

Để học tốt Hình học 11, phần dưới giải các bài tập trong sách giáo khoa Toán 11 được biên soạn bám sát theo nội dung sách Hình học 11.

Giải bài 1 trang 125 SGK Hình học 11

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các điểm A (1;1), B(0;3), C(2;4) .Xác định ảnh của tam giác ABC qua các phép biến hình sau.

- (a) Phép tịnh tiến theo vector $v = (2;1)$.
- (b) Phép đối xứng qua trục Ox
- (c) Phép đối xứng qua tâm I(2;1).
- (d) Phép quay tâm O góc 90° .
- (e) Phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua trục Oy và phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$

Lời giải:

Gọi tam giác A'B'C' là ảnh của tam giác ABC qua phép biến hình trên.

a) Biểu thức tọa độ $\begin{cases} x' = 2 + x \\ y' = 1 + y \end{cases}$
 Ảnh của A, B, C qua T_v lần lượt là A'(3; 2), B'(2; 4), C'(4; 5).

b) Biểu thức tọa độ $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$
 A'(1; -1), B'(0; -3), C'(2; -4).

c) Biểu thức tọa độ $\begin{cases} x' = 4 - x \\ y' = 2 - y \end{cases}$
 A'(3; 1), B'(4; -1), C'(2; -2).

d) Vẽ hình ta được A'(-1; 1), B'(-3; 0), C'(-4; 2).

- (e) Phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua trục Oy và phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$

+) Qua phép đối xứng qua trục Oy biến tam giác ABC thành tam giác $A_1B_1C_1$.

$$\text{Biểu thức tọa độ: } \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$$

Do đó, tọa độ $A_1(-1; 1)$; $B_1(0; 3)$ và $C_1(-2; 4)$.

+) Qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến tam giác $A_1B_1C_1$ thành tam giác $A_2B_2C_2$

Biểu thức tọa độ :

$$\begin{aligned} \overline{OA_2} &= -2 \cdot \overline{OA_1} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -2x = 2 \\ y' = -2y = -2 \end{cases} &\Rightarrow A_2(2; -2) \end{aligned}$$

Tương tự; $B_2(0; -6)$ và $C_2(4; -8)$

Vậy qua phép đối xứng trục Oy và phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$, biến các điểm A, B, C lần lượt thành

$A_2(2; -2)$; $B_2(0; -6)$ và $C_2(4; -8)$.

Giải bài 2 SGK trang 125 Hình học 11

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi G và H tương ứng là trọng tâm và trực tâm của tam giác, các điểm A', B', C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB.

(a) Tìm phép vị tự F biến A, B, C tương xứng thành A', B', C'

(b) Chứng minh rằng O, G, H thẳng hàng.

(c) Tìm ảnh của O qua phép vị tự F

(d) Gọi A'', B'', C'' lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AH, BH, CH; A_1, B_1, C_1 theo thứ tự là giao điểm thứ hai của các tia AH, BH, CH với đường tròn (O); A'_1, B'_1, C'_1 tương ứng là chân các đường cao đi qua A, B, C. Tìm ảnh của A, B, C, A_1, B_1, C_1 qua phép vị tự tâm H tỉ số $1/2$.

(e) Chứng minh chín điểm $A', B', C', A'', B'', C'', A'_1, B'_1, C'_1$ cùng thuộc một đường tròn (đường tròn này gọi là đường tròn O-le của tam giác ABC)

Lời giải:

a) Theo tính chất trọng tâm tam giác, ta có:

$$\overrightarrow{GA'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}$$

$$\overrightarrow{GB'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$$

$$\overrightarrow{GC'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GC}$$

Vậy phép vị tự tâm G tỉ số $k = -\frac{1}{2}$

biến A, B, C thành A', B', C'.

b) Do A' là trung điểm của dây BC nên $OA' \perp BC$

(quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây).

Ta lại có: $BC \parallel B'C'$ nên $OA' \perp B'C'$.

Tương tự; $OB' \perp A'C'$

Trong tam giác $A'B'C'$:

$OA' \perp B'C'$; $OB' \perp A'C'$

nên O là trực tâm của tam giác $A'B'C'$.

