

**Giải bài 1 trang 155 SGK Toán lớp 10 tập 1**

Hãy nêu định nghĩa của  $\sin\alpha$ ,  $\cos\alpha$  và giải thích vì sao ta có:

$$\sin(\alpha + k2\pi) = \sin\alpha; k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos(\alpha + k2\pi) = \cos\alpha; k \in \mathbb{Z}$$

**Lời giải**

Trên đường tròn lượng giác trong mặt phẳng Oxy, lấy điểm A (1;0)

điểm M (x ; y) với  $\widehat{AM} = \alpha$

- \*  $y = \sin \widehat{AM} \Rightarrow y = \sin \alpha$
- \*  $x = \cos \widehat{AM} \Rightarrow x = \cos \alpha$

Mà  $\widehat{AM} = \alpha + k.2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

Nên  $\sin(\alpha + k.2\pi) = \sin \alpha \quad (k \in \mathbb{Z});$   
 $\cos(\alpha + k.2\pi) = \cos \alpha \quad (k \in \mathbb{Z})$

**Giải bài 2 SGK Toán lớp 10 trang 155 tập 1**

Nêu định nghĩa của  $\tan\alpha$ ,  $\cot\alpha$  và giải thích vì sao ta có:

$$\tan(\alpha + k\pi) = \tan\alpha, k \in \mathbb{Z};$$

$$\cot(\alpha + k\pi) = \cot\alpha, k \in \mathbb{Z};$$

**Lời giải**

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$  và  $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

Suy ra,  $\tan(\alpha + k\pi) = \frac{\sin(\alpha + k\pi)}{\cos(\alpha + k\pi)}$

Mà

- \*  $\sin(\alpha + k.\pi) = \sin \alpha$
- \*  $\cos(\alpha + k.\pi) = \cos \alpha$

nếu k chẵn

- và \*  $\sin(\alpha + k.\pi) = -\sin\alpha$
- \*  $\cos(\alpha + k\pi) = -\cos\alpha$

nếu k lẻ

nên  $\tan(\alpha + k\pi) = \tan\alpha$  (xem 3), trang 147)

**Giải bài 3 SGK Toán lớp 10 tập 1 trang 155**

a.  $\sin \alpha$ , nếu  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{3}$  và  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

b.  $\cos \alpha$  nếu  $\tan \alpha = 2\sqrt{2}$  và  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

c.  $\tan \alpha$  Nếu  $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$  và  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

d.  $\cot \alpha$  nếu  $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$  và  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Lời giải

a. Nếu  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  thì  $\sin \alpha > 0$

ta có:  $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{2}{9}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$

b. nếu  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$  thì  $\cos \alpha < 0$

Ta có:  $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = -\frac{1}{\sqrt{1 + 8}} = -\frac{1}{3}$

c. Nếu  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$  thì  $\tan \alpha < 0$ ,  $\cos \alpha > 0$

ta có:  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \left(-\frac{2}{3}\right) : \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$

d. Nếu  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  thì  $\cot \alpha < 0$ ,  $\sin \alpha > 0$

ta có:  $\cot \alpha = \left(-\frac{1}{4}\right) : \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = -\frac{\sqrt{15}}{15}$

**Giải SGK Toán lớp 10 tập 1 bài 4 trang 155**

Rút gọn biểu thức:

a.  $\frac{2 \sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{2 \sin 2\alpha + \sin 4\alpha}$

b.  $\tan \alpha \left( \frac{1 + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - \sin \alpha \right)$

c.  $\frac{\sin \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right) + \cos \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right)}{\sin \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right) - \cos \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right)}$

d.  $\frac{\sin 5\alpha - \sin 3\alpha}{2 \cos 4\alpha}$

Lời giải:

a.  $\frac{2 \sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{2 \sin 2\alpha + \sin 4\alpha}$

$$= \frac{2 \sin 2\alpha - 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha}{2 \sin 2\alpha + 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha} = \frac{2 \sin 2\alpha (1 - \cos 2\alpha)}{2 \sin 2\alpha (1 + \cos 2\alpha)}$$

$$= \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{2 \sin^2 \alpha}{2 \cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha$$

