

GIẢI BÀI TẬP SBT TOÁN LỚP 9 BÀI 2: CĂN THỨC BẬC HAI VÀ HẰNG ĐẲNG THỨC

Bài 12 trang 7 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Tìm x để căn thức sau có nghĩa:

a. $\sqrt{-2x + 3}$

b. $\sqrt{\frac{2}{x^2}}$

c. $\sqrt{\frac{4}{x + 3}}$

d. $\sqrt{\frac{-5}{x^2 + 6}}$

Lời giải:

a. Ta có: $\sqrt{-2x + 3}$ có nghĩa khi và chỉ khi:

$$-2x + 3 \geq 0 \Rightarrow -2x \geq -3 \Rightarrow x \leq 3/2$$

b. Ta có: $\sqrt{\frac{2}{x^2}}$ có nghĩa khi và chỉ khi:

$$2/x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 > 0 \Rightarrow x \neq 0$$

c. Ta có: $\sqrt{\frac{4}{x + 3}}$ có nghĩa khi và chỉ khi:

$$\frac{4}{x + 3} > 0 \Rightarrow x + 3 > 0 \Rightarrow x > -3$$

d. Ta có: $x^2 \geq 0$ với mọi x nên $x^2 + 6 > 0$ với mọi x

Suy ra $\frac{-5}{x^2 + 6} < 0$ với mọi x

Vậy không có giá trị nào của x để $\sqrt{\frac{-5}{x^2+6}}$ có nghĩa.

Bài 13 trang 7 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Rút gọn rồi tính:

- a. $5\sqrt{(-2)^4}$ b. $-4\sqrt{(-3)^6}$
 c. $\sqrt{\sqrt{(-5)^8}}$ d. $2\sqrt{(-5)^6} + 3\sqrt{(-2)^8}$

Lời giải:

- a. $5\sqrt{(-2)^4} = 5\sqrt{[(-2)^2]^2} = 5 \cdot |(-2)^2| = 5 \cdot |4| = 5 \cdot 4 = 20$
 b. $-4\sqrt{(-3)^6} = -4\sqrt{[(-3)^3]^2} = -4 \cdot |(-3)^3| = -4 \cdot |-27| = -4 \cdot 27 = -108$
 c. $\sqrt{\sqrt{(-5)^8}} = \sqrt{\sqrt{[(-5)^4]^2}} = \sqrt{(-5)^4} = \sqrt{[(-5)^2]^2} = |(-5)^2| = 25$
 d. $2\sqrt{(-5)^6} + 3\sqrt{(-2)^8} = 2 \cdot \sqrt{[(-5)^3]^2} + 3 \cdot \sqrt{[(-2)^4]^2}$
 $= 2 \cdot |(-5)^3| + 3 \cdot |(-2)^4| = 2 \cdot |-125| + 3 \cdot |16| = 2 \cdot 125 + 3 \cdot 16 = 298$

Bài 14 trang 7 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Rút gọn các biểu thức sau:

- a. $\sqrt{(4 + \sqrt{2})^2}$ b. $\sqrt{(3 - \sqrt{3})^2}$
 c. $\sqrt{(4 - \sqrt{17})^2}$ d. $2\sqrt{3} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}$

Lời giải:

- a. $\sqrt{(4 + \sqrt{2})^2} = |4 + \sqrt{2}| = 4 + \sqrt{2}$
 b. $\sqrt{(3 - \sqrt{3})^2} = |3 - \sqrt{3}| = 3 - \sqrt{3}$
 c. $\sqrt{(4 - \sqrt{17})^2} = |4 - \sqrt{17}| = \sqrt{17} - 4$
 d. $2\sqrt{3} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = 2\sqrt{3} + |2 - \sqrt{3}|$
 $= 2\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = \sqrt{3} + 2$

Bài 15 trang 7 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Chứng minh:

a. $9 + 4\sqrt{5} = (\sqrt{5} + 2)^2$

b. $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{5} = -2$

c. $(4 - \sqrt{7})^2 = 23 - 8\sqrt{7}$

d. $\sqrt{23 + 8\sqrt{7}} - \sqrt{7} = 4$

Lời giải:

a. Ta có:

$$VT = 9 + 4\sqrt{5} = 4 + 2.2\sqrt{5} + 5 = 2^2 + 2.2\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = (2 + \sqrt{5})^2$$

