;3]$ **C.** $[-8;8]$ **D.** $[-2;2]$

Câu 22: Một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng đi qua ba điểm $M(1;0;0), N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$ là

A. $\vec{u}=(1;-2;1).$ **B.** $\vec{u}=(1;-1;2)$ **C.** $\vec{u}=(2;-2;1)$ **D.** $\vec{u}=(1;1;2)$

Câu 23: Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-5)$, vuông góc với giá của hai vecto $\vec{a}=(1;0;1)$ và $\vec{b}=(4;1;-1)$ có phương trình:

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-5}{-1}.$ **B.** $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-5}{1}$

C. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+5}{1}$ **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z-1}{-5}$

Câu 24: Công thức tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $V=\pi rh.$ **B.** $V=\pi r^2h$ **C.** $V=\dfrac{1}{3}\pi rh.$ **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h.$

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, tam giác ABD đều cạnh bằng $a\sqrt{2}, SA=\frac{3a\sqrt{2}}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 60^0 **B.** 45^0 **C.** 30^0 **D.** 90^0

Câu 26: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 2022. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $1011\sqrt{3}$ **B.** $2022\sqrt{3}$ **C.** $2022\sqrt{2}$ **D.** $1011\sqrt{2}$

Câu 27: Điểm nào dưới đây nằm trên đường thẳng $d:\frac{x-1}{-2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-4}{5}$?

A. $N(1;3;-4)$ **B.** $P(-2;1;5)$ **C.** $M(-1;-2;9)$ **D.** $Q(3;-4;5)$

Câu 28: Cho ba điểm $M(-1;3;2), N(2;1;-4)$ và $P(5;-1;8)$. Trọng tâm của tam giác MNP có tọa độ

A. $(2;0;-2)$ **B.** $(1;0;-1)$ **C.** $(2;1;2)$ **D.** $(2;1;1)$

Câu 29: Chọn ngẫu nhiên một số trong 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số nguyên tố bằng

A. $\frac{9}{17}$ **B.** $\frac{6}{17}$ **C.** $\frac{8}{17}$ **D.** $\frac{7}{17}$

Câu 30: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x-6$ trên đoạn $[0;3]$. Hiệu $M-m$ bằng

A. 4 **B.** 20 **C.** 6 **D.** 18

Câu 31: Một khối lập phương có thể tích bằng 27 thì độ dài cạnh của hình lập phương đó bằng

A. 16. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 9.

Câu 32: Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r=5cm$ và độ dài đường sinh $l=4cm$ bằng

A. $40\pi cm^3$ **B.** $40\pi cm^2$ **C.** $20\pi cm^3$ **D.** $20\pi cm^2$

Câu 33: Cho $a,b\in\mathbb{R}$ thỏa mãn $\frac{a+bi}{1-i}=3+2i$. Giá trị của tích ab bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 34: Mặt cầu $(S):(x+2)^2+y^2+(z-3)^2=2021$ có tọa độ tâm là

A. $(-2;0;3)$ **B.** $(2;0;3)$ **C.** $(-2;0;-3)$ **D.** $(2;0;-3)$

Câu 35: Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy $B=9$ và chiều cao $h=8$ bằng

A. 36 **B.** 24 **C.** 72 **D.** 17

Câu 36: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+x^2+x-2021.$ **B.** $y=x^4+3x^2-2.$

C. $y=\dfrac{x+2}{x-1}.$ **D.** $y=-x^3+3x^2-3x-1.$

Câu 37: Nếu $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $\int\limits_0^1\left[2021-f(x)\right]dx$ bằng

A. 2020 **B.** 2022 **C.** 2021 **D.** 2019

Câu 38: Mặt cầu tâm $I(5;3;-2)$ và đi qua $A(3;-1;2)$ có phương trình

A. $(x-5)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=36.$ **B.** $(x-5)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=6$

C. $(x+5)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=36$ **D.** $(x+5)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=6$

Câu 39: Cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-4)^2=20$. Từ điểm $A(0;0;-1)$ kẻ các tiếp tuyến tới mặt cầu (S) với các tiếp điểm nằm trên đường tròn (C). Từ điểm M di động ngoài mặt cầu (S) nằm trong mặt phẳng (α) chứa (C), kẻ các tiếp tuyến tới mặt cầu (S) với các tiếp điểm nằm trên đường tròn (C'). Biết rằng, khi bán kính đường tròn (C') gấp đôi bán kính đường tròn (C) thì M luôn nằm trên một đường tròn (T) cố định. Bán kính đường tròn (T) bằng.

A. $2\sqrt{21}.$ **B.** $\sqrt{34}.$ **C.** $\sqrt{10}.$ **D.** $5\sqrt{2}.$

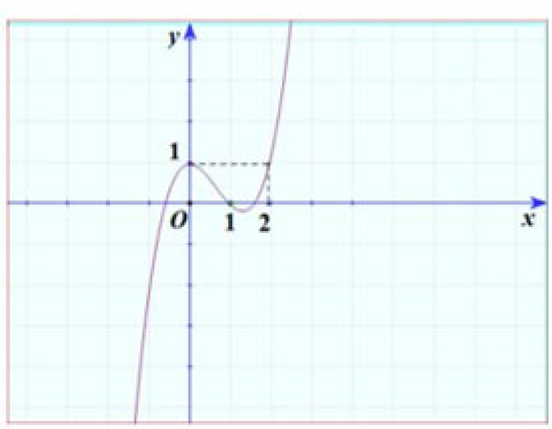
Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho ứng với mỗi m luôn có ít hơn 4041 số nguyên x thỏa mãn $(\log_3 x-m)(\log_3(x+4)-1)<0$?