b.  $\tan \alpha \left( \frac{1 + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - \sin \alpha \right)$

$$= \tan \alpha \left( \frac{1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha} \right) = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{2 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} = 2 \cos \alpha$$

c.  $\frac{\sin \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right) + \cos \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right)}{\sin \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right) - \cos \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right)}$

$$= \frac{\left( \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} \right) + \left( \cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha \right)}{\left( \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} \right) - \left( \cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha \right)}$$

$$= \frac{\left( \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha \right) + \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha \right)}{\left( \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha \right) - \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha \right)}$$

$$= \frac{\sqrt{2} \cos \alpha}{-\sqrt{2} \sin \alpha} = -\cot \alpha$$

d.  $\frac{\sin 5\alpha - \sin 3\alpha}{2 \cos 4\alpha} = \frac{2 \cos 4\alpha \sin \alpha}{2 \cos 4\alpha} = \sin \alpha$

**Giải bài 5 trang 156 SGK Toán lớp 10 tập 1**

Tính:

a.  $\cos \frac{22\pi}{3}$

b.  $\sin \frac{23\pi}{4}$

c.  $\sin \frac{25\pi}{3} - \tan \frac{10\pi}{3}$

d.  $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$

**Lời giải**

a.  $\cos \frac{22\pi}{3}$

$$= \cos \left( 8\pi - \frac{2\pi}{3} \right) = \cos \left( -\frac{2\pi}{3} \right)$$

$$= \cos \left( \frac{2\pi}{3} \right) = \cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

b.  $\sin \frac{23\pi}{4}$

$$= \sin \left( 6\pi - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \left( -\frac{\pi}{4} \right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

c.  $\sin \frac{25\pi}{3} - \tan \frac{10\pi}{3}$

$$= \sin \left( 8\pi + \frac{\pi}{3} \right) - \tan \left( 3\pi + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$= \sin \frac{\pi}{3} - \tan \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

d.  $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Giải Toán SGK lớp 10 tập 1 trang 156 bài 6**

Chứng minh rằng:

a.  $\sin 75^\circ + \cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6}}{2}$

b.  $\tan(267^\circ) + \tan 93^\circ = 0$

c.  $\sin 65^\circ + \sin 55^\circ = \sqrt{3} \cos 5^\circ$

d.  $\cos 12^\circ - \cos 48^\circ = \sin 18^\circ$

### Lời giải

a.  $\sin 75^\circ + \cos 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) + \cos(45^\circ + 30^\circ)$

$$= \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ + \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

b. Vì  $267^\circ + 93^\circ = 360^\circ$  nên  $267^\circ = -93^\circ + 360^\circ$ .

$$\Rightarrow \tan 267^\circ = \tan(-93^\circ) = -\tan 93^\circ.$$

Vậy  $\tan 267^\circ + \tan 93^\circ = -\tan 93^\circ + \tan 93^\circ = 0$ .

c.  $\sin 65^\circ + \sin 55^\circ = 2 \sin\left(\frac{65^\circ + 55^\circ}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{65^\circ - 55^\circ}{2}\right)$

$$= 2 \sin 60^\circ \cdot \cos 5^\circ = \sqrt{3} \cos 5^\circ \text{ (dpcm)}$$

d.  $\cos 12^\circ - \cos 48^\circ = -2 \sin\left(\frac{12^\circ + 48^\circ}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{12^\circ - 48^\circ}{2}\right)$

$$= 2 \sin 30^\circ \cdot \sin(-18^\circ) = 2 \sin 30^\circ \cdot \sin 18^\circ = \sin 18^\circ.$$

### ***Giải bài 7 SGK Toán lớp 10 trang 156 tập 1***

Chứng minh các đồng nhất thức sau đây:

$$a. \frac{1 - \cos x + \cos 2x}{\sin 2x - \sin x} = \cot x$$

$$b. \frac{\sin x + \sin \frac{x}{2}}{1 + \cos x + \cos \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2}$$

$$c. \frac{2 \cos 2x - \sin 4x}{2 \cos 2x + \sin 4x} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - x \right)$$

$$d. \tan x - \tan y = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \sin y}$$

