

Giải bài tập Toán lớp 11: Hàm số liên tục, nội dung tài liệu bao gồm 6 bài tập trang 140, 141 SGK kèm theo lời giải chi tiết sẽ là nguồn thông tin hay để giúp các bạn học sinh có kết quả cao hơn trong học tập.

Giải bài 1 trang 140 SGK đại số lớp 11

Dùng định nghĩa xét tính liên tục của hàm số $f(x) = x^3 + 2x - 1$ tại $x_0 = 3$.

Lời giải:

Ta có: $f(x) = x^3 + 2x - 1$ tại $x_0 = 3$

*Khi đó: $f(x_0) = f(3) = 3^3 + 2 \cdot 3 - 1$

*Xét dãy số bất kì x_n với $x_n \neq 3$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 3$.

Khi đó $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n^3 + 2x_n - 1) = 3^3 + 2 \cdot 3 - 1 = f(3)$

Vậy theo định nghĩa, $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 3$.

Giải bài 2 lớp 11 đại số trang 141 SGK

a. Xét tính liên tục của hàm số $y = g(x)$ tại $x_0 = 2$. Biết:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2} & (\text{nếu } x \neq 2) \\ 5 & (\text{nếu } x = 2) \end{cases}$$

b. Trong biểu thức $g(x)$ ở trên, cần thay số 5 bởi số nào đó để hàm số liên tục tại $x_0 = 2$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{a. với } x \neq 2 \Rightarrow g(x) &= \frac{x^3-8}{x-2} = \frac{x^3-2^3}{x-2} \\ &= \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x-2} = x^2+2x+4 \\ \lim_{x \rightarrow 2} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} (x^2+2x+4) = 2^2+2 \cdot 2+4 = 12 \end{aligned}$$

$$\text{Với } x = 2 \Rightarrow g(2) = 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 12 \neq g(2) = 5$$

Vậy hàm số đã cho không liên tục tại điểm $x = 2$.

b. Nếu hàm số $g(x)$ xác định như sau:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2} & (\text{nếu } x \neq 2) \\ 12 & (\text{nếu } x = 2) \end{cases} \text{ khi đó } g(x) \text{ liên tục tại } x=2$$

Vậy khi thay số 5 bởi số 12 thì hàm số liên tục tại $x_0 = 2$.

Giải bài 3 đại số lớp 11 SGK trang 141

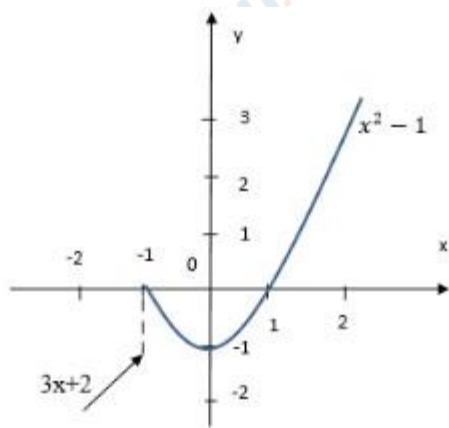
$$\text{Cho hàm số } f(x) = \begin{cases} 3x+2 & (\text{nếu } x < -1) \\ x^2-1 & (\text{nếu } x \geq -1) \end{cases}$$

a. Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x)$. Từ đó nêu nhận xét về tính liên tục của hàm số trên tập xác định của nó.

b. Khẳng định nhận xét trên bằng 1 chứng minh.

Lời giải:

a. Đồ thị hàm số (hình bên). Từ đồ thị ta thấy số gián đoạn tại $x = -1$.



b) Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (3x + 2) = 3 \cdot (-1) + 2 = 1$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x^2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

Do đó không tồn tại $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

Giải bài 4 đại số lớp 11 trang 141 SGK

Cho các hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x-6}$ và $g(x) = \tan(x) + \sin(x)$

Với mỗi hàm số, hãy xác định các khoảng trên đó hàm liên tục.

Lời giải:

*Đặt $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x-6}$

Hàm số xác định khi: $x^2 + x - 6 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2; x \neq -3$

Vậy hàm số xác định khi $x \neq 2; x \neq -3$

Hàm $f(x)$ là hàm phân thức nên liên tục tại mọi điểm thuộc tập xác định.

Do đó, hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; -3); (-3; 2); (2; +\infty)$

$$* \text{Với } g(x) = \tan x + \sin x = \frac{\sin x}{\cos x} + \sin x$$

Điều kiện $g(x)$ có nghĩa: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

vậy hàm số không liên tục tại điểm $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

vì $g(x)$ là hàm số lượng giác liên tục tại mọi x và tại đó $g(x)$ xác định.

Do đó $g(x)$ liên tục trên các khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Giải bài 5 SGK trang 141 đại số lớp 11

Ý kiến sau đúng hay sai?

"Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm x_0 và hàm số $y = g(x)$ không liên tục tại x_0 , thì $y = f(x) + g(x)$ là một hàm số không liên tục tại x_0 ".

Lời giải:

Ý kiến trên đúng, vì $y = h(x) = f(x) + g(x)$ liên tục tại x_0 thì $h(x) - f(x) = g(x)$ liên tục tại x_0 (theo định lý 2 về hàm số liên tục) trái với giả thiết $g(x)$ không liên tục tại x_0 .

Giải bài 6 SGK đại số lớp 11 trang 141

Chứng minh rằng phương trình:

a. $2x^3 - 6x + 1 = 0$ có ít nhất hai nghiệm.

b. $\cos x = x$ có nghiệm

Lời giải:

a. Đặt $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $f(-2) = 2 \cdot (-2)^3 - 6(-2) + 1 = -3 < 0$

$f(-1) = -2 + 6 + 1 = 5 > 0$

$f(-2) \cdot f(-1) < 0$

Mà $f(x)$ là hàm đa thức xác định trên \mathbb{R} nên liên tục trên tập \mathbb{R} . Do đó $f(x)$ liên tục trên $(-2; -1)$.

Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm $x_0 \in (-2; -1)$.

Tương tự ta có:

$f(-1) = 2(-1)^3 - 6(-1) + 1 = 5$

$f(1) = 2 - 6 + 1 = -3$

$f(-1) \cdot f(1) < 0$ nên phương trình có ít nhất một nghiệm $x_0 \in (-1; 1)$.

Vì các đoạn $(-2; -1)$ và $(-1; 1)$ rời nhau nên các nghiệm nói trên không thể trùng nhau. Vậy phương trình đã cho có ít nhất 2 nghiệm.

b. Xét hàm số $g(x) = x - \cos x$ liên tục trên \mathbb{R} , do đó liên tục trên đoạn $[-\pi; \pi]$ ta có:

$$g(-\pi) = -\pi - \cos(-\pi) = -\pi + 1 < 0$$

$$g(\pi) = \pi - \cos \pi = \pi - (-1) = \pi + 1 > 0$$

$$g(-\pi) \cdot g(\pi) < 0$$

Theo định lí 3, phương trình $x - \cos x = 0$ có nghiệm trong $(-\pi; \pi)$ tức là $\cos x = x$ có nghiệm.

CLICK NGAY vào **TẢI VỀ** dưới đây để download hướng dẫn giải bài Toán lớp 11 SGK tập 1 trang 140, 141 file word, pdf hoàn toàn miễn phí.