

Giải bài 1 SGK Toán lớp 10 tập 1 trang 106

Sử dụng bất đẳng thức để viết các mệnh đề sau?

- a) x là số dương.
- b) y là số không âm.
- c) Với mọi số thực α , $|\alpha|$ là số không âm.
- d) Trung bình cộng của hai số dương a và b không nhỏ hơn trung bình nhân của chúng.

Lời giải

- a) $x > 0$
- b) $y \geq 0$
- c) $\forall \alpha \in \mathbb{R}, |\alpha| \geq 0$
- d) $\forall a, b > 0, a + b/2 \geq \sqrt{ab}$

Giải bài 2 trang 106 SGK Toán 10 tập 1

Có thể rút ra kết luận gì về dấu của hai số a và b nếu biết

- a) $ab > 0$; b) $a/b > 0$
- c) $ab < 0$; d) $a/ < 0$

Lời giải

- a) Hai số a và b cùng dấu.
- b) Hai số a và b cùng dấu.
- c) Hai số a và b trái dấu nhau.
- d) Hai số a và b trái dấu nhau.

Giải Toán SGK lớp 10 tập 1 bài 3 trang 106

Trong các suy luận sau, suy luận nào đúng?

(A) $\begin{cases} x < 1 \\ y < 1 \end{cases} \Rightarrow xy < 1.$

(B) $\begin{cases} x < 1 \\ y < 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} < 1.$

(C) $\begin{cases} 0 < x < 1 \\ y < 1 \end{cases} \Rightarrow xy < 1.$

(D) $\begin{cases} x < 1 \\ y < 1 \end{cases} \Rightarrow x - y < 1.$

Lời giải

Suy luận (A) sai vì giả sử $x = y = -2$ thì $x.y = 4 > 1$.

Suy luận (B) sai vì giả sử $x = -6, y = -3$ thì $(x/y) = 2 > 1$.

Suy luận (C) đúng.

Suy luận (D) sai vì giả sử $x = 0, y = -5 \Rightarrow x - y = 5 > 1$.

Giải SGK Toán lớp 10 tập 1 trang 106 bài 4

Khi cân một vật với độ chính xác đến 0,05kg, người ta cho biết kết quả là 26,4kg. Hãy chỉ ra khối lượng thực của vật đó nằm trong khoảng nào?

Lời giải:

Khối lượng thực của vật nằm trong khoảng:

$(26,4 - 0,05; 26,4 + 0,05)$ kg hay $(26,35; 26,45)$ kg

Giải bài 5 sách Toán đại 10 tập 1 trang 106

Trên cùng một mặt phẳng tọa độ, hãy vẽ đồ thị hai hàm số $y = f(x) = x + 1$ và $y = g(x) = 3 - x$ và chỉ ra các giá trị nào của x thỏa mãn:

a) $f(x) = g(x)$;

b) $f(x) > g(x)$;

c) $f(x) < g(x)$.

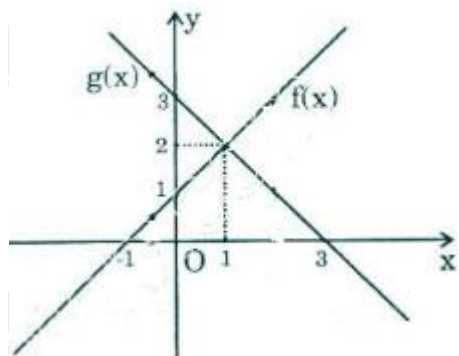
Kiểm tra lại kết quả bằng cách giải phương trình, bất phương trình.

Lời giải

Vẽ đồ thị:

- Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x) = x + 1$ qua hai điểm $(0; 1)$ và $(1; 2)$.

- Vẽ đồ thị hàm số $y = g(x) = 3 - x$ qua hai điểm $(0; 3)$ và $(3; 0)$



a) Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại điểm $A(1; 2)$, hay tại $x = 1$ thì $f(x) = g(x) = 2$

Kiểm tra bằng tính toán:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x + 1 = 3 - x \Leftrightarrow x = 1$$

b) Khi $x > 1$ thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = g(x)$, hay với $x > 1$ thì $f(x) > g(x)$.

Kiểm tra bằng tính toán:

$$f(x) > g(x) \Leftrightarrow x + 1 > 3 - x \Leftrightarrow x > 1$$

c) Khi $x < 1$ thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía dưới đồ thị hàm số $y = g(x)$, hay với $x < 1$ thì $f(x) < g(x)$.

