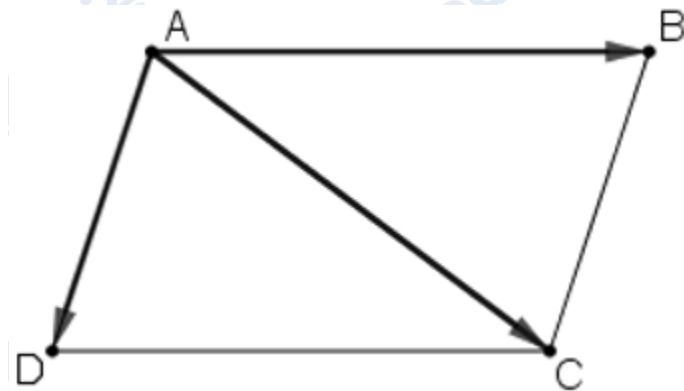


Giải bài 1 trang 17 SGK Toán lớp 10 tập 1

Cho hình bình hành ABCD. Chứng minh rằng: $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = 2\overline{AC}$

Lời giải:



ABCD là hình bình hành

$$\Rightarrow \overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$$

Do đó $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD}$

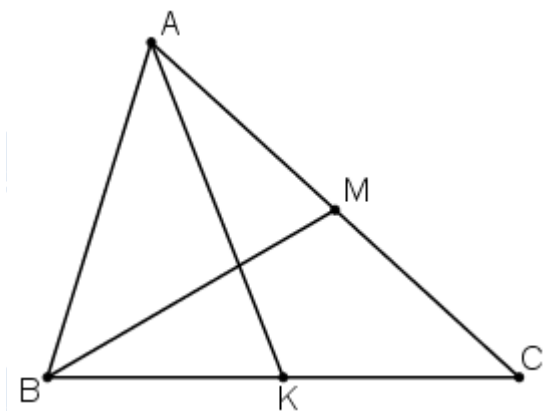
$$= (\overline{AB} + \overline{AD}) + \overline{AC}$$

$$= \overline{AC} + \overline{AC} = 2\overline{AC}$$

Giải bài 2 SGK Toán lớp 10 trang 17 tập 1

Cho AK và BM là hai trung tuyến của tam giác ABC. Hãy phân tích các vectơ $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ theo hai vec tơ $\vec{u} = \overline{AK}$ và $\vec{v} = \overline{BM}$

Lời giải:



+ K là trung điểm của BC nên ta có:

$$\overline{AB} + \overline{AC} = 2.\overline{AK} \text{ hay } \overline{AB} - \overline{CA} = 2.\vec{u} \quad (1)$$

+ M là trung điểm AC nên ta có:

$$\overline{BA} + \overline{BC} = 2.\overline{BM} \text{ hay } \overline{BC} - \overline{AB} = 2.\vec{v} \quad (2)$$

+ Lại có $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \vec{0} \quad (3)$

Cộng (1) với (3) ta được $2.\overline{AB} + \overline{BC} = 2.\vec{u}$, kết hợp với (2) ta được hệ phương

trình:
$$\begin{cases} 2.\overline{AB} + \overline{BC} = 2.\vec{u} \\ -\overline{AB} + \overline{BC} = 2.\vec{v} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được
$$\begin{cases} \overline{AB} = \frac{2\vec{u} - 2.\vec{v}}{3} = \frac{2}{3}.\vec{u} - \frac{2}{3}.\vec{v} \\ \overline{BC} = \frac{2\vec{u} + 4.\vec{v}}{3} = \frac{2}{3}.\vec{u} + \frac{4}{3}.\vec{v} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được

$$\begin{aligned} \text{Từ (1)} &\Rightarrow \overline{CA} = \overline{AB} - 2\vec{u} \\ &= \frac{2}{3}\vec{u} - \frac{2}{3}\vec{v} - 2\vec{u} = \frac{-4}{3}\vec{u} - \frac{2}{3}\vec{v} \end{aligned}$$

