

Câu 1 (2 điểm):

Cách giải:

a) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{16} + \sqrt{25}$.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{16} + \sqrt{25} \\ &= \sqrt{4^2} + \sqrt{5^2} \\ &= 4 + 5 = 9. \end{aligned}$$

Vậy $A = 9$.

b) Cho $x \geq -1, x \neq 0$, rút gọn biểu thức $B = \frac{(\sqrt{x+1}-1)(\sqrt{x+1}+1)}{x}$.

Điều kiện: $x \geq -1, x \neq 0$.

$$\begin{aligned} B &= \frac{(\sqrt{x+1}-1)(\sqrt{x+1}+1)}{x} \\ &= \frac{(\sqrt{x+1})^2 - 1}{x} \\ &= \frac{x+1-1}{x} = 1. \end{aligned}$$

Vậy với $x \geq -1, x \neq 0$ thì $B = 1$.

Câu 2 (1 điểm):

Cách giải:

Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$.

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 4 \\ y = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $S = \{(1; -2)\}$.

Câu 3 (2 điểm):

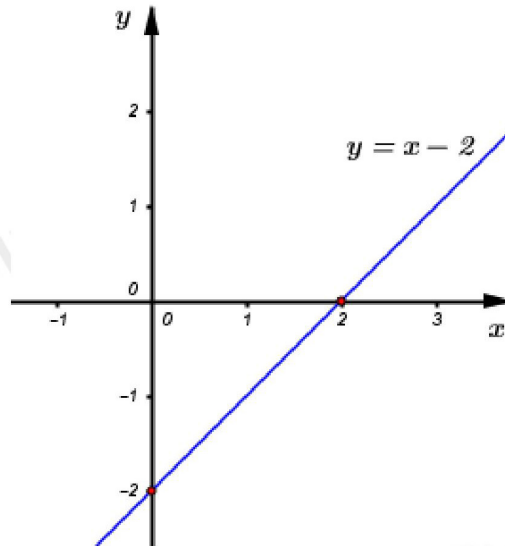
Cách giải:

a) Vẽ đồ thị của hàm số $y = x - 2$.

Ta có bảng giá trị:

x	0	2
y	-2	0

Vậy đồ thị hàm số $y = x - 2$ là đường thẳng đi qua các điểm $(0; -2)$ và $(2; 0)$.



b) Xác định hệ số a để đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $M(2; 1)$.

$$\text{Đồ thị hàm số } y = ax^2 \text{ đi qua điểm } M(2; 1) \Leftrightarrow 1 = a \cdot 2^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$$

Vậy $a = \frac{1}{4}$ thỏa mãn bài toán.

Câu 4 (1,0 điểm)

Cách giải:

Biết rằng phương trình $x^2 - x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tính giá trị của biểu thức

$$C = x_1^2 + x_2^2.$$

Phương trình $x^2 - x - 3 = 0$ có $ac = -3 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt trái dấu x_1, x_2 .

$$\text{Khi đó áp dụng định lí Vi-ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } C = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 1^2 - 2 \cdot (-3) = 7.$$

Vậy $C = 7$.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cách giải:

Theo kế hoạch, một tổ trong xưởng may phải may xong 8400 chiếc khẩu trang trong một thời gian quy định. Do tình hình dịch bệnh Covid-19 diễn biến phức tạp, tổ đã quyết định tăng năng suất nên mỗi ngày tổ đã may được nhiều hơn 102 chiếc khẩu trang so với số khẩu trang phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì vậy, trước thời gian quy định 4 ngày, tổ đã may được 6416 chiếc khẩu trang. Hỏi số khẩu trang mà tổ phải may mỗi ngày theo kế hoạch là bao nhiêu?

Gọi số khẩu trang mà tổ phải may mỗi ngày theo kế hoạch là x (chiếc) (ĐK: $x \in \mathbb{N}^*$).

Vì xưởng phải may 8400 chiếc khẩu trang nên thời gian để may xong là $\frac{8400}{x}$ (ngày).

Vì sau khi tăng năng suất nên mỗi ngày tổ đã may được nhiều hơn 102 chiếc khẩu trang so với số khẩu trang phải may trong một ngày theo kế hoạch nên thực tế mỗi ngày tổ may được $x+102$ (chiếc).

Thời gian tổ may được 6416 chiếc khẩu trang theo thực tế là: $\frac{6416}{x+102}$ (ngày).

