

GIẢI BÀI TẬP SBT TOÁN LỚP 9 BÀI 8: RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

Bài 80 trang 18 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Rút gọn các biểu thức:

a. $(2 - \sqrt{2})(-5\sqrt{2}) - (3\sqrt{2} - 5)^2$
 b. $2\sqrt{3a} - \sqrt{75a} + a\sqrt{\frac{(13,5)}{2a}} - \frac{2}{5}\sqrt{300a^3}$ với $a > 0$

Lời giải:

a. $(2 - \sqrt{2})(-5\sqrt{2}) - (3\sqrt{2} - 5)^2$
 $= -10\sqrt{2} + 5\sqrt{2^2} - (18 - 30\sqrt{2} + 25)$
 $= -10\sqrt{2} + 10 - 18 + 30\sqrt{2} - 25 = 20\sqrt{2} - 33$
 b. $2\sqrt{3a} - \sqrt{75a} + a\sqrt{\frac{(13,5)}{2a}} - \frac{2}{5}\sqrt{300a^3}$
 $= 2\sqrt{3a} - \sqrt{25 \cdot 3a} + a\sqrt{\frac{9 \cdot 3}{4a}} - \frac{2}{5}\sqrt{100a^2 \cdot 3a}$
 $= 2\sqrt{3a} - 5\sqrt{3a} + \frac{3}{2}\sqrt{3a} - 4a\sqrt{3a}$
 $= -1,5\sqrt{3a} - 4a\sqrt{3a} = -(1,5 + 4a)\sqrt{3a}$ (với $a > 0$)

Bài 81 trang 18 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Rút gọn các biểu thức:

a. $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ với $a \geq 0, b \geq 0$ và $a \neq b$
 b. $\frac{a - b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3}}{a - b}$ với $a \geq 0, b \geq 0$ và $a \neq b$.

Lời giải:

a. Ta có:
$$\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 + (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})}$$

$$= \frac{a + 2\sqrt{ab} + b + a - 2\sqrt{ab} + b}{a - b}$$

$$= \frac{2(a + b)}{a - b} \text{ (với } a \geq 0, b \geq 0 \text{ và } a \neq b)$$

b. Ta có:

$$\frac{a - b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3}}{a - b} = \frac{(a - b)(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} - \frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{a - b}$$

$$= \frac{a\sqrt{a} + a\sqrt{b} - b\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2} - \frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{a - b}$$

$$= \frac{a\sqrt{a} + a\sqrt{b} - b\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{a - b} - \frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{a - b}$$

$$= \frac{a\sqrt{a} + a\sqrt{b} - b\sqrt{a} - b\sqrt{b} - a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{a - b}$$

$$= \frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{a - b} \text{ (với } a \geq 0, b \geq 0 \text{ và } a \neq b).$$

Bài 82 trang 18 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

a. Chứng minh:
$$x^2 + x\sqrt{3} + 1 = \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$$

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $x^2 + x\sqrt{3} + 1$. Giá trị đó đạt được khi x bằng bao nhiêu?

Lời giải:

a. Ta có: $x^2 + x\sqrt{3} + 1 = x^2 + 2x\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$
 $= x^2 + 2x\frac{\sqrt{3}}{2} + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 + \frac{1}{4} = (x + \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + \frac{1}{4}$

Vế trái bằng vế phải nên đẳng thức được chứng minh.

b. Ta có: $x^2 + x\sqrt{3} + 1 = (x + \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + \frac{1}{4}$

Vì $(x + \frac{\sqrt{3}}{2})^2 \geq 0$ với mọi x nên $(x + \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + \frac{1}{4} \geq \frac{1}{4}$

Giá trị biểu thức $(x + \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + \frac{1}{4}$ bằng $\frac{1}{4}$ khi $(x + \frac{\sqrt{3}}{2})^2 = 0$

Suy ra $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

a. $\frac{2}{\sqrt{7}-5} - \frac{2}{\sqrt{7}+5} = \frac{2(\sqrt{7}+5) - 2(\sqrt{7}-5)}{(\sqrt{7}-5)(\sqrt{7}+5)}$
 $= \frac{2\sqrt{7} + 10 - 2\sqrt{7} + 10}{7 - 25} = \frac{20}{-18} = -\frac{10}{9}$ là số hữu tỉ

b. $\frac{\sqrt{7}+5}{\sqrt{7}-5} + \frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}+5} = \frac{(\sqrt{7}+5)^2 + (\sqrt{7}-5)^2}{(\sqrt{7}-5)(\sqrt{7}+5)}$
 $= \frac{7 + 2.5.\sqrt{7} + 25 + 7 - 2.5.\sqrt{7} + 25}{7 - 25}$
 $= \frac{7 + 7 + 25 + 25}{-18} = -\frac{32}{9}$ là số hữu tỉ

Bài 84 trang 19 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Tìm x, biết:

a. $\sqrt{4x+20} - 3\sqrt{5+x} + \frac{4}{3}\sqrt{9x+45} = 6$

b. $\sqrt{25x-25} - \frac{15}{2}\sqrt{\frac{x-1}{9}} = 6 + \sqrt{x-1}$

Lời giải:

a. Điều kiện: $x \geq -5$

$$\text{Ta có: } \sqrt{4x+20} - 3\sqrt{5+x} + \frac{4}{3}\sqrt{9x+45} = 6$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4(x+5)} - 3\sqrt{5+x} + \frac{4}{3}\sqrt{9(x+5)} = 6$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x+5} - 3\sqrt{x+5} + 4\sqrt{x+5} = 6$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x+5} = 6 \Leftrightarrow \sqrt{x+5} = 2 \Leftrightarrow x+5 = 4 \Leftrightarrow x = -1$$