Vế trái bằng vế phải nên đẳng thức được chứng minh.

b. Ta có:

$$\begin{aligned} VT &= \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{5} = \sqrt{5 - 2.2\sqrt{5} + 4} - \sqrt{5} \\ &= \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 2.2\sqrt{5} + 2^2} - \sqrt{5} = \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} - \sqrt{5} \\ &= |\sqrt{5} - 2| - \sqrt{5} = \sqrt{5} - 2 - \sqrt{5} = -2 \end{aligned}$$

Vế trái bằng vế phải nên đẳng thức được chứng minh.

c. Ta có:

$$VT = (4 - \sqrt{7})^2 = 4^2 - 2.4.\sqrt{7} + (\sqrt{7})^2 = 16 - 8\sqrt{7} + 7 = 23 - 8\sqrt{7}$$

Vế trái bằng vế phải nên đẳng thức được chứng minh.

d. Ta có:

$$\begin{aligned} VT &= \sqrt{23 + 8\sqrt{7}} - \sqrt{7} = \sqrt{16 + 2.4.\sqrt{7} + 7} - \sqrt{7} \\ &= \sqrt{4^2 + 2.4.\sqrt{7} + (\sqrt{7})^2} - \sqrt{7} = \sqrt{(4 + \sqrt{7})^2} - \sqrt{7} \\ &= |4 + \sqrt{7}| - \sqrt{7} = 4 + \sqrt{7} - \sqrt{7} = 4 \end{aligned}$$

Vế trái bằng vế phải nên đẳng thức được chứng minh.

Bài 16 trang 7 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Biểu thức sau đây xác định với giá trị nào của x?

a. $\sqrt{(x-1)(x-3)}$

b. $\sqrt{x^2-4}$

c. $\sqrt{\frac{x-2}{x+3}}$

d. $\sqrt{\frac{2+x}{5-x}}$

Lời giải:

a. Ta có: $\sqrt{(x-1)(x-3)}$ xác định khi và chỉ khi:
 $(x-1)(x-3) \geq 0$

*Trường hợp 1: $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3$

*Trường hợp 2: $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ x-3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq 1$

Vậy với $x \leq 1$ hoặc $x \geq 3$ thì $\sqrt{(x-1)(x-3)}$ xác định.

b. Ta có: $\sqrt{x^2-4}$ xác định khi và chỉ khi:

$$x^2-4 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq 4 \Leftrightarrow |x| \geq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -2 \end{cases}$$

Vậy với $x \leq -2$ hoặc $x \geq 2$ thì $\sqrt{x^2-4}$ xác định

c. Ta có: $\sqrt{\frac{x-2}{x+3}}$ xác định khi $\frac{x-2}{x+3} \geq 0$

Trường hợp 1. $\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 2$

Trường hợp 2. $\begin{cases} x-2 \leq 0 \\ x+3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x < -3 \end{cases} \Leftrightarrow x < -3$

Vậy với $x \geq 2; x < -3$ thì $\sqrt{\frac{x-2}{x+3}}$ xác định

d. Ta có: $\sqrt{\frac{2+x}{5-x}}$ xác định khi $\frac{2+x}{5-x} \geq 0$

Trường hợp 1. $\begin{cases} 2+x \geq 0 \\ 5-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < 5$

Trường hợp 2. $\begin{cases} 2+x \leq 0 \\ 5-x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x > 5 \end{cases}$ (vô lí)

Vậy với $-2 \leq x < 5$ thì $\sqrt{\frac{2+x}{5-x}}$ xác định.

Bài 17 trang 8 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Tìm x, biết:

a. $\sqrt{9x^2} = 2x + 1$

b. $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = 3x - 1$

c. $\sqrt{1 - 4x + 4x^2} = 5$

d. $\sqrt{x^4} = 7$

Lời giải:

a. Ta có: $\sqrt{9x^2} = 2x + 1 \Leftrightarrow \sqrt{(3x)^2}$

$= 2x + 1 \Leftrightarrow |3x| = 2x + 1$ (1)

* Trường hợp 1: $3x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0 \Rightarrow |3x| = 3x$

Suy ra: $3x = 2x + 1 \Leftrightarrow 3x - 2x = 1 \Leftrightarrow x = 1$

Giá trị $x = 1$ là nghiệm của phương trình (1).

