Giải bài tập Toán lớp 11: Phương pháp quy nạp toán học, nội dung tài liệu gồm 5 bài tập kèm theo lời giải chi tiết sẽ là nguồn thông tin hay để giúp các bạn học sinh học tập hiệu quả hơn môn Toán. Mời thầy cô cùng các bạn học sinh tham khảo.

Giải bài 1 trang 82 SGK đại số lớp 11

Chứng minh rằng với n ∈ N*, ta có các đẳng thức:

a. $2+5+8+...+3n-1=\frac{n(3n+1)}{2}$ (1)

b. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+...+\frac{1}{2^6}=\frac{2^{n-2}}{2^n}$ (2)

c. $1^2+2^2+3^2+...+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ (3)

Hướng dẫn giải

Để chứng minh một mệnh đề đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ bằng phương pháp quy nạp toán học, ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Kiểm tra mệnh đề đúng với n = 1.

Bước 2: Giả sử mệnh đề đúng với n = k ≥ 1 (giả thiết quy nạp).

Bước 3: Cần chứng minh mệnh đề đúng với n = k + 1

Lời giải:

a. Với n = 1, ta có:

VT = 3 – 1 = 2

VP = $\frac{3+1}{2}$

Vậy VT = VP (1) đúng với n = 1

Giả thiết (1) đúng với n = k ≥ 1 nghĩa là:

$$2+5+8+\ldots+3k-1=\frac{k(3k+1)}{2} \quad (1a)$$

Ta chứng minh (1a) đúng với n = k + 1 nghĩa là chứng minh:

$$2+5+8+\ldots+3k-1+3(k+1)-1=\frac{(k+1)[3(k+1)+1]}{2}$$

$$(1a) \Leftrightarrow 2+5+8+\ldots+3k-1+3\left(k+1\right)-1$$
$$=\frac{k\left(3k+1\right)}{2}+3\left(k+1\right)-1$$
$$=\frac{3k^2+7k+4}{2}=\frac{\left(k+1\right)\left(3k+4\right)}{2}$$

⇒(1) đúng với n = k +1, vậy (1a) đúng với $n \in \mathbb{N}$

b. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+...+\frac{1}{2^n}=\frac{2^n-1}{2^n}$

Với n = 1 thì $\begin{cases} VT=\frac{1}{2} \\ VP=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow VT=VP$

Vậy (2) đúng với n = 1

Giả sử đẳng thức đúng với n = k, tức là:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+...+\frac{1}{2^k}=\frac{2^k-1}{2^k}$$

Khi đó ta chứng minh (2) đúng với n = k +1

Ta có :

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+...+\frac{1}{2^k}+\frac{1}{2^{k+1}}=\frac{2^k-1}{2^k}+\frac{1}{2^{k+1}}$$
$$=\frac{2^{k+1}-2}{2^{k+1}}+\frac{1}{2^{k+1}}=\frac{2^{k+1}-1}{2^{k+1}}$$

(2) đúng với n = k + 1. Vậy nó đúng với mọi n ∈ N*

c. $1^2+2^2+3^2+...+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ (3)

Khi n = 1 vế trái bằng 1

$$VP=\frac{1(1+1)(2+1)}{6}=1\Rightarrow VT=VP$$

Vậy (3) đúng với n = 1

Giả sử đẳng thức (3) đúng với n = k nghĩa là:

$1^2+2^2+3^2+...+k^2=\dfrac{k(k+1)(2k+1)}{6}$ (3a)

Ta phải chứng minh (3a) đúng khi n = k + 1

+ Ta cộng 2 vế của (3) cho $(k + 1)^2$

$$\begin{aligned}&1^2+2^2+3^2+...+k^2+(k+1)^2\\&=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}+(k+1)^2\\&=\frac{(k+1)}{6}[k(2k+1)+6(k+1)]\\&=\frac{(k+1)}{6}(2k^2+7k+6)\\&=\frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}\\&=\frac{(k+1)[(k+1)+1][2(k+1)+1]}{6}\end{aligned}$$

Vậy đẳng thức đúng với n = k + 1. Do đó, đẳng thức đúng với mọi n ∈ N*

Giải bài 2 đại số lớp 11 trang 82 SGK

Chứng minh rằng với n ∈ N*

a. $n^3 + 3n^2 + 5n$ chia hết cho 3.

b. $4^n + 15n - 1$ chia hết cho 9

c. $n^3 + 11n$ chia hết cho 6.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải

Để chứng minh một mệnh đề đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ bằng phương pháp quy nạp toán học, ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Kiểm tra mệnh đề đúng với n = 1.