A. 6. **B.** 11. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 2 liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn số nguyên x thỏa mãn $f'(1)=2021, f(1-x)+x^2f''(x)=3x, \forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int\limits_0^1 xf'(x)dx$

A. 674. **B.** 673. **C.** $\dfrac{2021}{3}.$ **D.** $\dfrac{2020}{3}.$

Câu 42: Cho hàm số bậc bốn $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\,(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$, biết $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=-1$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ hình vẽ. Hàm số $g(x)=\left|2f(x)-x^2+2x\right|$ đồng biến trên khoảng

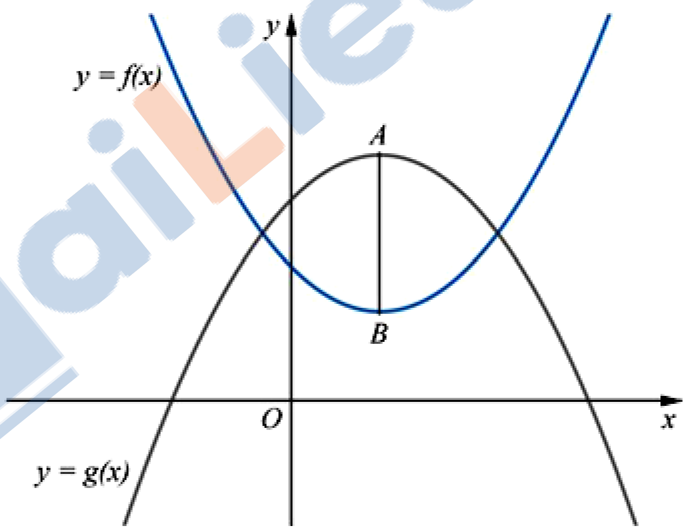


A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;2)$ **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 43: Cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+5}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}, d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$ và $A(1;0;0)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 tại điểm M và N. Tính $S=AM^2+AN^2$.

A. $S=25$. **B.** $S=20$. **C.** $S=30$. **D.** $S=33$.

Câu 44: Cho hai hàm đa thức $y=f(x), y=g(x)$ có đồ thị là các đường cong như hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng một điểm cực trị là B, đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng một điểm cực trị là A và $AB=\dfrac{7}{4}$. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-2021;2021)$ để hàm số $y=\left|\left|f(x)-g(x)\right|+m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị?



A. 2019 **B.** 2021 **C.** 2022 **D.** 2020

Câu 45: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2-5x+3 & \text{khi } x\ge 7 \\ 2x+3 & \text{khi } x<7 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^{\ln 4} f(2e^x+3)e^x dx$ bằng

A. $\dfrac{1148}{3}$ **B.** $\dfrac{220}{3}$ **C.** $\dfrac{115}{3}$ **D.** $\dfrac{287}{3}$

Câu 46: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=|z+\overline{z}|=2$?

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$, có $SA\perp(ABC); AB=6, BC=7, CA=8$. Góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{315\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\frac{105\sqrt{3}}{8}$ **C.** $\frac{105\sqrt{5}}{8}$ **D.** $\frac{315\sqrt{5}}{8}$

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn $\ln\frac{x+1}{5y+1}\le 25y^4+10y^3-x^2y^2-2y^2x$, với $y\le 2022$?

A. 10246500 **B.** 10226265 **C.** 2041220 **D.** 10206050

Câu 49: Cho số phức z thỏa mãn $|z-\overline{z}|+|z+\overline{z}|\le 6$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z-2+3i|^2+|z+4-13i|^2$ bằng

A. 156 **B.** 155 **C.** 146 **D.** 147

Câu 50: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=6, AD=8$. Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục AC bằng

A. $\frac{4271\pi}{80}$ **B.** $\frac{4269\pi}{40}$ **C.** $\frac{4271\pi}{40}$ **D.** $\frac{4269\pi}{80}$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1-B	**2-D**	**3-B**	**4-A**	**5-A**	**6-B**	**7-A**	**8-D**	**9-D**	**10-B**
11-C	**12-D**	**13-D**	**14-A**	**15-D**	**16-A**	**17-C**	**18-C**	**19-C**	**20-C**
21-D	**22-C**	**23-B**	**24-B**	**25-A**	**26-A**	**27-C**	**28-C**	**29-D**	**30-B**
31-B	**32-D**	**33-A**	**34-A**	**35-C**	**36-D**	**37-A**	**38-A**	**39-A**	**40-C**
41-D	**42-C**	**43-D**	**44-A**	**45-D**	**46-C**	**47-B**	**48-B**	**49-A**	**50-B**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Ta có $2a+(b+i)i=1+2i \Leftrightarrow (2a-1)+bi=1+2i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-1=1 \\ b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}.$

Chọn B.

Câu 2:

Ta có $y'=(3^x)'=3^x\ln 3.$

Chọn D.

Câu 3:

Mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ có tọa độ tâm $I(-1;2;1).$

Chọn B.

Câu 4:

Thể tích của khối chóp là $V=\frac{1}{3}Bh.$

Chọn A.

Câu 5:

Thể tích của khối cầu là $\frac{4\pi b^3}{3}.$

Chọn A.

Câu 6:

Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $N(0;-1;1).$

Chọn B.

Câu 7:

Ta có phương trình đường thẳng d viết dưới dạng chính tắc là: $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$

Do đó một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;1)$.