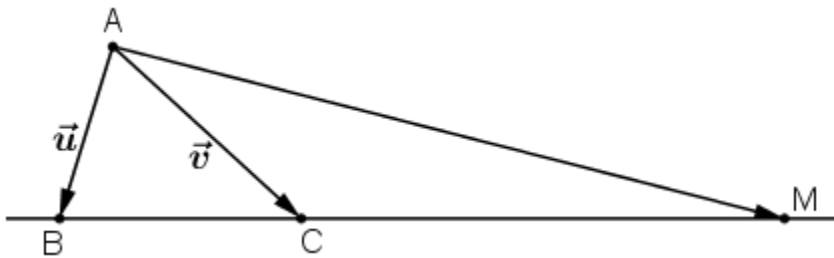
$$\text{Vậy } \overline{AB} = \frac{2}{3}\vec{u} - \frac{2}{3}\vec{v};$$

$$\overline{BC} = \frac{2}{3}\vec{u} + \frac{4}{3}\vec{v}; \quad \overline{CA} = \frac{-4}{3}\vec{u} - \frac{2}{3}\vec{v}$$

Giải bài 3 SGK Toán lớp 10 tập 1 trang 17

Trên đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác ABC lấy điểm M sao cho $\overline{MB} = 3\overline{MC}$. Hãy phân tích vec tơ \overline{AM} theo hai vec tơ $\vec{u} = \overline{AB}$ và $\vec{v} = \overline{AC}$.

Lời giải:



Ta có: $\overline{MB} = 3\overline{MC} \Rightarrow \overline{MB} - 3\overline{MC} = \vec{0}$.

Theo quy tắc ba điểm ta có:

$$\overline{AM} = \overline{AB} + \overline{BM} = \overline{AB} - \overline{MB} = \vec{u} - \overline{MB} \quad (1)$$

$$\overline{AM} = \overline{AC} + \overline{CM} = \overline{AC} - \overline{MC} = \vec{v} - \overline{MC} \quad (2)$$

Lấy (1) trừ 3 lần (2) ta được:

$$\overline{AM} - 3.\overline{AM} = (\vec{u} - \overline{MB}) - 3.(\vec{v} - \overline{MC})$$

$$\Leftrightarrow -2.\overline{AM} = (\vec{u} - 3.\vec{v}) + (\overline{MB} - 3.\overline{MC})$$

$$\Leftrightarrow -2\overline{AM} = \vec{u} - 3\vec{v}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AM} = \frac{-1}{2}\vec{u} + \frac{3}{2}\vec{v}.$$

Giải SGK Toán lớp 10 tập 1 bài 4 trang 17

Gọi AM là trung tuyến của tam giác ABC và D là trung điểm của đoạn AM.

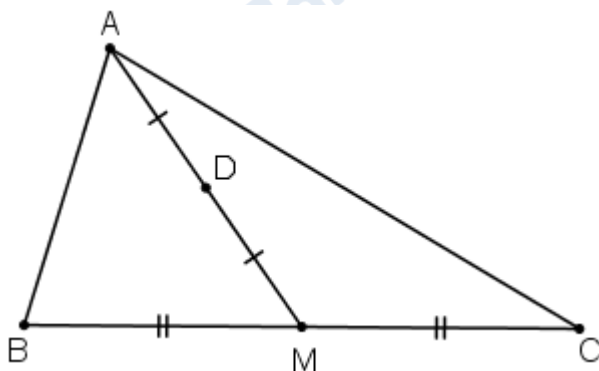
Chứng minh rằng:

a) $2.\overline{DA} + \overline{DB} + \overline{DC} = \vec{0}$

b) $2.\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 4.\overline{OD}$,

với O là điểm tùy ý.

