

GIẢI BÀI TẬP SBT TOÁN LỚP 9: ÔN TẬP CHƯƠNG 1

Bài 96 trang 21 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Nếu x thỏa mãn điều kiện $\sqrt{3 + \sqrt{x}} = 3$ thì x nhận giá trị là:

- A. 0 B. 6 C. 9 D. 36

Lời giải:

Ta có: $\sqrt{3 + \sqrt{x}} = 3 \Leftrightarrow 3 + \sqrt{x} = 9 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 6 \Leftrightarrow x = 36$

Vậy chọn đáp án D.

Bài 97 trang 21 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Biểu thức $\sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}} + \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}}$ có giá trị là:

- A. 3 B. 6 C. 5 D. -5

Lời giải:

Chọn đáp án A.

Bài 98 trang 22 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Chứng minh các đẳng thức:

- a. $\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{6}$
 b. $\sqrt{\frac{4}{(2 - \sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2 + \sqrt{5})^2}} = 8$

Lời giải:

a. Ta có: $4 > 3 \Rightarrow \sqrt{4} > \sqrt{3} \Rightarrow 2 > \sqrt{3} \Rightarrow 2 - \sqrt{3} > 0$
 Suy ra: $\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{3}} + 2 - \sqrt{3}$
 $= 4 + 2\sqrt{4 - 3} = 4 + 2\sqrt{1} = 4 + 2 = 6$

$(\sqrt{6})^2 = 6$
 Vì $(\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}})^2 = (\sqrt{6})^2$ nên $\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}} = 6$

b. Ta có: $\sqrt{\frac{4}{(2 - \sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2 + \sqrt{5})^2}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}} - \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{(2 + \sqrt{5})^2}}$
 $= \frac{2}{|2 - \sqrt{5}|} - \frac{2}{|2 + \sqrt{5}|} = \frac{2}{\sqrt{5} - 2} - \frac{2}{\sqrt{5} + 2}$
 $= \frac{2(\sqrt{5} + 2) - 2(\sqrt{5} - 2)}{(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)} = \frac{2\sqrt{5} + 4 - 2\sqrt{5} + 4}{5 - 4} = 8$

Vế trái bằng vế phải nên đẳng thức được chứng minh.

Bài 99 trang 22 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho $A = \frac{\sqrt{4x^2 - 4x + 1}}{4x - 2}$. Chứng minh $|A| = 0,5$ với $x \neq 0,5$.

Lời giải:

Ta có: $A = \frac{\sqrt{4x^2 - 4x + 1}}{4x - 2} = \frac{\sqrt{(2x - 1)^2}}{4x - 2} = \frac{|2x - 1|}{2(2x - 1)}$

* Nếu $2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \geq 0,5$

Suy ra: $|2x - 1| = 2x - 1$

Ta có: $A = \frac{|2x - 1|}{2(2x - 1)} = \frac{2x - 1}{2(2x - 1)} = \frac{1}{2} = 0,5$

* Nếu $2x - 1 < 0 \Leftrightarrow 2x < 1 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2} \Leftrightarrow x < 0,5$

Suy ra: $|2x - 1| = -(2x - 1)$

Ta có: $A = \frac{|2x - 1|}{2(2x - 1)} = \frac{-(2x - 1)}{2(2x - 1)} = -\frac{1}{2} = -0,5 \Rightarrow |A| = |-0,5| = 0,5$

Bài 100 trang 22 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Rút gọn các biểu thức:

- a. $\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$
- b. $\sqrt{15 - 6\sqrt{6}} + \sqrt{33 - 12\sqrt{6}}$
- c. $(15\sqrt{200} - 3\sqrt{450} + 2\sqrt{50}) : \sqrt{10}$

Lời giải:

- a.
$$\begin{aligned} \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} &= |2 - \sqrt{3}| + \sqrt{3 - 2\sqrt{3} + 1} \\ &= 2 - \sqrt{3} + \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = 2 - \sqrt{3} + |\sqrt{3} - 1| \\ &= 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 = 1 \end{aligned}$$
- b.
$$\begin{aligned} \sqrt{15 - 6\sqrt{6}} + \sqrt{33 - 12\sqrt{6}} &= \sqrt{9 - 2.3\sqrt{6} + 6} + \sqrt{9 - 2.3.2\sqrt{6} + 24} \\ &= \sqrt{(3 - \sqrt{6})^2} + \sqrt{(3 - 2\sqrt{6})^2} = |3 - \sqrt{6}| + |3 - 2\sqrt{6}| \\ &= 3 - \sqrt{6} + 2\sqrt{6} - 3 = \sqrt{6} \end{aligned}$$
- c.
$$\begin{aligned} (15\sqrt{200} - 3\sqrt{450} + 2\sqrt{50}) : \sqrt{10} &= 15\sqrt{\frac{200}{10}} - 3\sqrt{\frac{450}{10}} + 2\sqrt{\frac{50}{10}} \\ &= 15\sqrt{20} - 3\sqrt{45} + 2\sqrt{5} = 15\sqrt{4.5} - 3\sqrt{9.5} + 2\sqrt{5} \\ &= 15.2\sqrt{5} - 3.3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 30\sqrt{5} - 9\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 23\sqrt{5} \end{aligned}$$