Chọn A.

Câu 8:

Số cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc bằng $P_6=6!$.

Chọn D.

Câu 9:

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$.

Chọn D.

Câu 10:

$\int f(x)dx=\int(3x^2+1)dx=x^3+x+C.$

Chọn B.

Câu 11:

Số phức liên hợp của số phức $z=2+i$ là $\overline{z}=2-i.$

Chọn C.

Câu 12:

Quan sát bảng xét dấu đạo hàm ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ mà $(-\infty;-2)\subset(-\infty;-1)$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)$.

Chọn D.

Câu 13:

Ta có: $u_{10}=u_1+9d=(-2)+9.3=25.$

Chọn D.

Câu 14:

Nhìn vào hình dáng đồ thị loại được B và C.

Nhánh cuối của đồ thị đi xuống nên hệ số $a<0$ nên chọn A.

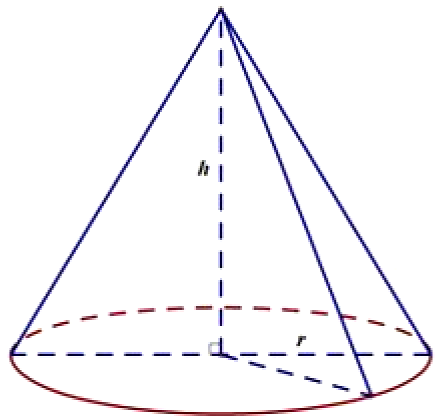
Chọn A.

Câu 15:

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1-4x}{2x-1}=-2$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1-4x}{2x-1}=-2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-2.$

Chọn D.

Câu 16:



Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi .4^2.3 = 16\pi .$

Chọn A.

Câu 17:

$\int\limits_0^2 \frac{dx}{x+3} = \left(\ln|x+3|\right)\Big|_0^2 = \ln 5 - \ln 3 = \ln\frac{5}{3}.$

Chọn C.

Câu 18:

$\log a^3 = 3\log a.$

Chọn C.

Câu 19:

Điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 2i$ là $N(3;-2)$.

Chọn C.

Câu 20:

Ta có: $\log_2\left(x^2 - x + 2\right) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right..$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{0;1\}$.

Chọn C.

Câu 21:

Ta có: $\log_3\left(x^2 + 5\right) \le 2 \Leftrightarrow x^2 + 5 \le 9 \Leftrightarrow x^2 - 4 \le 0 \Leftrightarrow -2 \le x \le 2.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[-2;2]$.

Chọn D.

Câu 22:

Ta có $\overrightarrow{MN}=(-1;-1;0),\overrightarrow{NP}=(0;1;2)$

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{NP}\right]=(-2;2;-1)$.

Vậy một vectơ có hướng của mặt phẳng đi qua ba điểm trên là: $\vec{u}=(2;-2;1)$.

Chọn C.

Câu 23:

Vì đường thẳng vuông góc với giá của hai vectơ $\vec{a}=(1;0;1)$ và $\vec{b}=(4;1;-1)$ nên một vectơ chỉ phương của đường thẳng là: $\vec{u}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-1;5;1)$.

Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-5)$, có dạng $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{5}=\frac{z+5}{1}$.

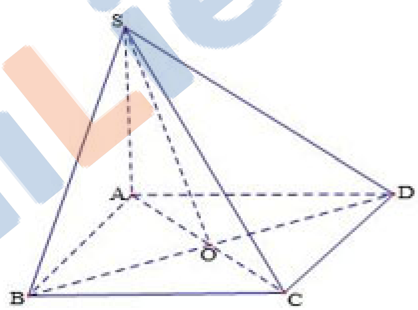
Chọn B.

Câu 24:

Công thức tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là $V=\pi r^2h$.

Chọn B.

Câu 25:



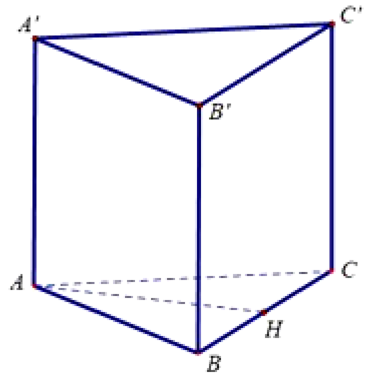
Ta có AO là hình chiếu vuông góc của SO trên $mp(ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc giữa SO và AO

Xét tam giác SAO vuông tại A có $SA=\frac{3a\sqrt{2}}{2};AO=\frac{a\sqrt{6}}{2}$

$$\tan\widehat{SOA}=\frac{SA}{OA}=\frac{\frac{3a\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{6}a}{2}}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SOA}=60^0.$$

Chọn A.

Câu 26:



Gọi H là trung điểm của BC.

Ta có $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AH \perp (BB'C'C)$

$\Rightarrow d\left(A,(BCC'B')\right) = AH = 1011\sqrt{3}$.

Chọn A.

Câu 27:

Thử A: Thế tọa độ điểm $N(1;3;-4)$ vào phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{5}$ ta được: $\frac{1-1}{-2} = \frac{3+3}{1} = \frac{-4-4}{5}$ (sai) $\Rightarrow N \notin d$.

Thử B: Thế tọa độ điểm $P(-2;1;5)$ vào phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{5}$ ta được: $\frac{-2-1}{-2} = \frac{1+3}{1} = \frac{5-4}{5}$ (sai) $\Rightarrow P \notin d$.

