

Giải bài tập Toán lớp 11: Định nghĩa và ý nghĩa của đạo hàm, hy vọng qua bộ tài liệu các bạn học sinh sẽ rèn luyện cách giải bài tập Toán 11 một cách hiệu quả hơn. Mời thầy cô cùng các bạn học sinh tham khảo.

Giải bài 1 trang 156 SGK đại số lớp 11

Tìm số gia của hàm số $f(x) = x^3$, biết rằng:

a. $x_0 = 1; \Delta x = 1;$

b. $x_0 = 1; \Delta x = -0,1;$

Lời giải:

Số gia của hàm số được tính theo công thức:

$$\Delta y = f(x) - f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

a. $\Delta y = f(1 + 1) - f(1) = f(2) - f(1) = 2^3 - 1^3 = 7$

b. $\Delta y = f(1 - 0,1) - f(1) = f(0,9) - f(1) = (0,9)^3 - 1^3 = -0,271$.

Giải bài 2 đại số lớp 11 trang 156 SGK

Tính Δy và $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ của các hàm số sau theo x và Δx

a. $y = 2x - 5$

b. $y = x^2 - 1$

c. $y = 2x^3$

d. $y = \frac{1}{x}$

Lời giải:

Ta có: $\Delta x = x - x_0 \Rightarrow x_0 = x - \Delta x$;

$$\Delta y = f(x) - f(x_0) = f(x) - f(x - \Delta x)$$

$$\begin{aligned} \text{a.} * \Delta y &= 2x - 5 - f(x - \Delta x) \\ &= 2x - 5 - [2(x - \Delta x) - 5] \\ &= 2x - 5 - 2x + 2\Delta x + 5 = 2\Delta x \end{aligned}$$

$$* \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2\Delta x}{\Delta x} = 2$$

$$\text{b.} * \Delta y = x^2 - 1 - f(x - \Delta x) = x^2 - 1 - [(x - \Delta x)^2 - 1] = \Delta x(2x - \Delta x)$$

$$* \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta x(2x - \Delta x)}{\Delta x} = 2x - \Delta x$$

$$\begin{aligned} \text{c.} * \Delta y &= 2x^3 - f(x - \Delta x) = 2x^3 - 2(x - \Delta x)^3 \\ &= 2x^3 - 2[x^3 - 3x^2.\Delta x + 3x(\Delta x)^2 - (\Delta x)^3] \\ &= 2\Delta x[3x^2 - 3x.\Delta x + (\Delta x)^2] \end{aligned}$$

$$* \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2[3x^2 - 3x.\Delta x + (\Delta x)^2]}{\Delta x} = 6x^2 - 6x.\Delta x + 2(\Delta x)^2$$

$$\text{d.} * \Delta y = \frac{1}{x} - f(x - \Delta x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x - \Delta x} = \frac{x - \Delta x - x}{x(x - \Delta x)} = -\frac{\Delta x}{x(x - \Delta x)}$$

$$* \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{1}{x(x - \Delta x)}$$

Giải bài 3 đại số lớp 11 SGK trang 156

Tính (bằng định nghĩa) đạo hàm của mỗi hàm số tại các điểm đã chỉ ra:

$$\text{a. } y = x^2 + x \text{ tại } x_0 = 1$$

$$\text{b. } y = \frac{1}{x} \text{ tại } x_0 = 2$$

$$\text{c. } y = \frac{x+1}{x-1}$$

Lời giải:

$$y = x^2 + x \text{ tại } x_0 = 1$$

*Giả sử Δx là số gia của đối số tại $x_0 = 1$. Ta có:

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f(1 + \Delta x) - f(1)$$

$$= (1 + \Delta x)^2 + (1 + \Delta x) - (1^2 + 1)$$

$$= \Delta x(3 + \Delta x)$$

$$* \Delta x / \Delta y = 3 + x$$

$$* \lim_{\Delta x / \Delta y} = \lim(3 + \Delta x) = 3 \text{ (với } \Delta x \rightarrow 0)$$

$$\begin{aligned}
 \text{b. } y = f(x) &= \frac{1}{x} \text{ tại } x_0 = 2 \\
 \Delta y &= f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f(2 + \Delta x) - f(2) \\
 &= \frac{1}{2 + \Delta x} - \frac{1}{2} = -\frac{\Delta x}{2(2 + \Delta x)} \\
 \frac{\Delta y}{\Delta x} &= -\frac{1}{2(2 + \Delta x)} \\
 \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{2(2 + \Delta x)} \right) = -\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c. } y = f(x) &= \frac{x+1}{x-1} \text{ tại } x_0 = 0 \\
 \Delta y &= f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f(0 + \Delta x) - f(0) \\
 &= \frac{(\Delta x + 1)}{(\Delta x - 1)} + 1 = 2 \frac{\Delta x}{\Delta x - 1} \\
 \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{2}{\Delta x - 1} \\
 \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2}{\Delta x - 1} = -2
 \end{aligned}$$

Giải bài 4 trang 156 đại số lớp 11 SGK

Chứng minh rằng hàm số:

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & (\text{nếu } x \geq 0) \\ -x^2 & (\text{nếu } x < 0) \end{cases}$$

Không có đạo hàm tại điểm $x = 0$ nhưng có đạo hàm tại điểm $x = 2$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x-1)^2 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x^2) = 0$$

Vậy $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ nên hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = 0$.

