

## **BÀI 5: HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG $Y = AX + B$**

**Bài 25 trang 67 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:**

- Tìm hệ số góc của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và đi qua điểm A(2; 1)
- Tìm hệ số góc của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và đi qua điểm B(1; -2)
- Vẽ đồ thị của các hàm số với hệ số góc tìm được ở câu a, b trên cùng một mặt phẳng tọa độ và chứng tỏ rằng hai đường thẳng đó vuông góc với nhau.

### **Lời giải:**

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ có dạng  $y = ax + b$

**a.** Vì đường thẳng  $y = ax$  đi qua điểm A(2; 1) nên tọa độ điểm A nghiệm đúng phương trình đường thẳng.

Ta có:  $1 = a.2 \Leftrightarrow a = 1/2$

Vậy hệ số góc của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và đi qua điểm A(2; 1) là  $a = 1/2$

**b.** Vì đường thẳng  $y = ax$  đi qua điểm B(1; -2) nên tọa độ điểm B nghiệm đúng phương trình đường thẳng.

Ta có:  $-2 = a.1 \Leftrightarrow a = -2$

Vậy hệ số góc của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và đi qua điểm B(1; -2) là  $a = -2$

**c.** Với  $a = 1/2$  ta có hàm số:  $y = 1/2.x$

Với  $a = -2$  ta có hàm số:  $y = -2x$

\*Vẽ đồ thị hàm số  $y = 1/2.x$

Cho  $x = 0$  thì  $y = 0$ . Ta có: O(0; 0)

Cho  $x = 2$  thì  $y = 1$ . Ta có: A(2; 1)

Đồ thị hàm số  $y = 1/2.x$  đi qua O và A

\*Vẽ đồ thị hàm số  $y = -2x$

Cho  $x = 0$  thì  $y = 0$ . Ta có: O(0; 0)

Cho  $x = 1$  thì  $y = -2$ . Ta có:  $B(1; -2)$

Đồ thị hàm số  $y = -2x$  đi qua  $O$  và  $B$ .

\*Gọi  $A', B'$  lần lượt là hình chiếu của  $A, B$  trên  $Ox$  và  $Oy$ .

Ta có hai tam giác  $AA'O$  và  $BB'O$  có hai cạnh góc vuông tương ứng bằng nhau nên

$$\text{Suy ra: } \widehat{AOA'} = \widehat{BOB'} \quad (1)$$

$$\text{Vì } Ox \perp Oy \text{ nên } \widehat{BOA'} + \widehat{BOB'} = 90^\circ \quad (2)$$

chúng bằng nhau. Từ (1) và (2) suy ra:  $\widehat{BOA'} + \widehat{AOA'} = 90^\circ$

Vậy  $OA \perp OB$  hay hai đường thẳng  $y = 1/2.x$  và  $y = -2x$  vuông góc với nhau.

**Bài 26 trang 67 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:**

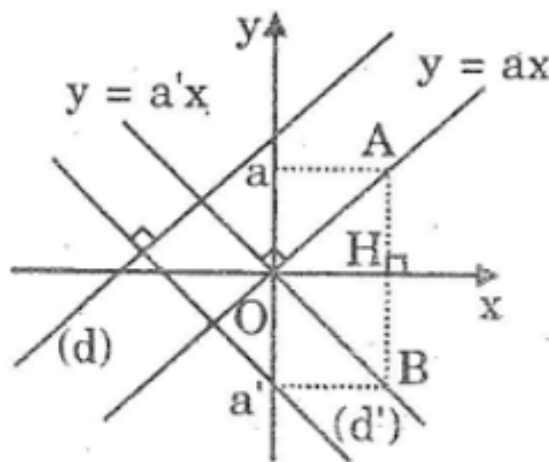
Cho hai đường thẳng:

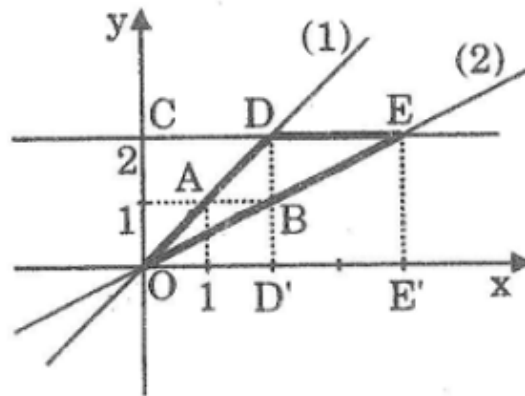
$$y = ax + b \text{ (d)}$$

$$y = a'x + b' \text{ (d')}$$

Chứng minh rằng: Trên cùng một mặt phẳng tọa độ, hai đường thẳng  $(d)$  và  $(d')$  vuông góc với nhau khi và chỉ khi  $a.a' = -1$

**Lời giải:**





Qua gốc tọa độ, kẻ đường thẳng  $y = ax \parallel (d)$  và  $y = a'x \parallel (d')$

\*Chứng minh (d) vuông góc với (d') thì  $a \cdot a' = -1$

Không mất tính tổng quát, giả sử  $a > 0$

Khi đó góc tạo bởi tia Ox và đường thẳng  $y = ax$  là góc nhọn.

Suy ra góc tạo bởi tia Ox và đường thẳng  $y = a'x$  là góc tù (vì các góc tạo bởi đường thẳng  $y = ax$  và đường thẳng  $y = a'x$  với tia Ox hơn kém nhau  $90^\circ$ ).

Suy ra:  $a' < 0$

Mà đường thẳng  $y = ax$  đi qua  $A(1; a)$ , đường thẳng  $y = a'x$  đi qua  $B(1; a')$  nên đoạn AB vuông góc với Ox tại điểm H có hoành độ bằng 1.

Vì  $(d) \perp (d')$  nên hai đường thẳng  $y = ax$  và  $y = a'x$  vuông góc với nhau. Suy ra:  $\text{góc}(AOB) = 90^\circ$

Tam giác vuông AOB có  $OH \perp AB$ . Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:  $OH^2 = HA \cdot HB$

$$\text{Hay: } a \cdot |a'| = 1 \Leftrightarrow a \cdot (-a') = 1 \Leftrightarrow a \cdot a' = -1$$

Vậy nếu (d) vuông góc với (d') thì  $a \cdot a' = -1$

\*Chứng minh  $a \cdot a' = -1$  thì (d) vuông góc với (d')

$$\text{Ta có: } a \cdot a' = -1 \Leftrightarrow a \cdot |a'| = 1 \text{ hay } HA \cdot HB = OH^2$$

Suy ra:  $\frac{HA}{OH} = \frac{OH}{HB} \Rightarrow \widehat{OHA} = \widehat{OHB} = 90^\circ$

Suy ra:  $\Delta OHA$  đồng dạng  $\Delta BHO \Rightarrow \widehat{AOH} = \widehat{OBH}$

Mà  $\widehat{OBH} = \widehat{BOH} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AOH} = \widehat{BOH} = 90^\circ$

Suy ra  $OA \perp OB$  hay hai đường thẳng  $y = ax$  và  $y = a'x$  vuông góc với nhau hay  $(d) \perp (d')$ .

**Bài 27 trang 68 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:**

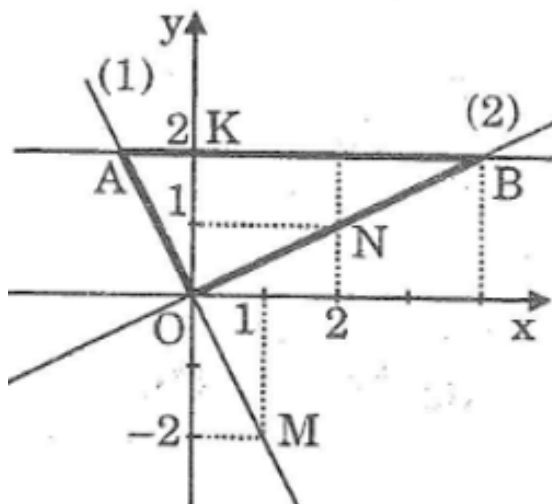
a. Vẽ trên cùng một mặt phẳng tọa độ đồ thị của các hàm số:

$y = x$  (1)

$y = 0,5x$  (2)

b. Đường thẳng  $(d)$  song song với trục  $Ox$  và cắt trục tung  $Oy$  tại điểm  $C$  có tung độ bằng 2, theo thứ tự cắt các đường thẳng (1) và (2) tại  $D$  và  $E$ . Tìm tọa độ của các điểm  $D$ ,  $E$ . Tính chu vi và diện tích tam giác  $ODE$ .

**Lời giải:**



a. \*Vẽ đồ thị hàm số  $y = x$

Cho  $x = 0$  thì  $y = 0$ . Ta có:  $O(0; 0)$

Cho  $x = 1$  thì  $y = 1$ . Ta có:  $A(1; 1)$

Đồ thị hàm số  $y = x$  đi qua O và A.

\*Vẽ đồ thị hàm số  $y = 0,5x$

Cho  $x = 0$  thì  $y = 0$ . Ta có: O(0; 0)

Cho  $x = 2$  thì  $y = 1$ . Ta có: B(2; 1)

Đồ thị hàm số  $y = 0,5x$  đi qua O và B.

**b.** Qua điểm C trên trục tung có tung độ bằng 2, kẻ đường thẳng song song với Ox cắt đồ thị hàm số  $y = x$  tại D, cắt đồ thị hàm số  $y = 0,5x$  tại E.

Điểm D có tung độ bằng 2.

Thay giá trị  $y = 2$  vào hàm số  $y = x$  ta được  $x = 2$ .

Vậy điểm D(2; 2)

Điểm E có tung độ bằng 2.

Thay giá trị  $y = 2$  vào hàm số  $y = 0,5x$  ta được  $x = 4$

Vậy điểm E(4; 2)

Gọi D' và E' lần lượt là hình chiếu của D và E trên Ox.

Ta có:  $OD' = 2$ ,  $OE' = 4$

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác vuông ODD', ta có:

$$OD^2 = OD'^2 + DD'^2 = 2^2 + 2^2 = 8$$

$$\text{Suy ra: } OD = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác vuông OEE', ta có:

$$OE^2 = OE'^2 + EE'^2 = 4^2 + 2^2 = 20$$

$$\text{Suy ra: } OE = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{Lại có: } DE = CE - CD = 4 - 2 = 2$$

$$\text{Chu vi tam giác ODE bằng: } OD + DE + EO = 2\sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{5}$$

$$= 2(\sqrt{2} + 1 + \sqrt{5})$$

Diện tích tam giác ODE bằng:  $1/2 \cdot DE \cdot OC = 1/2 \cdot 2 \cdot 2 = 2$ .

**Bài 28 trang 68 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:**

a. Vẽ trên cùng một mặt phẳng tọa độ đồ thị của các hàm số:

$$y = -2x \quad (1)$$

$$y = 0,5x \quad (2)$$

b. Qua điểm  $K(0; 2)$  vẽ đường thẳng (d) song song với trục Ox. Đường thẳng (d) cắt các đường thẳng (1) và (2) lần lượt tại A và B. Tìm tọa độ của các điểm A, B.

c. Hãy chứng tỏ rằng góc  $(AOB) = 90^\circ$  (hai đường thẳng  $y = -2x$  và  $y = 0,5x$  vuông góc với nhau).