Thử C: Thế tọa độ điểm $M(-1;-2;9)$ vào phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{5}$ ta được: $\frac{-1-1}{-2} = \frac{-2+3}{1} = \frac{9-4}{5}$ (đúng) $\Rightarrow M \in d$.

Chọn C.

Câu 28:

Gọi G là trọng tâm của tam giác MNP, ta có $\begin{cases} x_G = \frac{x_M + x_N + x_P}{3} \\ y_G = \frac{y_M + y_N + y_P}{3} \\ z_G = \frac{z_M + z_N + z_P}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{-1+2+5}{3} \\ y_G = \frac{3+1-1}{3} \\ z_G = \frac{2-4+8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 2 \\ y_G = 1 \\ z_G = 2 \end{cases} \Rightarrow G(2;1;2)$.

Vậy tọa độ trọng tâm tam giác MNP là $(2;1;2)$.

Chọn C.

Câu 29:

Chọn ngẫu nhiên một số trong 17 số nguyên dương có $C_{17}^1 = 17$ cách $\Rightarrow$ Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 17$.

Gọi A: "chọn được số nguyên tố" $\Rightarrow A = \{2;3;5;7;11;13;17\} \Rightarrow n(A) = 7$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{7}{17}$.

Chọn D.

Câu 30:

Ta có $y' = 3x^2 - 3$. Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \notin (0;3) \\ x = 1 \in (0;3) \end{array}\right.$.

Do $y(0) = -6; y(1) = -8; y(3) = 12$ nên $M = \max\limits_{[0;3]} y = 12; m = \min\limits_{[0;3]} y = -8$.

Vậy $M - m = 20$.

Chọn B.

Câu 31:

Gọi độ dài cạnh của hình lập phương là a.

Thể tích hình lập phương là: $V = a^3 = 27 \Rightarrow a = 3$.

Vậy độ dài cạnh của hình lập phương là $a = 3$.

Chọn B.

Câu 32:

Ta có: $S_{xq} = \pi rl = \pi.5.4 = 20\pi\left(cm^2\right)$.

Chọn D.

Câu 33:

Ta có: $\dfrac{a+bi}{1-i} = 3 + 2i \Leftrightarrow a + bi = (3+2i).(1-i) = 5 - i \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = -1 \end{cases}$.

Nên $ab = -5$.

Chọn A.

Câu 34:

Mặt cầu $(S):(x+2)^2+y^2+(z-3)^2=2021$ có tọa độ tâm là $(-2;0;3)$.

Chọn A.

Câu 35:

Ta có $V=B.h=9.8=72$.

Chọn C.

Câu 36:

Ta có hàm số $y=-x^3+3x^2-3x-1$ có $y'=-3x^2+6x-3=-3(x^2-2x+1)=-3(x-1)^2\le 0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$y'=0\Leftrightarrow x=1$.

$\Rightarrow y=-x^3+3x^2-3x-1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn D.

Câu 37:

Ta có: $\int_0^1\left[2021-f(x)\right]dx=\left(2021x-x^2\right)\Big|_0^1=2020$.

Chọn A.

Câu 38:

Mặt cầu tâm $I(5;3;-2)$ đi qua $A(3;-1;2)$ có bán kính

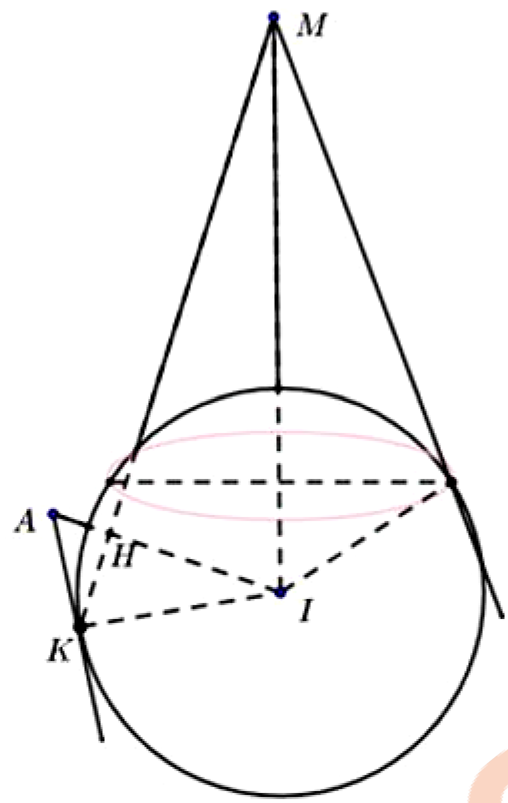
$R=\left|\overrightarrow{IA}\right|=\sqrt{(5-3)^2+(3+1)^2+(-2-2)^2}=6$

Phương trình mặt cầu là: $(x-5)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=36$.

Chọn A.

Câu 39:

Mặt cầu tâm $I(0;0;4)$ và bán kính $R=2\sqrt{5}$.



Ta có $\overrightarrow{IA}=(0;0;-5)\Rightarrow IA=5$. Gọi H là tâm đường tròn (C) và K là tiếp điểm của một tiếp tuyến kẻ từ A ta có $AK=\sqrt{AI^2-IK^2}=\sqrt{5^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{5}$.

Do đó bán kính đường tròn (C) là: $r_C=HK=\dfrac{AK.IK}{AI}=\dfrac{\sqrt{5}.2\sqrt{5}}{5}=2$.

Vì bán kính đường tròn (C') gấp đôi bán kính đường tròn (C) nên ta có $r_C=4\Rightarrow IM=10$.