Vì H là trực tâm của tam giác ABC và

O là trực tâm của tam giác $A'B'C'$

nên O là ảnh của H trong phép vị tự tâm G ,

$$\text{tỉ số } k = \frac{-1}{2} \Rightarrow \overline{GO} = \frac{-1}{2} \overline{GH}$$

\Rightarrow Ba điểm O, G, H thẳng hàng.

c) Gọi $V_{(G; \frac{-1}{2})}(O) = O'$, ta có:

$$\overrightarrow{GO'} = \frac{-1}{2} \overrightarrow{GO}$$

$$\overrightarrow{GO} = \frac{-1}{2} \overrightarrow{GH} \Rightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{1}{2} \overrightarrow{GH}$$

$$\overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GO'} = \frac{1}{2} \overrightarrow{GH} - \frac{1}{2} \overrightarrow{GO}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OO'} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{GH} - \overrightarrow{GO}) = \frac{1}{2} \overrightarrow{OH}$$

Suy ra, O' là trung điểm của đoạn OH .

d) Gọi $A''; B''; C''$ lần lượt là trung điểm của $AH; BH; CH$

Ta có:

$$\overrightarrow{HA''} = \frac{1}{2} \overrightarrow{HA};$$

$$\overrightarrow{HB''} = \frac{1}{2} \overrightarrow{HB};$$

$$\overrightarrow{HC''} = \frac{1}{2} \overrightarrow{HC}$$

Vậy $A''; B''; C''$ là ảnh của A, B, C trong phép vị tự $V_{(H; \frac{1}{2})}$.

Ta có:

$A_1; B_1; C_1$ theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng HA_1, HB_1, HC_1

Nên:

$$\overline{HA'_1} = \frac{1}{2} \overline{HA_1}$$

$$\overline{HB'_1} = \frac{1}{2} \overline{HB_1}$$

$$\overline{HC'_1} = \frac{1}{2} \overline{HC_1}$$

Như vậy, $A'_1; B'_1; C'_1$ theo thứ tự là ảnh của các điểm A_1, B_1, C_1 trong phép vị tự $V_{(H; \frac{1}{2})}$.

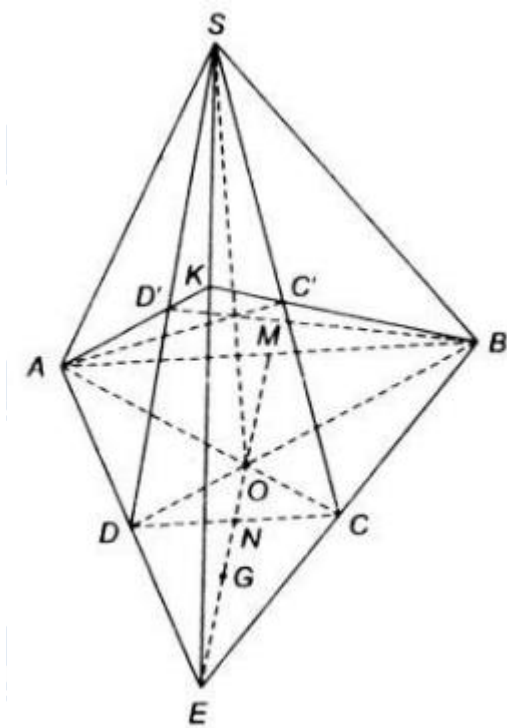
(e) Chứng minh $A'', B'', C'', A'_1, B'_1, C'_1$ cùng thuộc đường tròn (O_1) . Sau đó chứng minh $A'B'C'$ cũng thuộc đường tròn (O_1) . Chẳng hạn, chứng minh $O_1A'_1 = O_1A''$

Giải bài 3 SGK Hình học 11 trang 126

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AB là đáy lớn. Gọi M là trung điểm của đoạn AB , E là giao điểm của hai cạnh của hình thang $ABCD$ và G là trọng tâm của tam giác ECD .

- (a) Chứng minh rằng bốn điểm S, E, M, G cùng thuộc một mặt phẳng (α) và mặt phẳng này cắt cả hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) theo cùng một giao tuyến d .
- (b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .
- (c) Lấy một điểm K trên đoạn SE và gọi $C' = SC \cap KB, D' = SD \cap KA$. Chứng minh rằng hai giao điểm của AC' và BD' thuộc đường thẳng d nói trên.

Lời giải:



a) Gọi N là giao điểm của EM và CD

Vì M là trung điểm của AB nên N là trung điểm của CD (do ABCD là hình thang)

⇒ EN đi qua G

⇒ S, E, M, G ∈ (α) = (SEM)

Gọi O là giao điểm của AC và BD

Ta có (α) ∩ (SAC) = SO

và (α) ∩ (SBD) = SO = d

b) Ta có: (SAD) ∩ (SBC) = SE

c) Gọi O' = AC' ∩ BD'

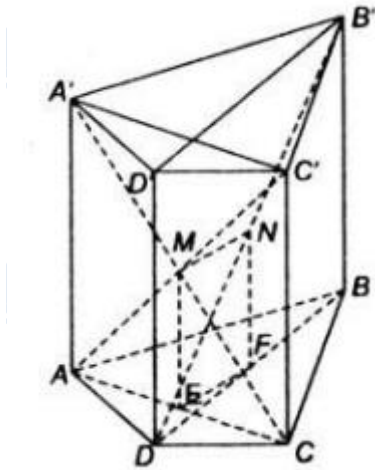
Ta có AC' ⊂ (SAC), BD' ⊂ (SBD)

⇒ O' ∈ SO = d = (SAC) ∩ (SBD)

Giải bài 4 Hình học 11 SGK trang 126

Cho hình lăng trụ tứ giác ABCD.A'B'C'D' có E, F, M và N lần lượt là trung điểm của AC, BD, AC' và BD'. Chứng minh MN = EF.

