

GIẢI BÀI TẬP SBT TOÁN LỚP 9 BÀI 4: LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

Bài 36 trang 10 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Áp dụng quy tắc khai phương, hãy tính:

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \sqrt{\frac{9}{169}} & \text{b. } \sqrt{\frac{25}{144}} \\ \text{c. } \sqrt{1\frac{9}{16}} & \text{d. } \sqrt{2\frac{7}{81}} \end{array}$$

Lời giải:

$$\begin{array}{l} \text{a. } \sqrt{\frac{9}{169}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{169}} = \frac{3}{13} \\ \text{b. } \sqrt{\frac{25}{144}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{144}} = \frac{5}{12} \\ \text{c. } \sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4} \\ \text{d. } \sqrt{2\frac{7}{81}} = \sqrt{\frac{169}{81}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{81}} = \frac{13}{9} \end{array}$$

Bài 37 trang 11 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Áp dụng quy tắc chia hai căn bậc hai, hãy tính:

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \frac{\sqrt{2300}}{\sqrt{23}} & \text{b. } \frac{\sqrt{12,5}}{\sqrt{0,5}} \\ \text{c. } \frac{\sqrt{192}}{\sqrt{12}} & \text{d. } \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{150}} \end{array}$$

Lời giải:

$$a. \frac{\sqrt{2300}}{\sqrt{23}} = \sqrt{\frac{2300}{23}} = \sqrt{100} = 10$$

$$b. \frac{\sqrt{12,5}}{\sqrt{0,5}} = \sqrt{\frac{12,5}{0,5}} = \sqrt{25} = 5$$

$$c. \frac{\sqrt{192}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{192}{12}} = \sqrt{16} = 4$$

$$d. \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{150}} = \sqrt{\frac{6}{150}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$$

Bài 38 trang 11 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho các biểu thức:

$$A = \sqrt{\frac{2x+3}{x-3}} \text{ và } B = \frac{\sqrt{2x+3}}{\sqrt{x-3}}$$

a. Tìm x để A có nghĩa. Tìm x để B có nghĩa

b. Với giá trị nào của x thì A = B?

Lời giải:

a. Ta có: $\sqrt{\frac{2x+3}{x-3}}$ có nghĩa khi và chỉ khi: $\frac{2x+3}{x-3} \geq 0$

$$* \text{ Trường hợp 1: } \begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geq -3 \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{3}{2} \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3$$

$$* \text{ Trường hợp 2: } \begin{cases} 2x+3 \leq 0 \\ x-3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \leq -3 \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{3}{2} \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq -\frac{3}{2}$$

Vậy $x > 3$ hoặc $x \leq -\frac{3}{2}$ thì biểu thức A có nghĩa.

Ta có: $\frac{\sqrt{2x+3}}{\sqrt{x-3}}$ có nghĩa khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geq -3 \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{3}{2} \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$$

Vậy $x \geq 3$ thì biểu thức B có nghĩa.

b. Với $x > 3$ thì A và B đồng thời có nghĩa

Vậy với $x > 3$ thì $A = B$.

Bài 39 trang 11 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Biểu diễn $\sqrt{\frac{a}{b}}$ với $a < 0, b < 0$ ở dạng thương của hai căn thức.

Áp dụng tính $\sqrt{\frac{-49}{-81}}$

Lời giải:

Ta có: $a < 0$ nên $-a > 0$; $b < 0$ nên $-b > 0$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\frac{-a}{-b}} = \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}$$

$$\sqrt{\frac{-49}{-81}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{81}} = \frac{7}{9}$$

Bài 40 trang 11 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Rút gọn biểu thức:

a. $\sqrt{\frac{63y^3}{7y}}$ ($y > 0$)

b. $\frac{\sqrt{48x^3}}{\sqrt{3x^5}}$ ($x > 0$)

c. $\frac{\sqrt{45mn^2}}{\sqrt{20m}}$ ($m > 0$ và $n > 0$)

d. $\frac{\sqrt{16a^4b^6}}{\sqrt{128a^6b^6}}$ ($a < 0$ và $b \neq 0$)