Giá trị $x = -1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy $x = -1$

b. Điều kiện: $x \geq 1$

$$\text{Ta có: } \sqrt{25x-25} - \frac{15}{2}\sqrt{\frac{x-1}{9}} = 6 + \sqrt{x-1}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{25(x-1)} - \frac{5}{2}\sqrt{x-1} - \sqrt{x-1} = 6$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\sqrt{x-1} = 6 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 6 \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x-1 = 16 \Leftrightarrow x = 17$$

Giá trị $x = 17$ thỏa mãn điều kiện bài toán

Vậy $x = 17$

Bài 85 trang 19 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

$$P = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} + \frac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$$

Cho biểu thức:

a. Rút gọn P với $x \geq 0$ và $x \neq 4$

b. Tìm x để $P = 2$

Lời giải:

a) Điều kiện: $x \geq 0$ và $x \neq 4$

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} + \frac{2 + 5\sqrt{x}}{4 - x} \\
 &= \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x})^2 - 2^2} + \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x})^2 - 2^2} - \frac{2 + 5\sqrt{x}}{x - 4} \\
 &= \frac{x + 2\sqrt{x} + \sqrt{x} + 2}{x - 4} + \frac{2x - 4\sqrt{x}}{x - 4} - \frac{2 + 5\sqrt{x}}{x - 4} \\
 &= \frac{x + 3\sqrt{x} + 2 + 2x - 4\sqrt{x} - 2 - 5\sqrt{x}}{x - 4} \\
 &= \frac{3x - 6\sqrt{x}}{x - 4} = \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}
 \end{aligned}$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned}
 P = 2 &\Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} = 2 \\
 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} &= 2(\sqrt{x} + 2) \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 2\sqrt{x} + 4 \\
 \Leftrightarrow \sqrt{x} &= 4 \Leftrightarrow x = 16
 \end{aligned}$$

Bài 86 trang 19 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho biểu thức:
$$Q = \left(\frac{1}{\sqrt{a} - 1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 2} - \frac{\sqrt{a} + 2}{\sqrt{a} - 1} \right)$$

a. Rút gọn Q với $a > 0$, $a \neq 4$ và $a \neq 1$

b. Tìm giá trị của a để Q dương.

Lời giải:

$$\begin{aligned}
 \text{a. Ta có: } Q &= \left(\frac{1}{\sqrt{a-1}} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-2}} - \frac{\sqrt{a+2}}{\sqrt{a-1}} \right) \\
 &= \frac{\sqrt{a} - (\sqrt{a-1})}{\sqrt{a}(\sqrt{a-1})} \cdot \frac{(\sqrt{a+1})(\sqrt{a-1}) - (\sqrt{a+2})(\sqrt{a-2})}{(\sqrt{a-2})(\sqrt{a-1})} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a-1})} \cdot \frac{a-1-a+4}{(\sqrt{a-2})(\sqrt{a-1})} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a-1})} \cdot \frac{(\sqrt{a-2})(\sqrt{a-1})}{3} \\
 &= \frac{\sqrt{a-2}}{3\sqrt{a}} \quad (a > 0, a \neq 4 \text{ và } a \neq 1)
 \end{aligned}$$

b. Ta có: $a \geq 0$ nên $\sqrt{a} > 0$

Khi đó: $Q = \frac{\sqrt{a-2}}{3\sqrt{a}}$ dương khi $\sqrt{a-2} > 0$

Ta có: $\sqrt{a-2} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{a} > 2 \Leftrightarrow a > 4$

Vậy khi $a > 4$ thì $Q > 0$.

Bài 87 trang 19 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Với ba số a, b, c không âm, chứng minh bất đẳng thức:

$$a + b + c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$$

Hãy mở rộng kết quả cho trường hợp bốn số, năm số không âm.

Lời giải:

Vì a, b và c không âm nên \sqrt{a} , \sqrt{b} và \sqrt{c} tồn tại.

Ta có: $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ suy ra:

$$a + b - 2\sqrt{ab} \geq 0 \Leftrightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad (1)$$

$(\sqrt{b} - \sqrt{c})^2 \geq 0$ suy ra:

$$b + c - 2\sqrt{bc} \geq 0 \Leftrightarrow b + c \geq 2\sqrt{bc} \Leftrightarrow \frac{b+c}{2} \geq \sqrt{bc} \quad (2)$$

$(\sqrt{c} - \sqrt{a})^2 \geq 0$ suy ra:

$$c + a - 2\sqrt{ca} \geq 0 \Leftrightarrow c + a \geq 2\sqrt{ca} \Leftrightarrow \frac{c+a}{2} \geq \sqrt{ca} \quad (3)$$

Cộng từng vế bất đẳng thức (1), (2) và (3), ta có:

$$\begin{aligned} \frac{a+b}{2} + \frac{b+c}{2} + \frac{c+a}{2} &\geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} \\ \Leftrightarrow a + b + c &\geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} \end{aligned}$$

* Với bốn số a, b, c, d không âm, ta có:

$$a + b + c + d \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} + \sqrt{da}$$

* Với năm số a, b, c, d, e không âm, ta có:

$$a + b + c + d + e \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} + \sqrt{de} + \sqrt{ea}$$

Bài 1 trang 20 Sách bài tập Toán 9 Tập 1 (Bài bổ xung):

Bất phương trình: $\sqrt{32x} - (\sqrt{8} + \sqrt{2})x > \sqrt{2}$ tương đương với bất phương trình

A. $\sqrt{20x} > \sqrt{2}$; B. $2\sqrt{5} > \sqrt{2}$;

C. $15\sqrt{2x} > \sqrt{2}$; D. $\sqrt{2x} > \sqrt{2}$.

Hãy chọn đáp án đúng.

Lời giải:

Chọn đáp án **D**