Lời giải:



$$\begin{aligned}
 \text{a) Ta có: } & 2\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} \\
 &= 2\overrightarrow{DA} + (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) \\
 &= 2\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DM} \\
 \text{(Do M là trung điểm BC)} & \\
 &= 2(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DM}) \\
 &= 2\vec{0} \\
 \text{(vì D là trung điểm của AM)} & \\
 &= \vec{0} \text{ (đpcm).}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) Ta có: } & 2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \\
 &= 2(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DA}) + (\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DB}) + (\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DC}) \\
 &= 4\overrightarrow{OD} + (2\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) \\
 &= 4\overrightarrow{OD} + \vec{0} \\
 &= 4\overrightarrow{OD}
 \end{aligned}$$

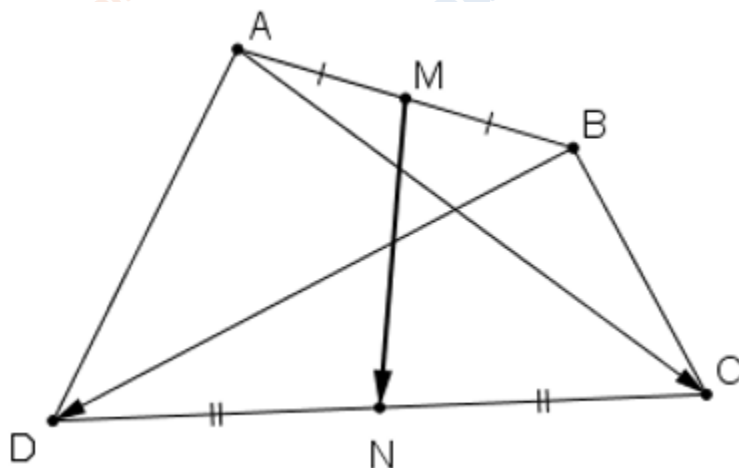
Giải bài 5 trang 17 SGK Toán lớp 10 tập 1

Gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD của tứ giác ABCD.

Chứng minh rằng:

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$$

Lời giải:



Ta có:

$$+ 2.\overline{MN} = \overline{MD} + \overline{MC}$$

(Vì N là trung điểm của DC)

$$= (\overline{MB} + \overline{BD}) + (\overline{MA} + \overline{AC})$$

$$= (\overline{MB} + \overline{MA}) + (\overline{AC} + \overline{BD})$$

$$= \vec{0} + \overline{AC} + \overline{BD}$$

(Vì M là trung điểm của AB)

$$= \overline{AC} + \overline{BD}$$

$$+ 2.\overline{MN} = \overline{MD} + \overline{MC}$$

(Vì N là trung điểm của CD)

$$= (\overline{MA} + \overline{AD}) + (\overline{MB} + \overline{BC})$$

$$= (\overline{MA} + \overline{MB}) + (\overline{AD} + \overline{BC})$$

$$= \vec{0} + (\overline{AD} + \overline{BC})$$

(Vì M là trung điểm của AB)

$$= \overline{AD} + \overline{BC}$$

Vậy

$$2.\overline{MN} = \overline{AC} + \overline{BD} = \overline{BC} + \overline{AD} \quad (\text{đpcm})$$

Giải Toán SGK lớp 10 tập 1 trang 17 bài 6

Cho hai điểm phân biệt A và B. Tìm điểm K sao cho

$$3.\overline{KA} + 2.\overline{KB} = \vec{0}$$

Lời giải:

$$\text{Ta có : } 3.\overline{KA} + 2.\overline{KB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3.\overline{KA} + 2.(\overline{KA} + \overline{AB}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 5.\overline{KA} + 2.\overline{AB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 5.\overline{KA} = -2.\overline{AB}$$

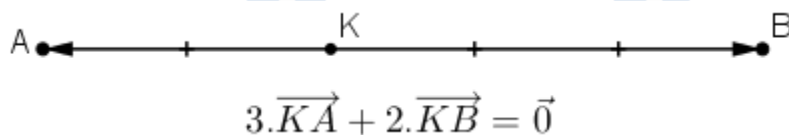
$$\Leftrightarrow \overline{KA} = \frac{-2}{5}.\overline{AB}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AK} = \frac{2}{5}.\overline{AB}$$