Bài 101 trang 22 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

- a. Chứng minh: $x - 4\sqrt{x - 4} = (\sqrt{x - 4} - 2)^2$
- b. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức:

$$A = \sqrt{x + 4\sqrt{x - 4}} + \sqrt{x - 4\sqrt{x - 4}}$$

Lời giải:

a. Ta có: $x - 4\sqrt{x - 4} = (x - 4) - 2 \cdot 2\sqrt{x - 4} + 4$
 $= (\sqrt{x - 4})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{x - 4} + 2^2 = (\sqrt{x - 4} - 2)^2$

Vế trái bằng vế phải nên đẳng thức được chứng minh.

b. A xác định khi: $x - 4 \geq 0$ và $x - 4\sqrt{x - 4} \geq 0$

$$x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 4$$

$$x - 4\sqrt{x - 4} = (x - 4) - 2 \cdot 2\sqrt{x - 4} + 4 = (\sqrt{x - 4} - 2)^2 \geq 0$$

Ta có: $A = \sqrt{x + 4\sqrt{x - 4}} + \sqrt{x - 4\sqrt{x - 4}}$
 $= \sqrt{(\sqrt{x - 4} + 2)^2} + \sqrt{(\sqrt{x - 4} - 2)^2}$
 $= |\sqrt{x - 4} + 2| + |\sqrt{x - 4} - 2|$
 $= \sqrt{x - 4} + 2 + |\sqrt{x - 4} - 2|$

* Nếu $\sqrt{x - 4} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x - 4} \geq 2 \Leftrightarrow x - 4 \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 8$

thì $|\sqrt{x - 4} - 2| = \sqrt{x - 4} - 2$

Ta có: $A = \sqrt{x - 4} + 2 - 2 + \sqrt{x - 4} = 2\sqrt{x - 4}$

* Nếu $\sqrt{x - 4} - 2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x - 4} < 2 \Leftrightarrow x - 4 < 4 \Leftrightarrow x < 8$

thì $|\sqrt{x - 4} - 2| = 2 - \sqrt{x - 4}$

Ta có: $A = \sqrt{x - 4} + 2 + 2 - \sqrt{x - 4} = 4$

Bài 102 trang 22 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Tìm điều kiện xác định của các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{x} + \sqrt{x + 1}; B = \sqrt{x + 4} + \sqrt{x - 1}$$

a. Chứng minh rằng: $A \geq 1$ và $B \geq \sqrt{5}$

b. Tìm x, biết: $\sqrt{x} + \sqrt{x + 1} = 1; \sqrt{x + 4} + \sqrt{x - 1} = 2$

Lời giải:

$A = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$ xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 0$$

$B = \sqrt{x+4} + \sqrt{x-1}$ xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$$

a. Với $x \geq 0$ ta có: $x+1 \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x+1} \geq 1$

Suy ra: $A = \sqrt{x} + \sqrt{x+1} \geq 1$

Với $x \geq 1$ ta có: $x+4 \geq 1 \Leftrightarrow x+4 \geq 5 \Leftrightarrow \sqrt{x+4} \geq \sqrt{5}$

Suy ra: $B = \sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} \geq 5$

b. * $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = 1$

Điều kiện: $x \geq 0$

Ta có: $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} \geq 1$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: $\sqrt{x} = 0$ và $\sqrt{x+1} = 1$

Suy ra: $x = 0$

* $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 2$

Ta có: $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} \geq \sqrt{5}$

Mà: $\sqrt{5} > \sqrt{4} \Leftrightarrow \sqrt{5} > 2$

Vậy không có giá trị nào của x để $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 2$

Bài 103 trang 22 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Chứng minh: $x - \sqrt{x} + 1 = (\sqrt{x} - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$ với $x > 0$. Từ đó, cho biết biểu thức $x - \sqrt{x} + 1$ có giá trị lớn nhất là bao nhiêu? Giá trị đó đạt được khi x bằng bao nhiêu?

Lời giải:

Ta có: $(\sqrt{x} - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} = x - \sqrt{x} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = x - \sqrt{x} + 1$

Vế trái bằng vế phải nên đẳng thức được chứng minh.