**Lời giải:**

a. \*Vẽ đồ thị hàm số  $y = -2x$

Cho  $x = 0$  thì  $y = 0$ . Ta có:  $O(0; 0)$

Cho  $x = 1$  thì  $y = -2$ . Ta có:  $M(1; -2)$

Đồ thị hàm số  $y = -2x$  đi qua O và M

\*Vẽ đồ thị hàm số  $y = 0,5x$

Cho  $x = 0$  thì  $y = 0$ . Ta có:  $O(0; 0)$

Cho  $x = 2$  thì  $y = 1$ . Ta có:  $N(2; 1)$

Đồ thị hàm số  $y = 0,5x$  đi qua O và N.

b. Đường thẳng (d) song song với trục Ox và đi qua điểm  $K(0; 2)$  nên nó là đường thẳng  $y = 2$ .

Đường thẳng  $y = 2$  cắt đường thẳng (1) tại A nên điểm A có tung độ bằng 2.

Thay  $y = 2$  vào phương trình  $y = -2x$  ta được  $x = -1$ .

Vậy điểm  $A(-1; 2)$

Đường thẳng  $y = 2$  cắt đường thẳng (2) tại B nên điểm B có tung độ bằng 2.

Thay  $y = 2$  vào phương trình  $y = 0,5x$  ta được  $x = 4$ .

Vậy điểm B(4; 2).

c. Xét hai tam giác vuông OAK và BOK, ta có:

$$\widehat{OKA} = \widehat{OKB} = 90^\circ$$

$$\frac{AK}{OK} = \frac{1}{2}, \frac{OK}{KB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AK}{OK} = \frac{OK}{KB}$$

Suy ra  $\Delta OAK$  đồng dạng với  $\Delta BOK$

$$\text{Suy ra: } \widehat{KOA} = \widehat{KBO}$$

$$\text{Mà } \widehat{KBO} + \widehat{KOB} = 90^\circ$$

$$\text{Suy ra: } \widehat{KOA} = \widehat{KOB} = 90^\circ \text{ hay } \widehat{AOB} = 90^\circ$$

**Bài 29 trang 68 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:**

Cho hàm số  $y = mx + (2m + 1)$  (1)

Với mỗi giá trị của  $m \in \mathbb{R}$ , ta có một đường thẳng xác định bởi (1). Như vậy, ta có một họ đường thẳng các định bởi (1). Chứng minh rằng với mọi giá trị của  $m$ , họ đường thẳng xác định bởi (1) luôn đi qua một điểm cố định. Hãy xác định tọa độ của điểm đó.

**Lời giải:**

Chứng minh họ đường thẳng  $y = mx + (2m + 1)$  (1) luôn đi qua một điểm cố định nào đó.

Giả sử điểm  $A(x_0; y_0)$  là điểm mà họ đường thẳng (1) đi qua với mọi  $m$ . Khi đó tọa độ điểm A nghiệm đúng phương trình hàm số (1).

$$\text{Với mọi } m, \text{ ta có: } y_0 = mx_0 + (2m + 1) \Leftrightarrow (x_0 + 2)m + (1 - y_0) = 0$$

Vì phương trình nghiệm đúng với mọi giá trị của  $m$  nên tất cả các hệ số phải bằng 0.

$$\text{Suy ra: } x_0 + 2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -2$$

$$1 - y_0 = 0 \Leftrightarrow y_0 = 1$$

Vậy A(-2; 1) là điểm cố định mà họ đường thẳng  $y = mx + (2m + 1)$  luôn đi qua với mọi giá trị m.

**Bài tập bổ sung (trang 68-69)**

**Bài 1 trang 68 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:**

a) Hệ số góc của đường thẳng  $y = \frac{3x-5}{2}$  là:

- A. 3;      B. -5;
- C. 3/2;    D. (-5)/2.

b) Hệ số góc của đường thẳng  $y = \frac{3-\sqrt{3}x}{5}$  là:

- A. 3;      B. 3/5;      C.  $-\sqrt{3}$ ;      D.  $(-\sqrt{3})/5$ .

**Lời giải:**

- a) Chọn C.
- b) Chọn D.