Lời giải:

a. $\sqrt{\frac{63y^3}{7y}} = \frac{\sqrt{63y^3}}{\sqrt{7y}} = \sqrt{9y^2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{y^2} = 3 \cdot |y| = 3y$ ($y > 0$)

b. $\frac{\sqrt{48x^3}}{\sqrt{3x^5}} = \sqrt{\frac{48x^3}{3x^5}} = \sqrt{\frac{16}{x^2}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{x^2}} = \frac{4}{|x|} = \frac{4}{x}$ ($x > 0$)

c. $\frac{\sqrt{45mn^2}}{\sqrt{20m}} = \sqrt{\frac{45mn^2}{20m}} = \sqrt{\frac{9n^2}{4}} = \frac{\sqrt{9n^2}}{\sqrt{4}} = \frac{3|n|}{2} = \frac{3n}{2}$ ($m > 0$ và $n > 0$)

d. $\frac{\sqrt{16a^4b^6}}{\sqrt{128a^6b^6}} = \sqrt{\frac{16a^4b^6}{128a^6b^6}} = \sqrt{\frac{1}{8a^2}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4a^2 \cdot 2}} = \frac{1}{2|a|\sqrt{2}} = \frac{-1}{2a\sqrt{2}}$
 ($a < 0$ và $b \neq 0$)

Bài 41 trang 11 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Rút gọn các biểu thức:

a. $\sqrt{\frac{x - 2\sqrt{x+1}}{x + 2\sqrt{x+1}}}$ ($x \geq 0$)

b. $\frac{x-1}{\sqrt{y-1}} \sqrt{\frac{y-2\sqrt{y+1}}{(x-1)^4}}$

Lời giải:

a. Vì $x \geq 0$ nên $x = (\sqrt{x})^2$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sqrt{\frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{x + 2\sqrt{x} + 1}} &= \sqrt{\frac{(\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x})^2 + 2\sqrt{x} + 1}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{(\sqrt{x} + 1)^2}} \\ &= \frac{\sqrt{(\sqrt{x} - 1)^2}}{\sqrt{(\sqrt{x} + 1)^2}} = \frac{|\sqrt{x} - 1|}{|\sqrt{x} + 1|} = \frac{|\sqrt{x} - 1|}{\sqrt{x} + 1} \end{aligned}$$

* Nếu $\sqrt{x} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$ thì $|\sqrt{x} - 1| = \sqrt{x} - 1$

$$\text{Ta có: } \frac{|\sqrt{x} - 1|}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} \quad (\text{với } x \geq 1)$$

* Nếu $\sqrt{x} - 1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$ thì $|\sqrt{x} - 1| = 1 - \sqrt{x}$

$$\text{Ta có: } \frac{|\sqrt{x} - 1|}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \quad (\text{với } 0 \leq x \leq 1)$$

b. Vì $y \geq 0$ nên $y = (\sqrt{y})^2$

Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{\sqrt{y}-1} \sqrt{\frac{y-2\sqrt{y}+1}{(x-1)^4}} &= \frac{x-1}{\sqrt{y}-1} \sqrt{\frac{(\sqrt{y})^2-2\sqrt{y}+1}{(x-1)^4}} \\ &= \frac{x-1}{\sqrt{y}-1} \sqrt{\frac{(\sqrt{y}-1)^2}{(x-1)^4}} \\ &= \frac{x-1}{\sqrt{y}-1} \cdot \frac{|\sqrt{y}-1|}{(x-1)^2} = \frac{|\sqrt{y}-1|}{(\sqrt{y}-1)(x-1)} \end{aligned}$$

