

Giải bài 59 SBT Toán lớp 10 tập 1 trang 124

Chứng minh rằng:

$$(x^2 - y^2)^2 \geq 4xy(x - y)^2, \forall x, y.$$

Lời giải:

$$\begin{aligned} (x^2 - y^2)^2 - 4xy(x - y)^2 &= (x - y)^2[(x + y)^2 - 4xy] \\ &= (x - y)^2(x - y)^2 \geq 0 \Rightarrow (x^2 - y^2)^2 \geq 4xy(x - y)^2, \forall x, y \end{aligned}$$

Giải sách bài tập Toán lớp 10 tập 1 bài 60 trang 124

Chứng minh rằng:

$$x^2 + 2y^2 + 2xy + y + 1 > 0, \forall x, y.$$

Lời giải:

$$x^2 + 2y^2 + 2xy + y + 1 = (x + y)^2 + (y + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} \forall x, y$$

Giải Toán lớp 10 SBT tập 1 bài 61 trang 124

Chứng minh rằng:

$$(a + 1)(b + 1)(a + c)(b + c) \geq 16abc, \text{ với } a, b, c \text{ là những số dương tùy ý.}$$

Lời giải:

$$(a + 1)(b + 1)(a + c)(b + c) \geq 2\sqrt{a} \cdot 2\sqrt{b} \cdot 2\sqrt{ac} \cdot 2\sqrt{bc}$$

$$2\sqrt{a} \cdot 2\sqrt{b} \cdot 2\sqrt{ac} \cdot 2\sqrt{bc} = 16abc.$$

$$\Rightarrow (a + 1)(b + 1)(a + c)(b + c) \geq 16abc$$

Giải bài 62 trang 124 SBT Toán lớp 10 tập 1

Chứng minh rằng:

$$a + b + b \leq \frac{1}{2}(a^2b + b^2c + c^2a + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c})$$

Với a, b, c là những số dương tùy ý.

Lời giải:

Theo bài 7 ta có:

$$a^2b + \frac{1}{b} \geq 2a, \text{ do đó}$$

$$a \leq \frac{1}{2} \left(a^2b + \frac{1}{b} \right)$$

Tương tự: $b \leq \frac{1}{2} \left(b^2c + \frac{1}{c} \right)$

$$c \leq \frac{1}{2} \left(c^2a + \frac{1}{a} \right)$$

Giải SBT Toán lớp 10 tập 1 bài 63 trang 124

Cho a, b, c là ba số thực thỏa mãn điều kiện $a^3 > 36$ và $abc = 1$

Xét tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - ax - 3ac + \frac{a^2}{3}$

a) Chứng minh rằng $f(x) > 0, \forall x$;

b) Từ câu a) suy ra $\frac{a^2}{3} + b^2 + c^2 > ab + bc + ca$

Lời giải:

a) $f(x)$ có

$$\begin{aligned} \Delta &= a^2 - 4\left(-3bc + \frac{a^2}{3}\right) = \frac{-a^2}{3} + 12bc \\ &= \frac{-a^2}{3} + \frac{12abc}{a} = \frac{-a^2}{3} + \frac{12}{a} \\ &= \frac{36-a^3}{3a} < 0 \text{ (do giả thiết } a^3 > 36) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) > 0, \forall x$$

$$b) \frac{a^2}{3} + b^2 + c^2 > ab + bc + ca$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2}{3} + (b+c)^2 - 2bc > bc + a(b+c)$$

$$\Leftrightarrow (b+c)^2 - a(b+c) - 3bc + \frac{a^2}{3} > 0$$

$$\Leftrightarrow f(b+c) > 0 \text{ đúng vì } f(x) > 0, \forall x.$$

Giải sách bài tập Toán 10 tập 1 bài 64 trang 124

Giải và biện luận bất phương trình sau theo tham số m.

$$(m-1)\sqrt{x} \leq 0$$

Lời giải:

Điều kiện của bất phương trình là $x \geq 0$

Nếu $m \leq 1$ thì $m-1 \leq 0$, bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \geq 0$

Nếu $m > 1$ thì $m-1 > 0$, bất phương trình đã cho tương đương với

$$\sqrt{x} \leq 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Trả lời: Nếu $m \leq 1$ thì tập nghiệm của bất phương trình là $[0; +\infty)$

Nếu $m > 1$ thì tập nghiệm của bất phương trình là $\{0\}$

Giải bài 65 SBT Toán lớp 10 tập 1 trang 125

Tìm a và b để bất phương trình

$$(x-2a+b-1)(x+a-2b+1) \leq 0$$

Có tập nghiệm là đoạn $[0;2]$.