Tại điểm $x = 2$,

$$\text{ta có: } \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(2+\Delta x-1)^2 - (2-1)^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (2 + \Delta x) = 2$$

Hàm số có đạo hàm tại $x = 2$ (điều phải chứng minh).

Giải bài 5 đại số lớp 11 trang 156 sách giáo khoa

Viết phương trình tiếp tuyến đường cong $y = x^3$

- a. Tại điểm $(-1; -1)$;
- b. Tại điểm có hoành độ bằng 2;
- c. Biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng 3.

Lời giải:

a. Phương trình tiếp tuyến của hàm số $y = x^3$ tại $M(-1; -1)$ là:
 $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0) \Leftrightarrow y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$$y = f(x) = x^3, y'(x_0) = f'(x_0) \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x_0 + \Delta x)^3 - x_0^3}{\Delta x} = 3x_0^2$$

Tại điểm $(-1; -1)$ tiếp tuyến với đồ thị có phương trình là:

$$y = 3(x + 1) - 1 = 3x + 2.$$

b. Tại điểm $(x_0, f(x_0))$, tiếp tuyến có hệ số góc bằng 3 nghĩa là :

$$f'(x_0) = 3x_0^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Tại $(1; -1)$ tiếp tuyến có phương trình là:

$$y = 3(x - 1) + 1 = 3x - 2$$

Tại điểm $(-1; -1)$ tiếp tuyến có phương trình là:

$$y = 3(x + 1) - 1 = 3x + 2.$$

Giải bài 6 trang 156 đại số lớp 11 sách giáo khoa

Viết phương trình tiếp tuyến của hypebol $y = 1/x$

Viết phương trình tiếp tuyến của hypebol $y = \frac{1}{x}$

- a. Tại điểm $(\frac{1}{2}; 2)$;
- b. Tại điểm có hoành độ bằng -1;
- c. Biết rằng hệ số góc của tiếp tuyến bằng $-\frac{1}{4}$.

Lời giải:

Hàm số $y = \frac{1}{x}$ có đạo hàm $y' = -\frac{1}{x^2}$

a. Tại điểm $(\frac{1}{2}; 2)$

$$\Rightarrow y'(\frac{1}{2}) = -4$$

Phương trình tiếp tuyến : $y - 2 = -4(x - \frac{1}{2})$

$$\Leftrightarrow y = -4x + 4$$

b. Tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$

$$\Rightarrow y'(-1) = -1 \text{ và } y(-1) = -1$$

Vậy phương trình tiếp tuyến là:

$$y + 1 = -1(x + 1) \text{ hay } y = -x - 2 = -(x + 2)$$

c. Hệ số góc tiếp tuyến bằng $-\frac{1}{4}$

$$\Rightarrow y'(x) = -\frac{1}{x^2} = -\frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow M(2; \frac{1}{2}) \\ x = -2 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \Rightarrow N(-2; -\frac{1}{2}) \end{cases}$$

Tại $M(2; \frac{1}{2})$ phương trình tiếp tuyến là:

$$y = -\frac{1}{4}(x - 2) + \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}x + 1$$

Tại $N(-2; -\frac{1}{2})$ phương trình tiếp tuyến là:

$$y = -\frac{1}{4}(x + 2) - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}x - 1$$

Giải bài 7 sách giáo khoa trang 157 đại số lớp 11

Một vật rơi tự do theo phương trình $s = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó $g \approx 9,8m/s^2$ là gia tốc trọng trường.

a. Tìm vận tốc trung bình của chuyển động trong khoảng thời gian từ t ($t = 5s$) đến $t + \Delta t$, trong các trường hợp $\Delta t = 0,1s$; $\Delta t = 0,05s$; $\Delta t = 0,001s$.

b. Tìm vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 5s$.

Lời giải:

a. Vận tốc trung bình trong khoảng thời gian từ t đến $t + \Delta t$ là:

$$v_{tb} = \frac{s(t+\Delta t) - s(t)}{\Delta t} = \frac{4,9(t+\Delta t)^2}{\Delta t} = 9,8t + 4,9\Delta t$$

*Với $t = 5$, $\Delta t = 0,1$ ta có: $v_{tb} = 9,8(5) + 4,9(0,1) = 49,49 \text{ m/s}$

*Với $t = 5$, $\Delta t = 0,05$ ta có: $v_{tb} = 9,8(5) + 4,9(0,05) = 49,245 \text{ m/s}$

*Với $t = 5$, $\Delta t = 0,001$ ta có: $v_{tb} = 9,8(5) + 4,9(0,001) = 49,005 \text{ m/s}$

b. Vận tốc tức thời tại thời điểm $t = 5\text{s}$ là :

$$s'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = 9,8t$$

Thay $t = 5\text{s}$, ta có vận tốc tức thời tại $t = 5\text{s}$ là :

$$v(5) = s'(5) = 9,8(5) = 49 \text{ m/s}$$

CLICK NGAY vào **TẢI VỀ** dưới đây để download hướng dẫn giải bài Toán lớp 11 SGK tập 1 trang 156, 157 file word, pdf hoàn toàn miễn phí.