Tam giác IHK vuông tại H nên $IH=\sqrt{IK^2-HK^2}=\sqrt{20-2^2}=4$.

$\Rightarrow HM=\sqrt{IM^2-IH^2}=\sqrt{10^2-4^2}=2\sqrt{21}$.

Do H là tâm đường tròn (C) cố định, M di động nằm trên mặt phẳng (α) do đó M thuộc đường tròn tâm H bán kính $HM=2\sqrt{21}$.

Chọn A.

Câu 40:

Điều kiện: $x>0$. Với $x>0$ ta có $\log_3(x+4)-1>0$ nên $(\log_3 x-m)(\log_3(x+4)-1)<0$ xảy ra khi $\log_3 x-m<0\Leftrightarrow 0<x<3^m$. Theo giả thiết suy ra $3^m\le 4041\Leftrightarrow m<\log_3 4041\simeq 7,56$.

Do m nguyên dương suy ra $m\in\{1,2,3,4,5,6,7\}$.

Chọn C.

Câu 41:

Ta có $f\left(1-x\right)+x^2f''\left(x\right)=2x,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow f\left(1\right)=0.$ Ta có

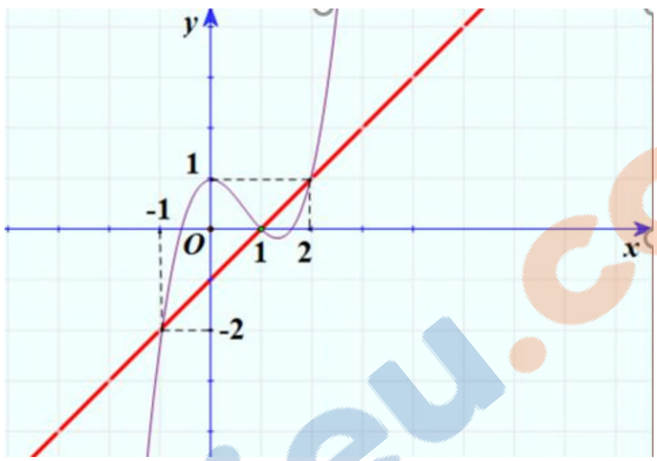
$$\int_0^1\left(f\left(1-x\right)+x^2f''\left(x\right)\right)dx=\int_0^1 2xdx=1\Rightarrow 1=\int_0^1\left(f\left(x\right)+x^2f''\left(x\right)\right)dx \text{ (Do } \int_0^1 f\left(x\right)dx=\int_0^1 f\left(1-x\right)dx\text{).}$$

Ta có:

$$I=\int_0^1 f\left(x\right)dx+\int_0^1 x^2f''\left(x\right)dx=xf\left(x\right)\Big|_0^1-I+x^2f'\left(x\right)\Big|_0^1-2I=2021-3I\Rightarrow I=\frac{2020}{3}.$$

Chọn D.

Câu 42:



Ta có $f'\left(x\right)=4ax^3+3bx^2+2cx+d;f''\left(x\right)=12ax^2+6bx+2c.$ Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases}f'\left(0\right)=1\\f''\left(0\right)=0\\f'\left(2\right)=1\\f'\left(1\right)=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}d=1\\c=0\\a=\dfrac{1}{4}\\b=\dfrac{-2}{3}\end{cases}$$. Suy ra $f'\left(x\right)=x^3-2x^2+1;f\left(x\right)=\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}+x-\frac{275}{192}.$

Xét hàm số $h\left(x\right)=2f\left(x\right)-x^2+2x$ ta có $h'\left(x\right)=2f'\left(x\right)-2x+2\Rightarrow h'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\\x=1\end{array}\right.$.

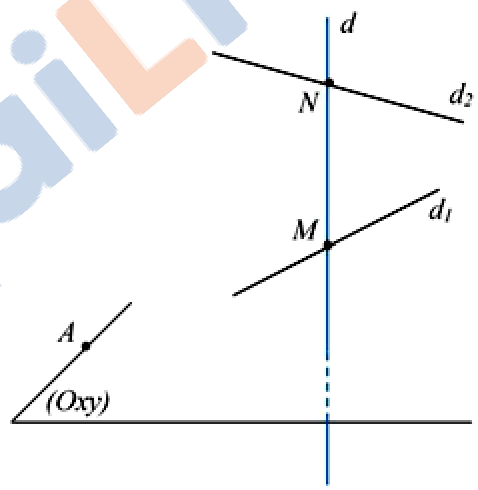
Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{-193}{32}$	$\nearrow$	$-\frac{67}{96}$	$\searrow$	$\frac{-49}{32}$	$\nearrow$	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$ 0 $\nearrow$	$\frac{193}{32}$	$\searrow$	$\frac{67}{96}$	$\nearrow$	$\frac{49}{32}$	$\searrow$ 0 $\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(1;2)$.

Chọn C.

Câu 43:



* Gọi $M \equiv d \cap d_1$ và $N \equiv d \cap d_2$. Khi đó: $M\left(-5+3t_1;t_1;-1-2t_1\right)$ và $N\left(t_2;2t_2;-1+t_2\right)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(t_2 - 3t_1 + 5;2t_2 - t_1;t_2 + 2t_1\right)$.

* $d \perp (Oxy)$ và $M, N \in d \Rightarrow \overrightarrow{MN} \perp (Oxy) \Rightarrow \overrightarrow{MN}$ là một vectơ pháp tuyến của (Oxy).