Kiểm tra bằng tính toán:

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow x + 1 < 3 - x \Leftrightarrow x < 1$$

Giải Toán SGK lớp 10 tập 1 trang 106 bài 6

Cho a, b, c là các số dương. Chứng minh rằng

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} \geq 6$$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} &= \left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c}\right) + \left(\frac{b}{a} + \frac{c}{a}\right) + \left(\frac{c}{b} + \frac{a}{b}\right) \\ &= \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right) + \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right) + \left(\frac{c}{b} + \frac{b}{c}\right) \end{aligned}$$

Vì $a > 0, b > 0, c > 0$ nên áp dụng Bất đẳng thức Cô-si ta có:

$$\left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right) + \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right) + \left(\frac{c}{b} + \frac{b}{c}\right) \geq 2 + 2 + 2 = 6$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$

Do vậy: $\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} \geq 6$ (đpcm)

Giải Toán SGK lớp 10 tập 1 bài 7 trang 107

Điều kiện của một bất phương trình là gì? Thế nào là hai bất phương trình tương đương.

Lời giải

- Điều kiện của một bất phương trình là các điều kiện của ẩn x sao cho các biểu thức của bất phương trình đó đều có nghĩa.
- Hai bất phương trình được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập nghiệm.

Giải bài 8 trang 107 sách giáo khoa Toán lớp 10 tập 1

Nếu quy tắc biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$.

Lời giải

- Vẽ đường thẳng (d): $ax + by = c$.

- Chọn điểm $M(x_0, y_0)$ (thường chọn điểm $(0; 0)$) và tính giá trị $ax_0 + by_0$.
- So sánh $ax_0 + by_0$ với c :
 - + Nếu $ax_0 + by_0 < c$ thì miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa M .
 - + Nếu $ax_0 + by_0 = c$ thì miền nghiệm là đường thẳng (d) .
 - + Nếu $ax_0 + by_0 > c$ thì miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa M .

Giải bài 9 trang 107 SGK Toán đại số 10 tập 1

Phát biểu định lí về dấu của tam thức bậc hai.

Lời giải

Định lí (trang 101 sgk Đại Số 10):

Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

- Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ cùng dấu với hệ số a với mọi x .
- Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ cùng dấu với hệ số a với mọi $x \neq -b/2a$
- Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ cùng dấu với hệ số a khi $x < x_1$ hoặc $x > x_2$ và trái dấu với hệ số a khi $x_1 < x < x_2$ (trong đó x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm của $f(x)$).

Giải bài 10 SGK Toán lớp 10 trang 107 tập 1

Cho $a > 0, b > 0$. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

Lời giải

Ta có:

$$\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\Leftrightarrow a\sqrt{a} + b\sqrt{b} \geq \sqrt{a}\sqrt{b}(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{a} + \sqrt{b})(a + b - \sqrt{a}\sqrt{b}) \geq \sqrt{a}\sqrt{b}(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$\Leftrightarrow a + b - \sqrt{a}\sqrt{b} \geq \sqrt{a}\sqrt{b}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 - 2\sqrt{a}\sqrt{b} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \text{ đúng với mọi } a > 0, b > 0$$

Do đó: $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ (đpcm)

Giải bài 11 sách giáo khoa Toán lớp 10 tập 1 trang 107

a) Bằng cách sử dụng hằng đẳng thức $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ hãy xét dấu $f(x) = x^4 - x^2 + 6x - 9$ và $g(x) = x^2 - 2x - 4/x^2 - 2x$

b) Hãy tìm nghiệm nguyên của bất phương trình sau: $x(x^3 - x + 6) > 9$

Lời giải

(Lưu ý: phần bài làm hơi tắt một chút, các bạn có thể tự mình lập bảng xét dấu cho đầy đủ và rõ ràng hơn.)

a) Ta có: $f(x) = x^4 - x^2 + 6x - 9$
 $= x^4 - (x - 3)^2 = (x^2 + x - 3)(x^2 - x + 3)$

Do $(x^2 - x + 3) = (x - 1/2)^2 + 13/4 > 0$ nên $f(x)$ cùng dấu với $(x^2 + x - 3)$.