Lời giải:



Tứ giác $ACC'A'$ là hình bình hành nên AC' và AC cắt nhau tại trung điểm M của mỗi đường. Tương tự BD' và $B'D$ cắt nhau tại trung điểm N của mỗi đường.

Ta có:

$$\begin{cases} ME // CC' \\ ME = \frac{1}{2} CC' \text{ (ME là đường trung bình của tam giác ACC')} \end{cases}$$

Tương tự, trong tam giác DBB' , ta có:

$$\begin{cases} NF // BB' \\ NF = \frac{1}{2} BB' \end{cases}$$

Tứ giác $MNFE$ là hình bình hành nên $MN = EF$.

Giải bài 5 Hình học 11 trang 126 sách giáo khoa

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có E và F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và D' . Hãy xác định các thiết diện của hình lập phương cắt bởi các mặt phẳng (EFB) , (EFC) , (EFC') và (EFK) với K là trung điểm của cạnh $B'C'$

Lời giải:

Gọi \mathcal{P} là hình lập phương.

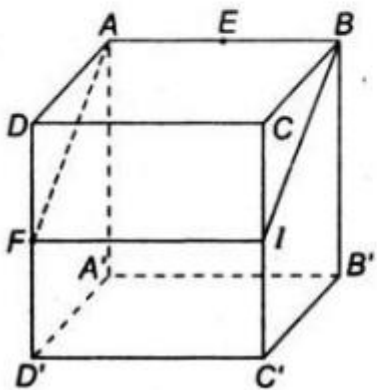
$(EFB) \cap \mathcal{P} = ABIF$ với $FI \parallel AB$ (hình a)

$(EFC) \cap \mathcal{P} = ECFH$ với $CF \parallel EH$ (hình b).

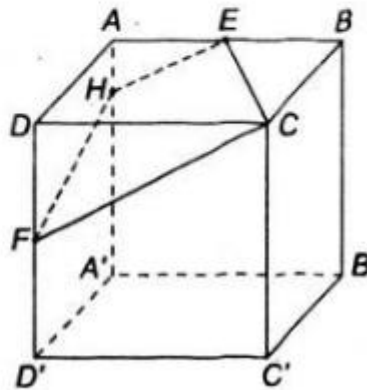
$(EFC') \cap \mathcal{P} = EMC'FL$ với $EM \parallel FC'$ và $FL \parallel C'M$ (hình c)

Gọi E' là hình chiếu vuông góc của E trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$.

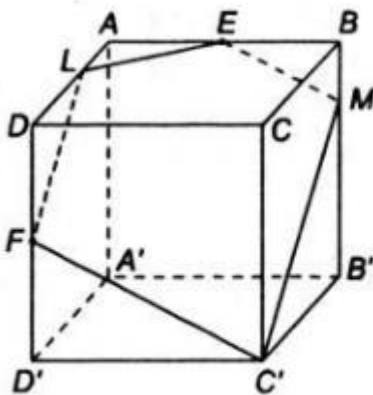
Gọi $N = EF \cap E'D'$, $P = NK \cap C'D'$. Vẽ $ER \parallel KP$, $EQ \parallel FP$, ta có thiết diện là hình lục giác đều $ERFPKQ$ (hình d)



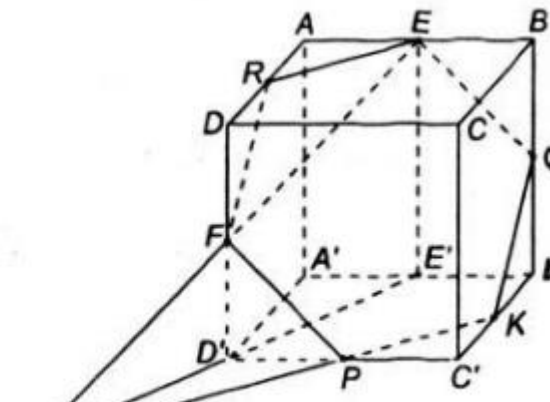
(Hình a)



(Hình b)



(Hình c)