Mặt khác mặt phẳng (Oxy) có một vectơ pháp tuyến: $\vec{n}_{(Oxy)} = \vec{k} = (0;0;1)$.

Do đó: $\overrightarrow{MN}$ và $\vec{k}$ là hai vectơ cùng phương $\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = h.\vec{k}$ hay tương đương với hệ:

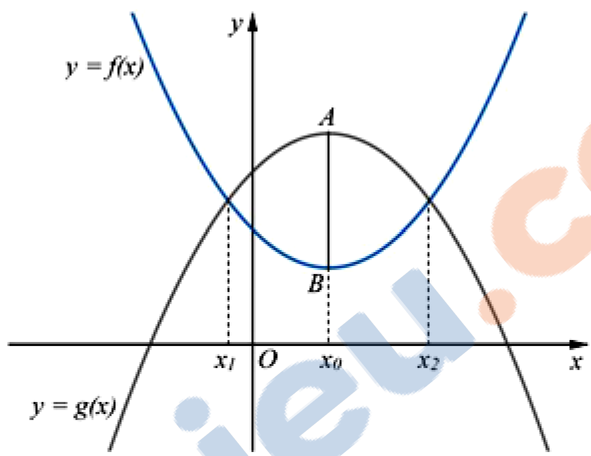
$\begin{cases} t_2 - 3t_1 + 5 = 0 \\ 2t_2 - t_1 = 0 \\ t_2 + 2t_1 = h \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = 1 \\ t_1 = 2 \\ h = 5 \end{cases}$. Do đó: $M(1;2;-5), N(1;2;0)$.

* Ta có: $\overrightarrow{AM} = (0;2;-5), AM = \left|\overrightarrow{AM}\right| = \sqrt{29}, \overrightarrow{AN} = (0;2;0), AN = \left|\overrightarrow{AN}\right| = 2$

Vậy: $S = AM^2 + AN^2 = 29 + 4 = 33$.

Chọn D.

Câu 44:

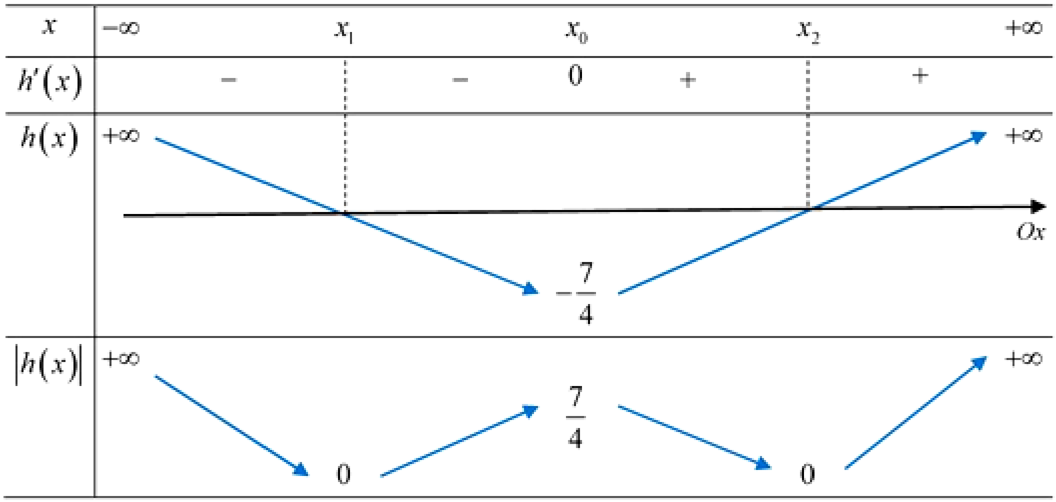


* Đặt $h(x) = f(x) - g(x); h(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1 \\ x = x_2 \end{array}\right.$.

$h'(x) = f'(x) - g'(x); h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_0$. Từ các đồ thị đã cho, ta có: $x_1 < x_0 < x_2$.

$h(x_0) = f(x_0) - g(x_0) = -\left[g(x_0) - f(x_0)\right] = -AB = -\dfrac{7}{4}$.

Bảng biến thiên của $h(x)$ và $\left|h(x)\right|$:



Từ bảng biến thiên, ta thấy: hàm số $y=\left|h(x)\right|$ có 3 điểm cực trị.

* Đồ thị hàm số $y=\left|h(x)\right|+m$ có cùng số điểm cực trị với đồ thị hàm số $y=\left|h(x)\right|$. Do đó, hàm số $y=\left|h(x)\right|+m$ cũng có 3 điểm cực trị.

* Hàm số $y=\left|\left|h(x)\right|+m\right|$ có số điểm cực trị bằng số điểm cực trị của hàm số $y=\left|h(x)\right|+m$ cộng số giao điểm không trùng với các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\left|h(x)\right|+m$ với trục Ox.

Vì vậy, để hàm số $y=\left|\left|h(x)\right|+m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y=\left|h(x)\right|+m$ và trục Ox phải có 2 giao điểm khác các điểm cực trj hay đường thẳng $y=-m$ phải cắt đồ thị hàm số $y=\left|h(x)\right|$ tại 2 điểm phân biệt khác các điểm cực trị.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=\left|h(x)\right|$, điều kiện của m thỏa mãn ycbt là: $-m\ge\frac{7}{4}\Leftrightarrow m\le-\frac{7}{4}$

$m\in(-2021;2021)$ và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2020;-2019;...;-2\}$.

Vậy số giá trị nguyên của m thỏa mãn là: 2019.