* Trường hợp 2: $3x < 0 \Leftrightarrow x < 0 \Rightarrow |3x| = -3x$

Suy ra: $-3x = 2x + 1 \Leftrightarrow -3x - 2x = 1 \Leftrightarrow -5x = 1 \Leftrightarrow x = -1/5$

Giá trị $x = -1/5$ thỏa mãn điều kiện $x < 0$

Vậy $x = -1/5$ là nghiệm của phương trình (1).

Vậy $x = 1$ và $x = -1/5$

$$\begin{aligned} \text{b. Ta có: } & \sqrt{x^2 + 6x + 9} = 3x - 1 \\ & \Leftrightarrow \sqrt{(x + 3)^2} = 3x - 1 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow |x + 3| = 3x - 1 \quad (2)$$

* Trường hợp 1: $x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -3 \Rightarrow |x + 3| = x + 3$

$$\text{Suy ra: } x + 3 = 3x - 1 \Leftrightarrow x - 3x = -1 - 3 \Leftrightarrow -2x = -4 \Leftrightarrow x = 2$$

Giá trị $x = 2$ thỏa mãn điều kiện $x \geq -3$.

Vậy $x = 2$ là nghiệm của phương trình (2).

* Trường hợp 2: $x + 3 < 0 \Leftrightarrow x < -3 \Rightarrow |x + 3| = -x - 3$

$$\text{Suy ra: } -x - 3 = 3x - 1 \Leftrightarrow -x - 3x = -1 + 3 \Leftrightarrow -4x = 2 \Leftrightarrow x = -0.5$$

Giá trị $x = -0,5$ không thỏa mãn điều kiện $x < -3$: loại

Vậy $x = 2$

$$\text{c. Ta có: } \sqrt{1 - 4x + 4x^2} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(1 - 2x)^2}$$

$$= 5 \Leftrightarrow |1 - 2x| = 5 \quad (3)$$

* Trường hợp 1: $1 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow 2x \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 1/2 \Rightarrow |1 - 2x| = 1 - 2x$

$$\text{Suy ra: } 1 - 2x = 5 \Leftrightarrow -2x = 5 - 1 \Leftrightarrow x = -2$$

Giá trị $x = -2$ thỏa mãn điều kiện $x \leq 1/2$

Vậy $x = -2$ là nghiệm của phương trình (3).

* Trường hợp 2: $1 - 2x < 0 \Leftrightarrow 2x > 1 \Leftrightarrow x > 1/2 \Rightarrow |1 - 2x| = 2x - 1$

$$\text{Suy ra: } 2x - 1 = 5 \Leftrightarrow 2x = 5 + 1 \Leftrightarrow x = 3$$

Giá trị $x = 3$ thỏa mãn điều kiện $x > 1/2$

Vậy $x = 3$ là nghiệm của phương trình (3).

Vậy $x = -2$ và $x = 3$.

d. Ta có: $\sqrt{x^4} = 7 \Leftrightarrow \sqrt{(x^2)^2} = 7$

$\Leftrightarrow |x^2| = 7 \Leftrightarrow x^2 = 7$

Vậy $x = \sqrt{7}$ và $x = -\sqrt{7}$.

Bài 18 trang 8 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Phân tích thành nhân tử:

a. $x^2 - 7$ b. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2$ c. $x^2 + 2\sqrt{13}x + 13$

Lời giải:

a. Ta có: $x^2 - 7 = x^2 - (\sqrt{7})^2 = (x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7})$

b. Ta có: $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = x^2 - 2.x.\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2$

c. Ta có: $x^2 + 2\sqrt{13}x + 13 = x^2 + 2.x.\sqrt{13} + (\sqrt{13})^2 = (x + \sqrt{13})^2$