Ta có: $\frac{1}{x - \sqrt{x} + 1} = \frac{1}{(\sqrt{x} - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}}$ có giá trị lớn nhất khi và chỉ khi

$(\sqrt{x} - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$ bé nhất.

Vì $(\sqrt{x} - \frac{1}{2})^2 \geq 0$ nên $(\sqrt{x} - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$

Ta có: $(\sqrt{x} - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$ bé nhất bằng $\frac{3}{4}$

Khi đó: $\frac{1}{x - \sqrt{x} + 1} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \sqrt{x} - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$

Vậy $\frac{1}{x - \sqrt{x} + 1}$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{4}{3}$ khi $x = \frac{1}{4}$

Bài 104 trang 23 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Tìm số x nguyên để biểu thức $\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$ nhận giá trị nguyên

Lời giải:

Ta có: $\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} = \frac{\sqrt{x} - 3 + 4}{\sqrt{x} - 3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x} - 3}$

Để $1 + \frac{4}{\sqrt{x} - 3}$ nhận giá trị nguyên thì $\frac{4}{\sqrt{x} - 3}$ phải có giá trị nguyên. Vì x nguyên nên \sqrt{x} là số nguyên hoặc số vô tỉ.

* Nếu \sqrt{x} là số vô tỉ thì $\sqrt{x} - 3$ là số vô tỉ nên $\frac{4}{\sqrt{x} - 3}$ không có giá trị nguyên. Trường hợp này không có giá trị nào của \sqrt{x} để biểu thức nhận giá trị nguyên.

* Nếu \sqrt{x} là số nguyên thì $\sqrt{x} - 3$ là số nguyên. Vậy để $\frac{4}{\sqrt{x} - 3}$ nguyên thì $\sqrt{x} - 3$ phải là ước của 4.

Đồng thời $x \geq 0$ suy ra: $\sqrt{x} \geq 0$

Ta có: $W(4) = \{-4; -2; -1; 1; 2; 4\}$

Suy ra: $x - 3 = -4 \Rightarrow x = -1$ (loại)

$$\sqrt{x} - 3 = -2 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$\sqrt{x} - 3 = -1 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$$

$$\sqrt{x} - 3 = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16$$

$$\sqrt{x} - 3 = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 25$$

$$\sqrt{x} - 3 = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 7 \Rightarrow x = 49$$

Vậy với $x \in \{1; 4; 16; 25; 49\}$ thì biểu thức $\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$ nhận giá trị nguyên.

Bài 105 trang 23 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Chứng minh các đẳng thức (với a, b không âm và $a \neq b$)

$$a. \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2\sqrt{a} - 2\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{2\sqrt{a} + 2\sqrt{b}} - \frac{2b}{b - a} = \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$$

$$b. \left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b} \right)^2 = 1$$

Lời giải:

$$\begin{aligned}
 \text{a. Ta có: } & \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2\sqrt{a} - 2\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{2\sqrt{a} + 2\sqrt{b}} - \frac{2b}{b - a} \\
 &= \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2(\sqrt{a} - \sqrt{b})} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{2(\sqrt{a} + \sqrt{b})} - \frac{2b}{b - a} \\
 &= \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{2(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} + \frac{2b}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} \\
 &= \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + 4b}{2(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} \\
 &= \frac{a + 2\sqrt{ab} + b - a + 2\sqrt{ab} - b + 4b}{2(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} = \frac{4\sqrt{ab} + 4b}{2(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} \\
 &= \frac{4\sqrt{b}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{2(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} \\
 &= \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \quad (\text{với } a, b \text{ không âm và } a \neq b)
 \end{aligned}$$

Vế trái bằng vế phải nên đẳng thức được chứng minh.

$$\begin{aligned}
 \text{b. Ta có: } & \left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \left[\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} \right]^2 \\
 &= \left[\frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a^2} - \sqrt{ab} + \sqrt{b^2})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right] \left(\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right)^2 \\
 &= (\sqrt{a^2} - \sqrt{ab} + \sqrt{b^2} - \sqrt{ab}) \cdot \frac{1}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} \\
 &= \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = 1 \quad (\text{với } a, b \text{ không âm và } a \neq b)
 \end{aligned}$$

Vế trái bằng vế phải nên đẳng thức được chứng minh.

Bài 106 trang 23 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

$$A = \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$$

Cho biểu thức

a. Tìm điều kiện để A có nghĩa

b. Khi A có nghĩa, chứng tỏ giá trị của A không phụ thuộc vào a.