Chọn A.

Câu 45:

Xét tích phân $I=\int\limits_0^{\ln 4} f\left(2e^x+3\right)e^x dx.$

Đặt $t=2e^x+3\Rightarrow dt=2e^x dx$ hay $e^x dx=\frac{1}{2}dt.$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=5; x=\ln 4\Rightarrow t=11.$

Khi đó:

$$I=\frac{1}{2}\int\limits_5^{11} f(t)dt=\frac{1}{2}\int\limits_5^{11} f(x)dx=\frac{1}{2}\left(\int\limits_5^{7} f(x)dx+\int\limits_7^{11} f(x)dx\right)=\frac{1}{2}\left[\int\limits_5^{7}(2x+3)dx+\int\limits_7^{11}\left(x^2-5x+3\right)dx\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[\left(x^2+3x\right)\Big|_5^7+\left(\frac{x^3}{3}-\frac{5x^2}{2}+3x\right)\Big|_7^{11}\right]=\frac{1}{2}\left(30+\frac{484}{3}\right)=\frac{287}{3}.$$

Vậy $\int\limits_0^{\ln 4} f\left(2e^x+3\right)e^x dx=\frac{287}{3}.$

Chọn D.

Câu 46:

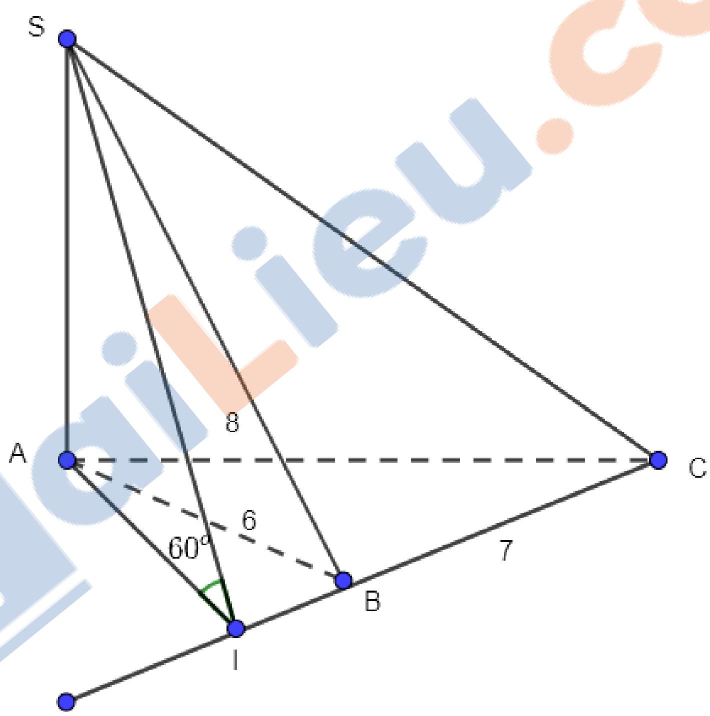
Đặt $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$. Suy ra $\overline{z}=x-yi$ và $z+\overline{z}=2x.$

Ta có: $|z|=|z+\overline{z}|=2\Leftrightarrow\sqrt{x^2+y^2}=|2x|=2\Leftrightarrow\begin{cases}|x|=1\\x^2+y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|x|=1\\1+y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|x|=1\\|y|=\sqrt{3}\end{cases}.$

Vậy có 4 số phức z thỏa mãn đó là $1+\sqrt{3}i, 1-\sqrt{3}i, -1+\sqrt{3}i, -1-3i.$

Chọn C.

Câu 47:



Kẻ $AI\perp BC\left(I\in BC\right)\Rightarrow\begin{cases}AI\perp BC\\SA\perp BC\\AI\cap SA=\{A\}\end{cases}\Rightarrow BC\perp\left(SAI\right)\Rightarrow\left(SBC\right)\perp\left(SAI\right).$

Và $\left(SBC\right)\cap\left(SAI\right)=SI.$

Suy ra SI là hình chiếu vuông góc của SA trên $\left(SBC\right)$

Suy ra $\widehat{(SA,(SBC))}=\widehat{(SA,SI)}=\widehat{ASI}=60^0.$

Tính được: $S_{ABC}=\sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}=\dfrac{21\sqrt{15}}{4}.$

Mặt khác $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AI.BC\Rightarrow AI=\dfrac{2S_{ABC}}{BC}=\dfrac{2.\dfrac{21\sqrt{15}}{4}}{7}=\dfrac{3\sqrt{15}}{2}.$

Tam giác SAI vuông tại $A,$ ta có:

$$SA=\frac{AI}{\tan 60^0}=\frac{3\sqrt{15}}{2\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{5}}{2}.$$

Khi đó: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.S_{ABC}.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{21\sqrt{15}}{4}.\dfrac{3\sqrt{5}}{2}=\dfrac{105\sqrt{3}}{8}.$

Chọn B.

Câu 48:

Ta có: $25y^4+10y^3-x^2y^2-2y^2x$

$=25y^4+10y^3+y^2-x^2y^2-2y^2x-y^2$

$=\left(25y^4+10y^3+y^2\right)-\left(x^2y^2+2y^2x+y^2\right)$

$=y^2\left(25y^2+10y+1\right)-y^2\left(x^2+2x+1\right)$

$=y^2\left[(5y+1)^2-(x+1)^2\right]$

Do đó: $\ln\dfrac{x+1}{5y+1}\le 25y^2+10y^3-x^2y^2-2y^2x$

$\Rightarrow \ln(x+1)-\ln(5y+1)\le y^2\left[(5y+1)^2-(x+1)^2\right]$

+) TH1: $x+1>5y+1$ thì vế phải âm (không thỏa mãn).