Bài 19 trang 8 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Rút gọn các phân thức:

a. $\frac{x^2 - 5}{x + \sqrt{5}}$ (với $x \neq -\sqrt{5}$)

b. $\frac{x^2 + 2\sqrt{2}x + 2}{x^2 - 2}$ (với $x \neq \pm\sqrt{2}$)

Lời giải:

$$a. \frac{x^2 - 5}{x + \sqrt{5}} = \frac{x^2 - (\sqrt{5})^2}{x + \sqrt{5}} = \frac{(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})}{x + \sqrt{5}}$$

$$= x - \sqrt{5} \quad (\text{với } x \neq -\sqrt{5})$$

$$b. \frac{x^2 + 2\sqrt{2}x + 2}{x^2 - 2} = \frac{x^2 + 2 \cdot x \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}{(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})}$$

$$= \frac{(x + \sqrt{2})^2}{(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})} = \frac{x + \sqrt{2}}{x - \sqrt{2}} \quad (\text{với } x \neq \pm \sqrt{2})$$

Bài 20 trang 8 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

So sánh (không dùng bảng số hay máy tính bỏ túi):

a. $6 + 2\sqrt{2}$ và 9 b. $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ và 3

c. $9 + 4\sqrt{5}$ và 16 d. $\sqrt{11} - \sqrt{3}$ và 2

Lời giải:

a. $6 + 2\sqrt{2}$ và 9

Ta có: $9 = 6 + 3$

Ta so sánh $2\sqrt{2}$ và 3

Có $(2\sqrt{2})^2 = 2^2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 4 \cdot 2 = 8$

$3^2 = 9$

Vì $2\sqrt{2} > 0$ và $3 > 0$, lại có $8 < 9$

Suy ra $2\sqrt{2} < 3$

$\Rightarrow 6 + 2\sqrt{2} < 6 + 3$

Vậy $6 + 2\sqrt{2} < 9$.

b. So sánh $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ và 3

Ta có $\sqrt{2} + \sqrt{3} > 0; 3 > 0$

Nên để so sánh $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ và 3

Ta sẽ đi so sánh $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$ và 3^2 .

$$\text{Có: } (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = (\sqrt{2})^2 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = (\sqrt{3})^2$$

$$= 2 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + 3 = 5 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$\text{Mà: } 3^2 = 9 = 5 + 2 \cdot 2$$

Như vậy ta chỉ cần so sánh $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$ và 2

$$\text{Có: } (\sqrt{2} \cdot \sqrt{3})^2 = (\sqrt{2})^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\text{Mà: } 2^2 = 4$$

Vì $6 > 4$ nên $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} > 2$

Vậy $\sqrt{2} + \sqrt{3} > 3$

c. So sánh $9 + 4\sqrt{5}$ và 16

Ta có $16 = 9 + 7$

Ta sẽ đi so sánh $4\sqrt{5}$ và 7

Có: $(4\sqrt{5})^2 = 4^2 \cdot (\sqrt{5})^2 = 16 \cdot 5 = 80$

$$7^2 = 49$$

Vì $80 > 49$ nên $4\sqrt{5} > 7$

Vậy $9 + 4\sqrt{5} > 16$

d. So sánh $\sqrt{11} - \sqrt{3}$ và 2

Ta thấy $\sqrt{11} > \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{11} - \sqrt{3} > 0$

Để so sánh $\sqrt{11} - \sqrt{3}$ và 2

Ta đưa về so sánh $(\sqrt{11} - \sqrt{3})^2$ và 2^2 .

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (\sqrt{11} - \sqrt{3})^2 &= (\sqrt{11})^2 - 2 \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \\ &= 11 - 2\sqrt{11} \cdot \sqrt{3} + 3 = 14 - 2\sqrt{11} \cdot \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{Mà: } 2^2 = 4 = 14 - 2 \cdot 5$$