**Lời giải**

$$a. \frac{1 - \cos x + \cos 2x}{\sin 2x - \sin x} = \frac{1 - \cos x + \cos 2x}{2 \sin x \cos x - \sin x} = \frac{\cos x(2 \cos x - 1)}{\sin x(2 \cos x - 1)} = \cot x$$

$$b. \frac{\sin x + \sin \frac{x}{2}}{1 + \cos x + \cos \frac{x}{2}} = \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}} = \frac{\sin \frac{x}{2} (2 \cos \frac{x}{2} + 1)}{\cos \frac{x}{2} (2 \cos \frac{x}{2} + 1)} = \tan \frac{x}{2}$$

$$c. \frac{2 \cos 2x - \sin 4x}{2 \cos 2x + \sin 4x} = \frac{2 \cos 2x - 2 \sin 2x \cos 2x}{2 \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 2x} = \frac{1 - \sin 2x}{1 + \sin 2x}$$

$$= \frac{1 - \cos \left( \frac{\pi}{2} - 2x \right)}{1 + \cos \left( \frac{\pi}{2} - 2x \right)} = \frac{2 \sin^2 x \left( \frac{\pi}{4} - x \right)}{2 \cos^2 x \left( \frac{\pi}{4} - x \right)} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - x \right)$$

$$d. \tan x - \tan y = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\sin x \cos y - \cos x \sin y}{\cos x \cos y} = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y}$$

**Giải bài 8 trang 156 SGK Toán lớp 10 tập 1**

Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc x

$$a. A = \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$b. B = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$$

$$c. C = \sin^2 x + \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)\cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$$

$$d. D = \frac{1 - \cos 2x + \sin 2x}{1 + \cos 2x + \sin 2x} \cdot \cot x$$

Lời giải

Lời giải

a) Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \\ &= \sin\frac{\pi}{4} \cdot \cos x + \cos\frac{\pi}{4} \cdot \sin x - \left(\cos\frac{\pi}{4} \cdot \cos x + \sin\frac{\pi}{4} \cdot \sin x\right) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin x - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin x\right) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin x \\ &= 0 \end{aligned}$$

Vậy biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của x.

b. Ta có:  $B = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$

$$= \cos\frac{\pi}{6}\cos x + \sin\frac{\pi}{6}\sin x - \sin\frac{\pi}{3}\cos x - \cos\frac{\pi}{3}\sin x$$

$$= \cos x \cdot \left(\cos\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{3}\right) + \sin x \cdot \left(\sin\frac{\pi}{6} - \cos\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \cos x \cdot 0 + \sin x \cdot 0 \quad (\text{vì } \cos\frac{\pi}{6} = \sin\frac{\pi}{3}; \sin\frac{\pi}{6} = \cos\frac{\pi}{3})$$

$$= 0$$

Vậy biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của x.

c. Ta có:

$$C = \sin^2 x + \left[ \cos\frac{\pi}{3}\cos x + \sin\frac{\pi}{3}\sin x \right] \left[ \cos\frac{\pi}{3}\cos x - \sin\frac{\pi}{3}\sin x \right]$$

$$= \sin^2 x + \cos^2\frac{\pi}{3} \cdot \cos^2 x - \sin^2\frac{\pi}{3} \cdot \sin^2 x$$

$$= \sin^2 x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \cos^2 x - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \sin^2 x$$

$$= \sin^2 x + \frac{1}{4}\cos^2 x - \frac{3}{4}\sin^2 x$$

$$= \frac{1}{4}\sin^2 x + \frac{1}{4}\cos^2 x = \frac{1}{4}(\sin^2 x + \cos^2 x) = \frac{1}{4}$$

Vậy biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của x.



d) Ta có:

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{1 - \cos 2x + \sin 2x}{1 + \cos 2x + \sin 2x} \cdot \cot x \\
 &= \frac{2 \sin^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x}{2 \cos^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x} \cdot \cot x \\
 &= \frac{2 \sin x (\sin x + \cos x)}{2 \cos x (\cos x + \sin x)} \cdot \cot x = \tan x \cdot \cot x = 1
 \end{aligned}$$

Vậy biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của x.