Vì tổ may trước thời gian quy định 4 ngày, tổ đã may được 6416 chiếc khẩu trang nên ta có phương trình:

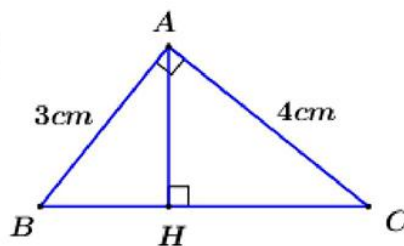
$$\begin{aligned} \frac{8400}{x} - \frac{6416}{x+102} &= 4 \\ \Leftrightarrow \frac{2100}{x} - \frac{1604}{x+102} &= 1 \\ \Leftrightarrow 2100(x+102) - 1604x &= x(x+102) \\ \Leftrightarrow 2100x + 214200 - 1604x &= x^2 + 102x \\ \Leftrightarrow x^2 - 394x - 214200 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 700x + 306x - 214200 &= 0 \\ \Leftrightarrow x(x-700) + 306(x-700) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-700)(x+306) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 700 \text{ (tm)} \\ x = -306 \text{ (ktm)} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy số khẩu trang mà tổ phải may mỗi ngày theo kế hoạch là 700 chiếc.

Câu 6 (1,0 điểm)

Cách giải:

Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Biết $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$. Tính độ dài BC và đường cao AH .



Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{25} = 5 \text{ (cm)}$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC , đường cao AH ta có:

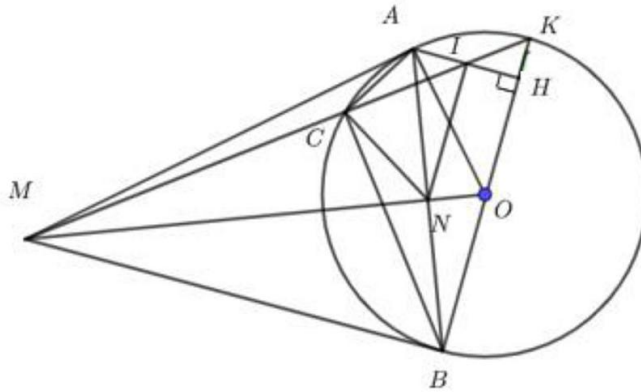
$$AB.AC = AH.BC \Rightarrow AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{3.4}{5} = 2,4 \text{ (cm)}.$$

Vậy $BC = 5 \text{ cm}$, $AH = 2,4 \text{ cm}$.

Câu 7 (2,0 điểm):

Cách giải:

Cho đường tròn (O) . Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm).



a) Chứng minh $MAOB$ nội tiếp.

Vì MA, MB là các tiếp tuyến của (O) lần lượt tại A, B nên $\angle MAO = \angle MBO = 90^\circ$ (định nghĩa).

Tứ giác $MAOB$ có $\angle MAO + \angle MBO = 180^\circ$.

Suy ra tứ giác $MAOB$ nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

b) Vẽ đường kính BK của đường tròn (O) , H là điểm trên BK sao cho AH vuông góc với BK . Điểm I là giao điểm của AH, MK . Chứng minh I là trung điểm HA .

Gọi N là giao điểm của AB với MO .

C là giao điểm giữa MK với đường tròn (O)

Ta có: $OA = OB \Rightarrow O$ thuộc trung trực của AB .

$MA = MB$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) nên M thuộc trung trực của AB .

$\Rightarrow OM$ là trung trực của $AB \Rightarrow OM \perp AB$ tại N .

Tứ giác $MCNB$ có $\angle MCB = \angle MNB = 90^\circ$. Suy ra tứ giác $MCNB$ nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

$$\Rightarrow \angle NMB = \angle NCB \text{ (hai góc cùng chắn một cung } BN)$$

Ta có: $\angle NMB = \angle NBO$ (cùng phụ với $\angle MBN$)

$$\Rightarrow \angle NCB = \angle NBO.$$

$$\text{Lại có: } \angle NCB + \angle NCI = 90^\circ, \angle NAI + \angle NBO = 90^\circ$$

Suy ra $\angle NCI = \angle NAI$.

Xét tứ giác $ACNI$ có: $\angle NCI = \angle NAI$ (cmt), suy ra tứ giác $ACNI$ nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

$$\Rightarrow \angle ANI = \angle ACI \text{ (hai góc cùng chắn cung } AI).$$

Trong (O) có: $\angle ACI = \angle ABK$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AK)

Suy ra $\angle ANI = \angle ABK$. Mà hai góc này vị trí đồng vị $\Rightarrow NI \parallel BK$

$$\text{Tam giác } ABK \text{ có: } \begin{cases} NI \parallel BK \\ NA = NB = \frac{1}{2} AB \end{cases}$$

Suy ra I là trung điểm của $AH \Rightarrow IA = IH$ (định lý đường trung bình của tam giác) (đpcm).

-----HẾT-----