Ta sẽ đi so sánh $\sqrt{11} \cdot \sqrt{3}$ và 5

$$\text{Vì } (\sqrt{11} \cdot \sqrt{3})^2 = (\sqrt{11})^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = 11 \cdot 3 = 33$$

$$5^2 = 25$$

$$\text{Do } 33 > 25 \text{ nên } \sqrt{11} \cdot \sqrt{3} > 5 \Rightarrow -2 \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{3} < -2 \cdot 5$$

$$\text{Vậy } 14 - 2 \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{3} < 14 - 2 \cdot 5.$$

$$\text{Từ đó ta có } \sqrt{11} - \sqrt{3} < 2.$$

Bài 21 trang 8 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Rút gọn các biểu thức:

a. $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{3}$

b. $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - 3 + \sqrt{2}$

c. $\sqrt{9x^2 - 2x}$ với $x < 0$

d. $x - 4 + \sqrt{16 - 8x + x^2}$ với $x > 4$

Lời giải:

a. $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{3} = \sqrt{3 - 2\sqrt{3} + 1} - \sqrt{3}$
 $= \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} - \sqrt{3} = |\sqrt{3} - 1| - \sqrt{3} = \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} = -1$

b. $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - 3 + \sqrt{2} = \sqrt{9 + 3 \cdot 2\sqrt{2} + 2} - 3 + \sqrt{2}$
 $= \sqrt{(3 + \sqrt{2})^2} - 3 + \sqrt{2} = 3 + \sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

c. $\sqrt{9x^2 - 2x} = \sqrt{(3x)^2 - 2x} = |3x| - 2x = -3x - 2x = -5x$ với $x < 0$

d. $x - 4 + \sqrt{16 - 8x + x^2} = x - 4 + \sqrt{(x - 4)^2}$
 $= x - 4 + |x - 4| = x - 4 + x - 4 = 2x - 8$ với $x > 4$

Bài 22 trang 8 Sách bài tập Toán 9 Tập 1:

Với n là số tự nhiên, chứng minh đẳng thức:

$$\sqrt{(n + 1)^2} + \sqrt{n^2} = (n + 1)^2 - n^2$$

Viết đẳng thức trên khi n là 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Lời giải:

Ta có:

$$\sqrt{(n + 1)^2} + \sqrt{n^2} = |n + 1| + |n| = n + 1 + n = 2n + 1 \text{ (vì } n \in \mathbb{N})$$

$$(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$$

Vế phải bằng vế trái nên đẳng thức được chứng minh.

Với $n = 1$ ta có:

$$\sqrt{(1 + 1)^2} + \sqrt{1^2} = (1 + 1)^2 - 1^2 \Leftrightarrow \sqrt{4} + 1 = 4 - 1$$

Với $n = 2$ ta có:

$$\sqrt{(2 + 1)^2} + \sqrt{2^2} = (2 + 1)^2 - 2^2 \Leftrightarrow \sqrt{9} + \sqrt{4} = 9 - 4$$

Với $n = 3$ ta có:

$$\sqrt{(3 + 1)^2} + \sqrt{3^2} = (3 + 1)^2 - 3^2 \Leftrightarrow \sqrt{16} + \sqrt{9} = 16 - 9$$

Với $n = 4$ ta có:

$$\sqrt{(4 + 1)^2} + \sqrt{4^2} = (4 + 1)^2 - 4^2 \Leftrightarrow \sqrt{25} + \sqrt{16} = 25 - 16$$

Với $n = 5$ ta có:

$$\sqrt{(5 + 1)^2} + \sqrt{5^2} = (5 + 1)^2 - 5^2 \Leftrightarrow \sqrt{36} + \sqrt{25} = 36 - 25$$

Với $n = 6$ ta có:

$$\sqrt{(6 + 1)^2} + \sqrt{6^2} = (6 + 1)^2 - 6^2 \Leftrightarrow \sqrt{49} + \sqrt{36} = 49 - 36$$

Với $n = 7$ ta có:

$$\sqrt{(7 + 1)^2} + \sqrt{7^2} = (7 + 1)^2 - 7^2 \Leftrightarrow \sqrt{64} + \sqrt{49} = 64 - 49$$

Bài 2 trang 8 Sách bài tập Toán 9 Tập 1 (Bài tập bổ xung):

Đẳng thức nào đúng nếu x là số âm

A. $\sqrt{(9x^2)} = 9x$; B. $\sqrt{(9x^2)} = 3x$;

C. $\sqrt{(9x^2)} = -9x$; D. $\sqrt{(9x^2)} = -3x$.

Hãy chọn đáp án đúng.

Lời giải:

Chọn đáp án **D**