+) TH2: $x+1\le 5y+1$ thì vế trái không dương, vế phải không âm nên sẽ luôn thỏa mãn khi

$\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+1>0\\5y+1>0\end{cases}\\ \begin{cases}x+1<0\\5y+1<0\end{cases}\end{array}\right.\\ x+1\le 5y+1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>-1\\y>-\dfrac{1}{5}\end{cases}\\ \begin{cases}x<-1\\y<-\dfrac{1}{5}\end{cases}\end{array}\right.\\ x\le 5y\end{array}\right.$. Do x,y là số nguyên dương nên ta có:

$$\begin{cases} \begin{cases} x > -1 \\ y > -\dfrac{1}{5} \end{cases} \\ x \le 5y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ y \ge 1 \\ x \le 5y \end{cases} \ (y \le 2022; x, y \in \mathbb{Z}).$$

Vậy $y \in [1;2022], x \in [1;10110]$.

Ứng với mỗi y nguyên dương có $5y$ cặp $(x;y)$. Do đó số cặp:

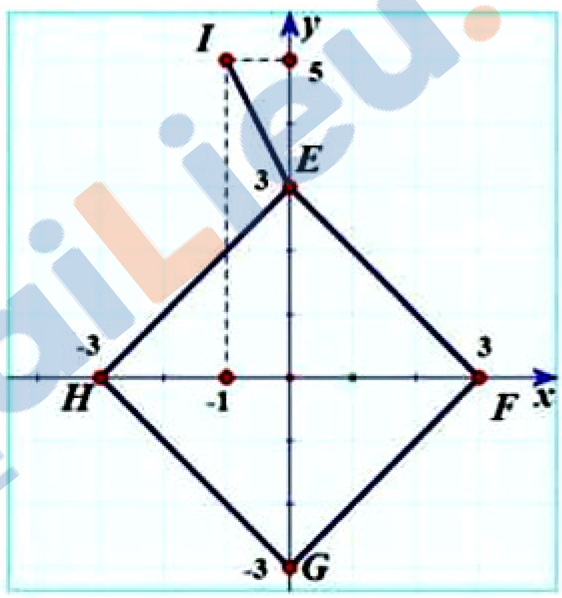
$$5(1+2+3+...+2022) = \frac{5.2022.2023}{2} = 10226265 \text{ cặp}.$$

Chọn B.

Câu 49:

Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng Oxy là $M(x;y) \Rightarrow \overline{z} = x - yi$.

Ta có $|z - \overline{z}| + |z + \overline{z}| \le 6 \Leftrightarrow |2x| + |2y| \le 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + y \le 3, \text{ khi } x \ge 0, y \ge 0 \\ -x - y \le 3, \text{ khi } x < 0, y < 0 \\ x - y \le 3, \text{ khi } x \ge 0, y < 0 \\ -x + y \le 3, \text{ khi } x < 0, y \ge 0 \end{array}\right.$.



Ta có $P = |z - 2 + 3i|^2 + |z + 4 - 13i|^2 = MA^2 + MB^2$, với $A(2;-3), B(-4;13)$.

Gọi $I(-1;5)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB.

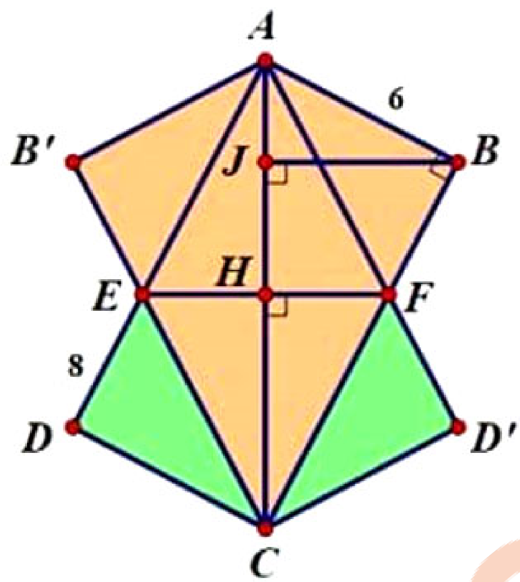
Suy ra $P = MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + IA^2 + IB^2$.

Biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi IM đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM = IE = \sqrt{5}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm $2.\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{9+64}\right)^2+\left(\sqrt{9+64}\right)^2=156.$

Chọn A.

Câu 50:



Gọi J là hình chiếu vuông góc của B lên cạnh AC và B',D' lần lượt là điểm đối xứng của B,D qua AC. Gọi $E=B'C\cap AD;F=BC\cap AD'$ và $EF\cap AC=H$.

Ta có $AC=\sqrt{AB^2+AC^2}=10;BJ=\dfrac{AB.BC}{AC}=\dfrac{24}{5};$

$CJ=\sqrt{8^2-\left(\dfrac{24}{5}\right)^2}=\dfrac{32}{5};HF=\dfrac{CH}{CJ}.JB=\dfrac{25}{32}.\dfrac{24}{5}=\dfrac{15}{4}.$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm: $V=2.\dfrac{1}{3}\pi.JB^2.AC-\dfrac{1}{3}\pi.HF^2.AC=\dfrac{4269\pi}{40}.$

Chọn B.

____________________ **HẾT** ____________________