Bước 2: Giả sử mệnh đề đúng với n = k ≥ 1 (giả thiết quy nạp).

Bước 3: Cần chứng minh mệnh đề đúng với n = k + 1

Lời giải:

Đặt An = $n^3 + 3n^2 + 5n$

+ Ta có: với n = 1

$A_1 = 1 + 3 + 5 = 9$ chia hết 3

+ Giả sử với n = k ≥ 1 ta có:

$A_k = (k^3 + 3k^2 + 5k)$ chia hết 3 (giả thiết quy nạp)

+ Ta chứng minh A_{k+1} chia hết 3

Thật vậy, ta có:

$A_{k+1} = (k+1)^3 + 3(k+1)^2 + 5(k+1)$

$= k^3 + 3k^2 + 3k + 1 + 3k^2 + 6k + 3 + 5k + 5$

$= (k^3 + 3k^2 + 5k) + 3k^2 + 9k + 9$

Theo giả thiết quy nạp A_k chia hết 3, hơn nữa 9(k + 1) chia hết 3

Nên A_n = $n^3 + 3n^2 + 5n$ chia hết cho 3 với mọi ∀n ∈ N*

b. $4^n + 15n - 1$ chia hết cho 9

Đặt $A_n = 4^n + 15n - 1$

với n = 1 => $A_1 = 4 + 15 - 1 = 18$ chia hết 9

+ Giả sử với n = k ≥ 1 ta có:

$A_k = (4^k + 15k - 1)$ chia hết 9 (giả thiết quy nạp)

+ Ta chứng minh: A_{k+1} chia hết 9

Thật vậy, ta có:

$A_{k+1} = (4^{k+1} + 15(k + 1) - 1) = 4^k.4^1 + 15k + 15 - 1$

$= (4^k + 15k - 1) + (3.4^k + 15) = A_k + 3(4^k + 5)$

Theo giả thiết quy nạp A_k chia hết 9, hơn nữa:

$3(4^k + 5)$ chia hết 9 (chứng minh tương tự) ∀k ≥ 1 nên A_{k+1} chia hết 9

Vậy $A_n = 4^n + 15n - 1$ chia hết cho 9 ∀n ∈ N*

c. $n^3 + 11n$ chia hết cho 6.

Đặt $U_n = n^3 + 11n$

+ Với n = 1 => $U_1 = 12$ chia hết 6

+ Giả sử với n = k ≥ 1 ta có:

$U_k = (k^3 + 11k)$ chia hết 6 (giả thiết quy nạp)

Ta chứng minh: U_{k+1} chia hết 6

Thật vậy ta có:

$U_{k+1} = (k+1)^3 + 11(k+1) = k^3 + 3k^2 + 3k + 1 + 11k + 11$

$= (k^3 + 11k) + 3k^2 + 3k + 12 = U_k + 3(k^2 + k + 4)$

+ Theo giả thiết quy nạp thì:

U_k chia hết 6, hơn nữa $3(k^2 + k + 4) = 3(k(k+1) + 4)$ chia hết 6 ∀k ≥ 1 (2 số liên tiếp nhân với nhau chia hết cho 2)

Do đó: U_{k+1} chia hết 6

Vậy: $U_n = n^3 + 11n$ chia hết cho 6 ∀n ∈ N*

Giải bài 3 SGK trang 82 đại số lớp 11

Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ≥ 2, ta có các bất đẳng thức:

a. $3^n > 3n + 1$

b. $2^{n+1} > 2n + 3$

Hướng dẫn giải

Trong trường hợp chứng minh một mệnh đề đúng với mọi số tự nhiên $n \ge p$ (p là số tự nhiên) thì thuật toán là:

Bước 1: Kiểm tra mệnh đề đúng với n = p

Bước 2: Giả sử mệnh đề đúng với $n = k \ge 1$ (giả thiết quy nạp)