**Bài 2 trang 69 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:**

a) Hệ số góc của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và điểm M( $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{3}/2$ )

- A.  $\sqrt{3}$ ;      B.  $\sqrt{3}/2$ ;      C. 1/2;      D. 3/2.

b) Hệ số góc của đường thẳng đi qua hai điểm P(1;  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ) và Q( $\sqrt{3}$ ;  $3 + \sqrt{2}$ ) là:

- A.  $-\sqrt{3}$ ;      B.  $(\sqrt{3} - 1)$ ;      C.  $(1 - \sqrt{3})$ ;      D.  $\sqrt{3}$ .

**Lời giải:**

- a) Chọn C.
- b) Chọn D.



**Bài 3 trang 69 Sách bài tập Toán 9 Tập 1: .**

a) Góc hợp bởi đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{5}$  và trục Ox là:

- A.  $26^{\circ}34'$ ;    B.  $30^{\circ}$ ;    C.  $60^{\circ}$ ;    D.  $30^{\circ}58'$ .

b) Góc hợp bởi đường thẳng  $y = \frac{7+2x}{5}$  và trục Ox là:

- A.  $54^{\circ}28'$ ;    B.  $81^{\circ}52'$ ;    C.  $21^{\circ}48'$ ;    D.  $63^{\circ}26'$ .

(Chú ý: Dùng máy tính bỏ túi tính góc chính xác đến phút).

**Lời giải:**

a) Chọn A.

b) Chọn C.

**Bài 4 trang 69 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:**

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm A, B, C, D có tọa độ nguyên như sau:

A(4;5)    B(1;-1)    C(4;-4)    D(7; -1).

a) Viết phương trình của các đường thẳng AB, BC, CD và DA.

b) Tính (theo độ, phút) các góc của tứ giác ABCD bằng máy tính bỏ túi.

**Lời giải:**

a) Phương trình của đường thẳng AB có dạng:  $y = ax + b$ .

Do phương trình đi qua A(4;5) và B(1; -1) nên ta có:

$$5 = a.4 + b \quad (1)$$

$$-1 = a.1 + b \quad (2)$$

Trừ từng vế của (1) và (2), ta có:  $6 = 3a \Rightarrow a = 2$ .

Thay  $a = 2$  và (1) để tìm b, ta có  $5 = 2.4 + b \Rightarrow b = -3$ .

Vậy phương trình đường thẳng AB là:  $y = 2x - 3$ .

Làm tương tự như trên, ta có:

Phương trình đường thẳng BC là:  $y = -x$ .

Phương trình đường thẳng CD là:  $y = x - 8$ .

Phương trình đường thẳng DA là:  $y = -2x + 13$ .

**b)** (h.bs.3) Hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau tại I.

- Đường thẳng AB có hệ số góc bằng 2, do đó ta có

$\operatorname{tg} \alpha = 2 \Rightarrow \alpha = 63^{\circ}26'$  (tính trên máy tính bỏ túi).

Suy ra  $\angle(ABD) \approx 63^{\circ}26'$ .

Tam giác ABD cân, nên cũng có  $\angle(ADB) \approx 63^{\circ}26'$ .

Từ đó suy ra  $\angle(BAD) = 180^{\circ} - 2 \cdot 63^{\circ}26' \approx 53^{\circ}8'$ .

Đường thẳng BC có hệ số góc bằng -1 nên BC là phân giác của góc vuông phần tư thứ tư của mặt phẳng tọa độ Oxy.

Đường thẳng CD có hệ số góc bằng 1, do đó CD song song với đường thẳng phân giác của góc phần tư thứ nhất.

Từ đó suy ra:  $\angle(BCD) = 180^{\circ} - 45^{\circ} - 45^{\circ} = 90^{\circ}$ .

Và do đó:  $\angle(ABC) = \angle(ADC) = (360^{\circ} - \angle(BCD) - \angle(BAD)) : 2 \approx 108^{\circ}26'$ .