* Nếu $\sqrt{y}-1 > 0 \Leftrightarrow y > 1$ thì $|\sqrt{y}-1| = \sqrt{y}-1$

Thì khi đó kết quả là $\frac{1}{x-1}$

* Nếu $\sqrt{y}-1 < 0$, khi đó $0 < y < 1$

Thì $|\sqrt{y}-1| = -(\sqrt{y}-1)$

Thì khi đó kết quả là $\frac{-1}{x-1} = \frac{1}{1-x}$

Bài 42 trang 12 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Rút gọn biểu thức với điều kiện đã cho của x rồi tính giá trị của nó:

a. $\sqrt{\frac{(x-2)^4}{(3-x)^2}} + \frac{x^2-1}{x-3}$ ($x < 3$) tại $x = 0,5$

b. $4x - \sqrt{8} + \frac{\sqrt{x^3+2x^2}}{\sqrt{x+2}}$ ($x > -2$) tại $x = -\sqrt{2}$

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{a. Ta có: } \sqrt{\frac{(x-2)^4}{(3-x)^2}} + \frac{x^2-1}{x-3} &= \frac{\sqrt{(x-2)^4}}{\sqrt{(3-x)^2}} + \frac{x^2-1}{x-3} = \frac{(x-2)^2}{|3-x|} + \frac{x^2-1}{x-3} \\ &= \frac{x^2-4x+4}{3-x} + \frac{x^2-1}{x-3} = \frac{-x^2+4x-4}{x-3} + \frac{x^2-1}{x-3} \\ &= \frac{4x-5}{x-3} \quad (x < 3) \end{aligned}$$

$$\text{Với } x = 0,5 \text{ ta có: } \frac{4 \cdot (0,5) - 5}{(0,5) - 3} = \frac{-3}{-(2,5)} = \frac{6}{5} = 1,2$$

$$\begin{aligned} \text{b. Ta có: } 4x - \sqrt{8} + \frac{\sqrt{x^3+2x^2}}{\sqrt{x+2}} &= 4x - \sqrt{8} + \sqrt{\frac{x^3+2x^2}{x+2}} \\ &= 4x - \sqrt{8} + \sqrt{\frac{x^2(x+2)}{x+2}} = 4x - \sqrt{8} + \sqrt{x^2} = 4x - \sqrt{8} + |x| \quad (x > -2) \end{aligned}$$

* Nếu $x > 0$ thì $|x| = x$

$$\text{Ta có: } 4x - \sqrt{8} + |x| = 4x - \sqrt{8} + x = 5x - \sqrt{8}$$

$$\text{Với } x = -\sqrt{2} \text{ ta có: } 5(-\sqrt{2}) - \sqrt{8} = -5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = -7\sqrt{2}$$

* Nếu $-2 < x < 0$ thì $|x| = -x$

$$\text{Ta có: } 4x - \sqrt{8} + |x| = 4x - \sqrt{8} - x = 3x - \sqrt{8}$$

$$\text{Với } x = -\sqrt{2} \text{ ta có: } 3(-\sqrt{2}) - \sqrt{8} = -3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = -5\sqrt{2}.$$

Bài 43 trang 12 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Tìm x thỏa mãn điều kiện:

$$\text{a. } \sqrt{\frac{2x-3}{x-1}} = 2$$

$$\text{b. } \frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-1}} = 2$$

$$\text{c. } \sqrt{\frac{4x+3}{x+1}} = 3$$

$$\text{d. } \frac{\sqrt{4x+3}}{\sqrt{x+1}} = 3$$

Lời giải:

a. Ta có: $\sqrt{\frac{2x-3}{x-1}}$ xác định khi và chỉ khi $\frac{2x-3}{x-1} \geq 0$

$$* \text{ Trường hợp 1: } \begin{cases} 2x-3 \geq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geq 3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1,5 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1,5$$

$$* \text{ Trường hợp 2: } \begin{cases} 2x-3 \leq 0 \\ x-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \leq 3 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1,5 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x < 1$$

Với $x \geq 1,5$ hoặc $x < 1$ ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{2x-3}{x-1}} = 2 &\Leftrightarrow \frac{2x-3}{x-1} = 4 \Rightarrow 2x-3 = 4(x-1) \\ &\Leftrightarrow 2x-3 = 4x-4 \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = 0,5 \end{aligned}$$

Giá trị $x = 0,5$ thỏa mãn điều kiện $x < 1$

b. Ta có: $\frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-1}}$ xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} 2x-3 \geq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geq 3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1,5 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1,5$$