Bước 3: Cần chứng minh mệnh đề đúng với n = k + 1

Lời giải:

a. $3^n > 3n + 1$ (1)

+ Với n = 2 thì (1) <=> 8 > 7

Luôn luôn đúng khi x = 2

+ Giả thiết mệnh đề (1) đúng khi $n = k \ge 2$, nghĩa là $3^k > 3k + 1$

Ta sẽ chứng minh (1) đúng khi n = k + 1 nghĩa là chứng minh:

$3^{k+1} = 3.3^k > 3(3k + 1)$ (theo giả thiết)

$3(3k + 1) = 9k + 3 = 3(k + 1) + 6k > 3(k + 1) + 1$ (vì k > 2)

Vậy $3^{k+1} > 3(k + 1) + 1$

Mệnh đề đúng với n = k + 1, do đó đúng với mọi $n \ge 2$

b. $2^{k+1} > 2n + 3$

+ Với n = 2, ta có: $2^3 = 8 > 2.2 + 3 = 7$

Vậy mệnh đề đúng khi x = 2.

+ Giả thiết mệnh đề đúng khi $n = k \geq 2$, nghĩa là $2^{k+1} > 2k + 3$ (2)

+ Ta sẽ chứng minh (1) đúng khi n = k + 1, nghĩa là chứng minh:

$2^{[(k+1)+1]} > 2(k + 1) + 3$ hay $2^{k+2} > 2k + 5$

Nhân hai vế của (2) cho 2, ta được:

$2^{k+1}.2 = 2^{k+2} > 2(2k + 3) = 4k + 6 = 2k + (2k + 6)$ (3)

Mà $k \geq 2 \Rightarrow 2k + 6 = 2.2 + 6 = 10 > 5$

(3) => $2^{k+1} > 2k + 5$ (2)

Mệnh đề đúng với n = k + 1 nên cũng đúng ∀ n ∈ N*.

Giải bài 4 đại số lớp 11 trang 83 SGK

Cho tổng $S_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)}$ với $n \in \mathbb{N}^*$

a. Tính S_1, S_2, S_3

b. Dự đoán công thức tính tổng Sn và chứng minh bằng quy nạp.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải

a. Tính giá trị dãy số ta thay mỗi giá trị cần tính tương ứng.

b. Tính chất $\frac{1}{n.(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

Lời giải:

a.

$$S_1 = \frac{1}{1.2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{1+1}$$

$$S_2 = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{1+2}$$

$$S_3 = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{1} - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{1+3}$$

b. Dự đoán $S_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$ (1)

Ta chứng minh đẳng thức (1) bằng quy nạp

Với n = 1 thì (1) đúng

Giả sử (1) đúng với n = k, ta có:

$$S_k = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \ldots + \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{k+1}$$

Khi đó với n = k + 1 thì tổng vế trái của (1) là:

$$S_{k+1} = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \ldots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

$$S_{k+1} = 1 - \frac{1}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

$$S_{k+1} = 1 - \frac{1}{k+1} + \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2}$$

$$S_{k+1} = 1 - \frac{1}{k+2} = 1 - \frac{1}{(k+1)+1}$$

Vậy (1) đúng với n = k + 1, do đó đúng với mọi n ∈ N*

Giải bài 5 lớp 11 đại số trang 83 SGK

Chứng minh rằng số đường chéo của một đa giác lồi n cạnh là $\frac{n(n-3)}{2}$

Hướng dẫn giải

- Trong số các đoạn thẳng đó thì có n cạnh của đa giác, còn lại là đường chéo. Vậy số đường chéo của đa giác n cạnh là:

$$C_n^2 - n = \frac{n!}{2!\,(n-2)!} - n = \frac{(n-2)!\,(n-1)\,.\,n}{2.\,(n-2)!} - n$$

$$= \frac{n\,(n-1)}{2} - n = \frac{n^2-3n}{2} = \frac{n\,(n-3)}{2}(dpcm)$$

CLICK NGAY vào nút **TẢI VỀ** dưới đây để giải toán lớp 11 SGK trang 82, 83 file word, pdf hoàn toàn miễn phí.