Lời giải:

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là đoạn $[2a-b+1; -a+2b-1]$
 (nếu $2a-b+1 \leq -a+2b-1$) hoặc là đoạn $[-a+2b-1; 2a-b+1]$
 (nếu $-a+2b-1 \leq 2a-b-1$)

Do đó để tập nghiệm của bất phương trình đã cho là đoạn $[0;2]$, điều kiện cần và đủ là:

$$(1) \begin{cases} 2a-b+1=2 \\ -a+2b-1=0 \end{cases}$$

hoặc

$$(2) \begin{cases} 2a-b+1=0 \\ -a+2b-1=2. \end{cases}$$

Giải (1) ta được $a = b = 1$. Giải hệ (2) ta được $a = \frac{1}{3}, b = \frac{5}{3}$

Đáp số: $a = b = 1$ hoặc $a = \frac{1}{3}, b = \frac{5}{3}$

Giải SBT Toán 10 tập 1 bài 66 trang 125

Tìm a và b ($b > -1$) để hai bất phương trình sau tương đương

$$(x-a+b)(x+2a-b-1) \leq 0(1)$$

$$\text{Và } |x+a-2| \leq b+1. (2)$$

Lời giải:

$$(1) \Leftrightarrow x \in [\alpha; \beta], \text{ trong đó}$$

$$\begin{cases} \alpha = a-b \\ \beta = -2a+b+1 \end{cases}$$

hoặc

$$\begin{cases} \alpha = -2a+b+1 \\ \beta = a-b. \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow -(b+1) \leq x+a-2 \leq b+1$$

$$\Leftrightarrow -b-a+1 \leq x \leq -a+b+3$$

$$\Leftrightarrow x \in [-b-a+1; -a+b+3]$$

(1) và (2) tương đương khi và chỉ khi $[\alpha; \beta] = [-b-a+1; -a+b+3]$, tức là:

$$\begin{cases} \alpha = -b-a+1 \\ \beta = -a+b+3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (3) \begin{cases} a-b = -b-a+1 \\ -2a+b+1 = -a+b+3 \end{cases}$$

hoặc

$$\begin{cases} -2a+b+1 = -b-a+1 \\ a-b = -a+b+3 \end{cases}$$

Hệ phương trình (3) vô nghiệm. Hệ phương trình (4) có nghiệm duy

nhất $a=3, b=\frac{3}{2}$

Đáp số: $a=3, b=\frac{3}{2}$

Giải Toán lớp 10 SBT tập 1 bài 67 trang 125

a) Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ đồ thị của các hàm số sau

$$y = f(x) = |x+3| - 1;$$

$$y = g(x) = |2x-m|; \text{ trong đó } m \text{ là tham số}$$

Xác định hoành độ các giao điểm của mỗi đồ thị với trục hoành.

b) Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi giá trị của x

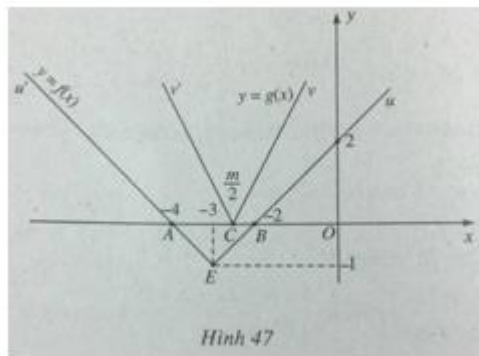
$$|2x-m| > |x+3| - 1$$

Lời giải:

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường gấp khúc $u'Eu$, cắt Ox tại $A(-4; 0)$ và $B(-2; 0)$.

Đồ thị hàm số $y = g(x)$ là đường gấp khúc $v'Cv$, cắt Ox tại $C(\frac{m}{2}; 0)$

Khi m thay đổi, điểm C chạy trên Ox; tia Cv luôn song song với đường thẳng $y = 2x$; tia Cv' luôn song song với đường thẳng $y = -2x$.



b) Bất phương trình đã cho đúng với mọi x khi và chỉ khi đồ thị của hàm số $y = g(x)$ nằm hoàn toàn phía trên đồ thị của hàm số $y = f(x)$ hay C nằm giữa A và B nghĩa là $-4 < \frac{m}{2} < -2 \Leftrightarrow -8 < m < -4$

Đáp số: $-8 < m < -4$