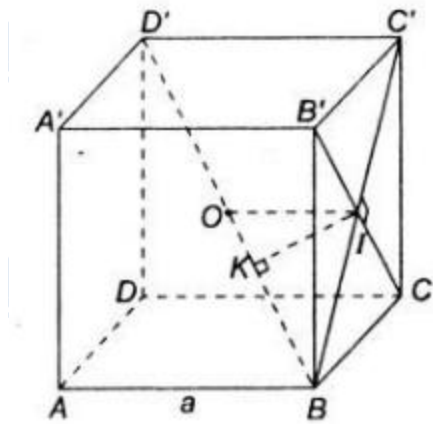
(Hình d)

Giải bài 6 Hình học 11 sách giáo khoa trang 126

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

- Hãy xác định đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau BD' và $B'C$.
- Tính khoảng cách của hai đường thẳng BD' và $B'C$

Lời giải:



a) Ta có:

$$\begin{cases} B'C \perp BC' \\ B'C \perp D'C' \end{cases} \Rightarrow B'C \perp (D'CB)$$

Gọi I là tâm hình vuông BCC'B'

Trong mặt phẳng (BC'D') vẽ $IK \perp BD'$ tại K

Ta có IK là đường vuông góc chung của BD' và $B'C$

b) Gọi O là trung điểm của BD'

Tam giác $BC'D'$ có OI là đường trung bình nên :

$$OI = \frac{C'D'}{2} = \frac{a}{2}$$

$$BC' = \sqrt{BC^2 + CC'^2} = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow BI = \frac{BC'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Vì $\triangle IOB$ vuông tại I có đường cao IK nên:

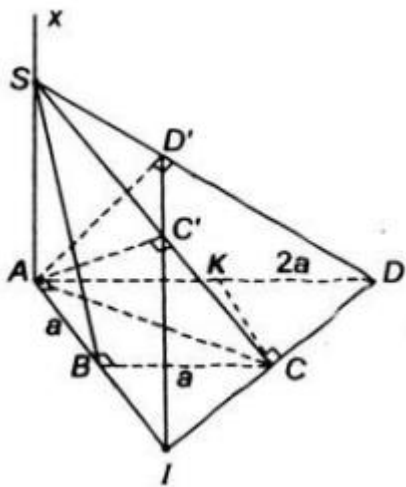
$$\begin{aligned} \frac{1}{KI^2} &= \frac{1}{IO^2} + \frac{1}{IB^2} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} \\ &= \frac{4}{a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{6}{a^2} \\ \Rightarrow KI &= \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{6}}{6} \end{aligned}$$

Giải bài 7 sách giáo khoa trang 126 Hình học 11

Cho hình thang ABCD vuông tại A và B, có AD = 2a, AB = BC = a. Trên tia Ax vuông góc với mặt phẳng (ABCD) lấy một điểm S. Gọi C', D' lần lượt là hình chiếu vuông góc của S trên SC và SD. Chứng minh rằng :

- a) $\widehat{SBC} = \widehat{SCD} = 90^\circ$
- b) AD', AC' và AB cùng nằm trên một mặt phẳng
- c) Chứng minh rằng đường thẳng C'D' luôn luôn đi qua một điểm cố định khi S di động trên tia Ax

Lời giải:



a) Ta có:

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \widehat{SBC} = 90^\circ$$

Gọi K là trung điểm của AD ta có $CK = AB = AD/2$ nên tam giác ACD vuông tại C

Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp AC \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAC)$$

$$\Rightarrow CD \perp SC \Rightarrow \widehat{SCD} = 90^\circ$$

b) Trong mặt phẳng (SAC) vẽ $AC' \perp SC$ và trong mặt phẳng (SAD) vẽ $AD' \perp SD$

Ta có $AC' \perp CD$ (vì $CD \perp (SAC)$)

Và $AC' \perp SC$ nên suy ra $AC' \perp (SCD) \Rightarrow AC' \perp SD$

Ta lại có $AB \perp AD$ và $AB \perp SA$ nên $AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp SD$

Ba đường thẳng AD' , AC' và AB cùng đi qua điểm A và vuông góc với SD nên cùng nằm trong mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SD

c) Ta có $C'D'$ là giao tuyến của (α) với mặt phẳng (SCD). Do đó khi S di động trên tia Ax thì $C'D'$ luôn luôn đi qua một điểm cố định là giao điểm của AB và CD

$$AB \subset (\alpha), CD \subset (SCD) \Rightarrow I \in (\alpha) \cap (SCD) = C'D'$$

CLICK NGAY vào **TẢI VỀ** dưới đây để download hướng dẫn giải Giải toán hình 11 SGK tập 2 trang 125, 126 file word, pdf hoàn toàn miễn phí.