Với $x \geq 1,5$ ta có: $\frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-1}} = 2 \Leftrightarrow \frac{2x-3}{x-1} = 4 \Leftrightarrow 2x-3 = 4(x-1)$

$$\Leftrightarrow 2x-3 = 4x-4 \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = 0,5$$

Giá trị $x = 0,5$ không thỏa mãn điều kiện

Vậy không giá trị nào của x để $\frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-1}} = 2$

c. Ta có: $\sqrt{\frac{4x+3}{x+1}}$ xác định khi và chỉ khi $\frac{4x+3}{x+1} \geq 0$

$$* \text{ Trường hợp 1: } \begin{cases} 4x+3 \geq 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x \geq -3 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -0,75 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -0,75$$

$$* \text{ Trường hợp 2: } \begin{cases} 4x+3 \leq 0 \\ x+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x \leq -3 \\ x < -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -0,75 \\ x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow x < -1$$

Với $x \geq -0,75$ hoặc $x < -1$ ta có:

$$\sqrt{\frac{4x+3}{x+1}} = 3 \Leftrightarrow \frac{4x+3}{x+1} = 9 \Leftrightarrow 4x+3 = 9(x+1)$$

$$\Leftrightarrow 4x+3 = 9x+9 \Leftrightarrow 5x = -6 \Leftrightarrow x = -1,2$$

Giá trị $x = -1,2$ thỏa mãn điều kiện $x < -1$

d. Ta có: $\frac{\sqrt{4x+3}}{\sqrt{x+1}}$ xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} 4x+3 \geq 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x \geq -3 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -0,75 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -0,75$$

Với $x \geq -0,75$ ta có: $\frac{\sqrt{4x+3}}{\sqrt{x+1}} = 3 \Leftrightarrow \frac{4x+3}{x+1} = 9 \Leftrightarrow 4x+3 = 9(x+1)$

$$\Leftrightarrow 4x+3 = 9x+9 \Leftrightarrow 5x = -6 \Leftrightarrow x = -1,2$$

Vậy không giá trị nào của x để $\frac{\sqrt{4x+3}}{\sqrt{x+1}} = 3$

Bài 44 trang 12 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Cho hai số a, b , không âm. Chứng minh:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad (\text{Bất đẳng thức Cô-si cho hai số không âm})$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

Lời giải:

Vì $a \geq 0$ nên \sqrt{a} xác định, $b \geq 0$ nên \sqrt{b} xác định

Ta có: $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \Leftrightarrow a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0$

$$\Rightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \frac{a + b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = b$.

Bài 45 trang 12 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Với $a \geq 0$ và $b \geq 0$, chứng minh:

$$\sqrt{\frac{a+b}{2}} \geq \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}$$

Lời giải:

Vì $a \geq 0$ nên \sqrt{a} xác định, $b \geq 0$ nên \sqrt{b} xác định

Ta có: $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \Rightarrow a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0 \Rightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab}$

$$\Rightarrow a + b + a + b \geq a + b + 2\sqrt{ab}$$

$$\Rightarrow 2(a + b) \geq (\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{ab} + (\sqrt{b})^2$$

$$\Leftrightarrow 2(a + b) \geq (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \Leftrightarrow \frac{a + b}{2} \geq \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{a + b}{2}} \geq \sqrt{\frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}{4}} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{a + b}{2}} \geq \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}$$

Bài 46 trang 12 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Với a dương, chứng minh $a + 1/a \geq 2$

Lời giải:

Với $a > 0$, ta có: $(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}})^2 \geq 0$

$$\Leftrightarrow a - 2\sqrt{a} \cdot \frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{a} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a - 2 + \frac{1}{a} \geq 0 \Leftrightarrow a + \frac{1}{a} \geq 2$$

Bài 1 trang 12 Sách bài tập Toán 9 Tập 1 (Bài tập bổ xung):

Giá trị của $\sqrt{(49/0,09)}$ bằng

A. $7/3$; B. $70/3$;

C. $7/30$ D. $700/3$.

Hãy chọn đáp án đúng.

Lời giải:

Chọn đáp án **B**