$\Rightarrow \overline{AK}$ cùng hướng với \overline{AB}

$$\text{và } AK = \frac{2}{5}.AB.$$

hay K là điểm nằm trên đoạn thẳng AB và $AK = \frac{2}{5}.AB$

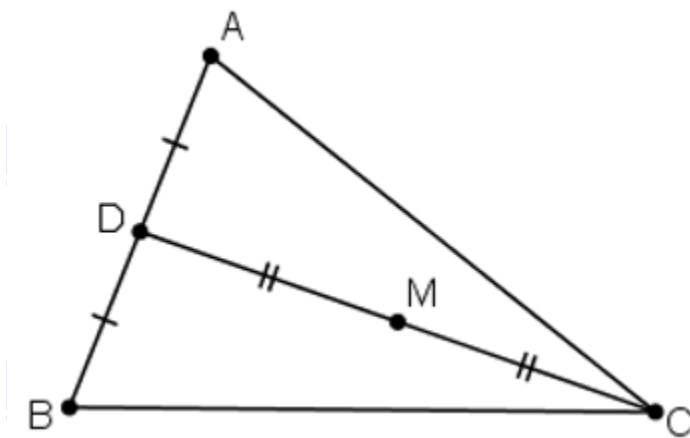


Giải bài 7 trang 17 SGK Toán lớp 10 tập 1

Cho tam giác ABC. Tìm điểm M sao cho

$$\overline{MA} + \overline{MB} + 2.\overline{MC} = \vec{0}$$

Lời giải:



Gọi D là trung điểm AB.

Khi đó với mọi điểm M ta có :

$$\overline{MA} + \overline{MB} = 2\overline{MD}.$$

$$\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 2\overline{MD} + 2\overline{MC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 2(\overline{MD} + \overline{MC}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overline{MD} + \overline{MC} = \vec{0}$$

$\Leftrightarrow M$ là trung điểm của CD.

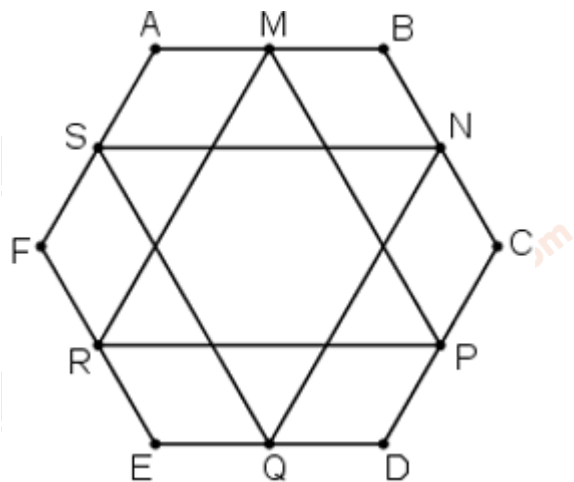
Vậy $\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow M$ là trung điểm của trung tuyến từ đỉnh C.

Giải bài 8 SGK Toán lớp 10 trang 17 tập 1

Cho lục giác ABCDEF. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DE, EF, FA. Chứng minh rằng hai tam giác MPR và NQS có cùng trọng tâm.

Lời giải:



Gọi G là trọng tâm tam giác MPR $\Rightarrow \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GP} + \overrightarrow{GR} = \vec{0}$.