Lời giải:

a. Biểu thức A có nghĩa khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ \sqrt{a} - \sqrt{b} \neq 0 \\ \sqrt{ab} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ a \neq b \\ ab \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ a \neq b \end{cases}$$

Vậy $a \geq 0$, $b \geq 0$ và $a \neq b$ thì A có nghĩa

$$\begin{aligned} \text{b. Ta có: } A &= \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} \\ &= \frac{\sqrt{a^2} + 2\sqrt{ab} + \sqrt{b^2} - 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} \\ &= \frac{\sqrt{a^2} - 2\sqrt{ab} + \sqrt{b^2}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{ab}} \\ &= \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - (\sqrt{a} + \sqrt{b}) \\ &= \sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{a} - \sqrt{b} = -2\sqrt{b} \end{aligned}$$

Vậy giá trị của A không phụ thuộc vào a.

Bài 107 trang 23 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho biểu thức:

$$B = \left(\frac{2x + 1}{\sqrt{x^3} - 1} - \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} \right) \left(\frac{1 + \sqrt{x^3}}{1 + \sqrt{x}} - \sqrt{x} \right) \text{ với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 1$$

a. Rút gọn B

b. Tìm x để B = 3

Lời giải:

a. Ta có:
$$B = \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^3-1}} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \left(\frac{1+\sqrt{x^3}}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)$$

$$= \left[\frac{2x+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right] \left[\frac{(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x}+\sqrt{x^2})}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right]$$

$$= \frac{2x+1-\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \cdot (1-\sqrt{x}+\sqrt{x^2}-\sqrt{x})$$

$$= \frac{2x+1-x+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \cdot (\sqrt{x}-1)^2 = \frac{(x+\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$= \sqrt{x}-1 \text{ (với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 1)$$

b. Với $B = 3$ ta có: $\sqrt{x}-1=3 \Leftrightarrow \sqrt{x}=4 \Leftrightarrow x=16$

Bài 108 trang 23 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho biểu thức:

$$C = \left(\frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+9}{9-x} \right) : \left(\frac{3\sqrt{x+1}}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \text{ với } x > 0 \text{ và } x \neq 9$$

a. Rút gọn C

b. Tìm x sao cho $C < -1$

Lời giải:

$$\begin{aligned}
 \text{a. Ta có: } C &= \left(\frac{\sqrt{x}}{3 + \sqrt{x}} + \frac{x+9}{9-x} \right) : \left(\frac{3\sqrt{x}+1}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \\
 &= \left[\frac{\sqrt{x}}{3 + \sqrt{x}} + \frac{x+9}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})} \right] : \left[\frac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right] \\
 &= \frac{\sqrt{x}(3 - \sqrt{x}) + x+9}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})} \cdot \frac{3\sqrt{x}+1 - (\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} \\
 &= \frac{3\sqrt{x} - x + x+9}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})} \cdot \frac{2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} \\
 &= \frac{3\sqrt{x}+9}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{2\sqrt{x}+4} \\
 &= \frac{3(\sqrt{x}+3)}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})} \cdot \frac{-\sqrt{x}(3 - \sqrt{x})}{2\sqrt{x}+4} \\
 &= \frac{-3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+4} \quad (\text{với } x > 0 \text{ và } x \neq 9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b. Với } C < -1 \text{ ta có: } \frac{-3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+4} < -1 &\Leftrightarrow \frac{-3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+4} + 1 < 0 \\
 \Leftrightarrow \frac{-3\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 4}{2\sqrt{x}+4} < 0 &\Leftrightarrow \frac{4 - \sqrt{x}}{2\sqrt{x}+4} < 0
 \end{aligned}$$

Vì $x > 0$ nên $\sqrt{x} > 0$. Khi đó: $2\sqrt{x} + 4 > 0$

Suy ra: $4 - \sqrt{x} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} > 4 \Leftrightarrow x > 16$

Vậy với $x > 16$ thì $C < -1$.

Bài 1 trang 23 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Không dùng bảng số hoặc máy tính, hãy so sánh $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ với $\sqrt{5} + 1$.

Lời giải:

- Nhận xét $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$.

- Đặt $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ và $b = \sqrt{5} + 1$.

- Đưa về so sánh a^2 với b^2 hay $5 + 2\sqrt{6}$ với $6 + 2\sqrt{5}$.

- Đưa về so sánh $a^2 - 5$ với $b^2 - 5$ hay so sánh $2\sqrt{6}$ với $1 + 2\sqrt{5}$.

- Đưa về so sánh $(a^2 - 5)^2$ với $(b^2 - 5)^2$ hay so sánh 24 với $21 + 4\sqrt{5}$.

- Có thể chứng tỏ được $24 < 21 + 4\sqrt{5}$ (vì $3 < 4\sqrt{5} \Leftrightarrow 3 < \sqrt{80}$)

- Từ kết quả $3 < \sqrt{80}$ suy luận ngược lại, suy ra $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} < \sqrt{5} + 1$.