Tam thức $x^2 + x - 3$ có hai nghiệm là $\frac{-1-\sqrt{13}}{2}$ và $\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$

Vậy $f(x) < 0$ khi $x \in \left(\frac{-1-\sqrt{13}}{2}; \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \right)$

$f(x) > 0$ khi $x \in (-\infty; \frac{-1-\sqrt{13}}{2}) \cup (\frac{-1+\sqrt{13}}{2}; +\infty)$

$$g(x) = x^2 - 2x - \frac{4}{x^2 - 2x}$$

$$= \frac{(x^2 - 2x)^2 - 4}{x^2 - 2x} = \frac{(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x - 2)}{x^2 - 2x}$$

Vì $x^2 - 2x + 2 = (x - 1)^2 + 1 > 0$ nên $g(x)$ cùng dấu với $\frac{(x^2 - 2x - 2)}{x^2 - 2x}$

Tam thức $x^2 - 2x - 2$ có hai nghiệm là $x_1 = 1 - \sqrt{3}$; $x_2 = 1 + \sqrt{3}$.

Tam thức $x^2 - 2x$ có hai nghiệm là $x_1 = 0$; $x_2 = 2$

Vậy $g(x) < 0$ khi $x \in (1 - \sqrt{3}; 0) \cup (2; 1 + \sqrt{3})$

$g(x) > 0$ khi $x \in (-\infty; 1 - \sqrt{3}) \cup (0; 2) \cup (1 + \sqrt{3}; +\infty)$

b) Ta có: $x(x^3 - x + 6) > 9 \Leftrightarrow x^4 - x^2 + 6x - 9 > 0$

$\Leftrightarrow x^4 - (x - 3)^2 > 0 \Leftrightarrow (x^2 - x + 3)(x^2 - x - 3) > 0$ (*)

Do $x^2 - x + 3 = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{11}{4} = (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{11}{4} > 0$ nên (*) tương đương với:

$$x^2 - x - 3 > 0$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \text{ hoặc } x > \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \text{ (kết quả phần a)}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là: $T = (-\infty; \frac{-1-\sqrt{13}}{2}) \cup (\frac{-1+\sqrt{13}}{2}; +\infty)$

Giải SGK Toán 10 tập 1 bài 12 trang 107

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác. Sử dụng định lí về dấu tam thức bậc hai, chứng minh rằng:

$$b^2x^2 - (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2 > 0 \quad \forall x$$

Lời giải

Đặt $f(x) = b^2x^2 - (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2$ ta có:

$$\begin{aligned} \Delta &= (b^2 + c^2 - a^2)^2 - 4b^2c^2 \\ &= (b^2 + c^2 - a^2 - 2bc)(b^2 + c^2 - a^2 + 2bc) \\ &= [(b - c)^2 - a^2][(b + c)^2 - a^2] \\ &= [b - (c + a)][b - c + a](b + c + a)(b + c - a) \end{aligned}$$

Do a, b, c là 3 cạnh của tam giác nên $b < c + a$; $c < a + b$; $a < b + c$

$$\Rightarrow b - (c + a) < 0; b - c + a > 0; b + c + a > 0; b + c - a > 0$$

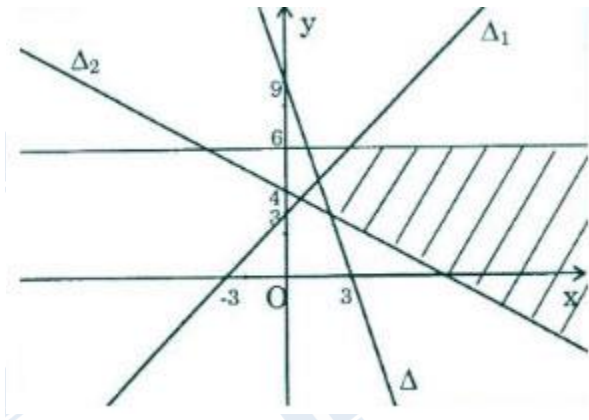
$$\Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow f(x) \text{ cùng dấu với } b^2 \quad \forall x \text{ hay } f(x) > 0 \quad \forall x \text{ (đpcm).}$$

Giải bài 13 trang 107 SGK Toán lớp 10 tập 1

Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

$$\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6. \end{cases}$$

Lời giải



Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ các đường thẳng:

(Δ): $3x + y = 9 \Leftrightarrow y = -3x + 9$ đi qua điểm $(3; 0)$; $(0; 9)$

(Δ_1): $x - y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = x + 3$ đi qua điểm $(-3; 0)$; $(0; 3)$

(Δ_2): $x + 2y = 8 \Leftrightarrow y = -x/2 + 4$ đi qua điểm $(8; 0)$; $(0; 4)$

(Δ_3): $y = 6$ đi qua điểm $(0; 6)$ song song với Ox

Miền nghiệm là miền gạch chéo kẻ cả các đường biên của nó.