Ta cần đi chứng minh G cũng là trọng tâm của ΔNQS bằng cách chứng minh $\overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GQ} + \overrightarrow{GS} = \vec{0}$

Thật vậy ta có:

$$\begin{aligned} & 2.(\overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GQ} + \overrightarrow{GS}) \\ &= 2.\overrightarrow{GN} + 2.\overrightarrow{GQ} + 2.\overrightarrow{GS} \\ &= (\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + (\overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GE}) + (\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GA}) \end{aligned}$$

(Vì N, Q, S lần lượt là trung điểm của BC, DE, FA)

$$\begin{aligned} &= (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}) + (\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) + (\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF}) \\ &= 2.\overrightarrow{GM} + 2.\overrightarrow{GP} + 2.\overrightarrow{GR} \end{aligned}$$

(Vì M, P, R là trung điểm AB, CD, EF)

$$\begin{aligned} &= 2.(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GP} + \overrightarrow{GR}) \\ &= 2.\vec{0} = \vec{0} \end{aligned}$$

$\Rightarrow \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GQ} + \overrightarrow{GS} = \vec{0}$ hay G cũng là trọng tâm của ΔNQS .

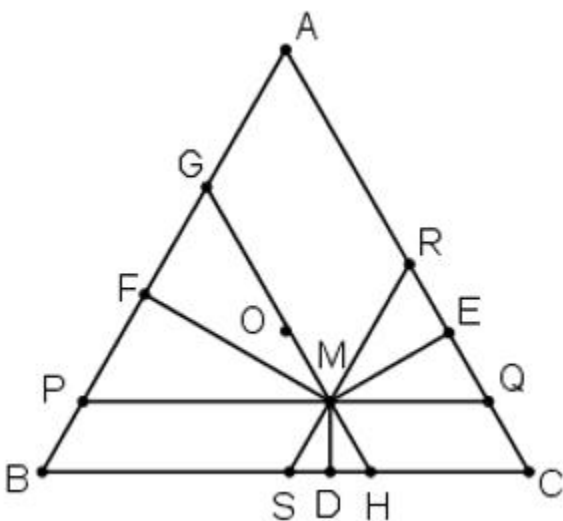
Vậy trọng tâm ΔMPR và ΔNQS trùng nhau.

Giải bài 9 SGK Toán lớp 10 tập 1 trang 17

Cho tam giác đều ABC có O là trọng tâm và M là một điểm tùy ý trong tam giác. Gọi D, E, F lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ M đến BC, AC, AB .

Chứng minh rằng $\vec{MD} + \vec{ME} + \vec{MF} = \frac{3}{2} \vec{MO}$

Lời giải:



Ta có:

$$\begin{aligned} MS \parallel AB &\Rightarrow \widehat{MSH} = \widehat{B} = 60^\circ \\ MH \parallel AC &\Rightarrow \widehat{MHS} = \widehat{C} = 60^\circ \\ \Rightarrow \Delta MHS \text{ có } \widehat{MHS} = \widehat{MSH} = 60^\circ \end{aligned}$$

$\Rightarrow \Delta MHS$ đều.

$MD \perp SH$ nên MD là đường cao đồng thời là trung tuyến của ΔMHS .

$\Rightarrow D$ là trung điểm của SH

$$\Rightarrow 2 \vec{MD} = \vec{MS} + \vec{MH}.$$

Chứng minh tương tự ta có:

$$\begin{aligned}
 2.\overline{ME} &= \overline{MR} + \overline{MQ} \\
 2.\overline{MF} &= \overline{MG} + \overline{MP} \\
 \Rightarrow 2.\overline{MD} + 2.\overline{ME} + 2.\overline{MF} \\
 &= \overline{MS} + \overline{MH} + \overline{MR} + \overline{MQ} + \overline{MG} + \overline{MP} \\
 &= (\overline{MS} + \overline{MP}) + (\overline{MH} + \overline{MQ}) + (\overline{MR} + \overline{MP}) \\
 &= \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MA}
 \end{aligned}$$

(Vì các tứ giác BSMP, HMQC, MRAG là hình bình hành)

$$= 3.\overline{MO} \quad (\text{Vì } O \text{ là trọng tâm } \Delta ABC)$$

$$\Rightarrow \overline{MD} + \overline{ME} + \overline{MF} = \frac{3}{2}.\overline{MO}$$

1