Giải bài 1 trang 105 SGK Toán lớp 10 tập 1

Xét dấu các tam thức bậc hai:

a) $5x^2 - 3x + 1$; b) $-2x^2 + 3x + 5$

c) $x^2 + 12x + 36$; d) $(2x - 3)(x + 5)$

Lời giải

a) Tam thức $f(x) = 5x^2 – 3x + 1$ có $\Delta = 9 – 20 = –11 < 0$ nên f(x) cùng dấu với hệ số a.

Mà a = 5 > 0

Do đó f(x) > 0 với ∀ x ∈ R.

b) Tam thức $f(x) = –2x^2 + 3x + 5$ có $\Delta = 9 + 40 = 49 > 0$.

Tam thức có hai nghiệm phân biệt $x_1 = –1$; $x_2 = 5/2$, hệ số a = –2 < 0

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
f(x)		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy f(x) > 0 khi x ∈ (–1; 5/2)

f(x) = 0 khi x = –1 ; x = 5/2

f(x) < 0 khi x ∈ (–∞; –1) ∪ (5/2; +∞)

c) Tam thức $f(x) = x^2 + 12x + 36$ có một nghiệm là x = –6, hệ số a = 1 > 0.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
f(x)		$+$	0	$+$	

Vậy f(x) > 0 với ∀ x ≠ –6

f(x) = 0 khi x = –6

d) $f(x) = (2x – 3)(x + 5) = 2x^2 + 7x – 15$

Tam thức $f(x) = 2x^2 + 7x – 15$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 3/2$; $x_2 = –5$, hệ số $a = 2 > 0$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-5		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
f(x)		+	0	–	0	+	

Vậy $f(x) > 0$ khi $x \in (–\infty; –5) \cup (3/2; +\infty)$

$f(x) = 0$ khi $x = –5$; $x = 3/2$

$f(x) < 0$ khi $x \in (–5; 3/2)$.

Giải bài 2 SGK Toán lớp 10 trang 105 tập 1

Lập bảng xét dấu các biểu thức sau:

a) $f(x) = (3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$

b) $f(x) = (3x^2 - 4x)(2x^2 - x - 1)$

c) $f(x) = (4x^2 - 1)(-8x^2 + x - 3)(2x + 9)$

d) $f(x) = \dfrac{(3x^2 - x)(3 - x^2)}{4x^2 + x - 3}$

Lời giải

a) $f(x) = (3x^2 – 10x + 3)(4x – 5)$

+ Tam thức $3x^2 – 10x + 3$ có hai nghiệm $x = 1/3$ và $x = 3$, hệ số $a = 3 > 0$ nên mang dấu + nếu $x < 1/3$ hoặc $x > 3$ và mang dấu – nếu $1/3 < x < 3$.

+ Nhị thức $4x – 5$ có nghiệm $x = 5/4$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$ 1/3 5/4 3 $+\infty$
$3x^2 - 10x + 3$	+ 0 – | – 0 +
$4x - 5$	– | – 0 + | +
$(3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$	– 0 + 0 – 0 +

Kết luận:

f(x) > 0 khi x ∈ (1/3; 5/4) ∪ x ∈ (3; +∞)

f(x) = 0 khi x ∈ {1/3; 5/4; 3}

f(x) < 0 khi x ∈ (–∞; 1/3) ∪ (5/4; 3)

b) f(x) = $(3x^2 - 4x)(2x^2 - x - 1)$

+ Tam thức $3x^2 - 4x$ có hai nghiệm x = 0 và x = 4/3, hệ số a = 3 > 0.

Do đó $3x^2 - 4x$ mang dấu + khi x < 0 hoặc x > 4/3 và mang dấu – khi 0 < x < 4/3.

+ Tam thức $2x^2 - x - 1$ có hai nghiệm x = –1/2 và x = 1, hệ số a = 2 > 0

Do đó $2x^2 - x - 1$ mang dấu + khi x < –1/2 hoặc x > 1 và mang dấu – khi –1/2 < x < 1.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$ –1/2 0 1 4/3 $+\infty$
$3x^2 - 4x$	+ | + 0 – | – 0 +
$2x^2 - 2x - 1$	+ 0 – | – 0 + | +
f(x)	+ 0 – 0 + 0 – 0 +

Kết luận:

f(x) > 0 ⇔ x ∈ (–∞; –1/2) ∪ (0; 1) ∪ (4/3; +∞)

f(x) = 0 ⇔ x ∈ {–1/2; 0; 1; 4/3}

f(x) < 0 ⇔ x ∈ (–1/2; 0) ∪ (1; 4/3)

c) $f(x) = (4x^2 – 1)(–8x^2 + x – 3)(2x + 9)$

+ Tam thức $4x^2 – 1$ có hai nghiệm x = –1/2 và x = 1/2, hệ số a = 4 > 0

Do đó $4x^2 – 1$ mang dấu + nếu x < –1/2 hoặc x > 1/2 và mang dấu – nếu –1/2 < x < 1/2

+ Tam thức $–8x^2 + x – 3$ có Δ = –95 < 0, hệ số a = –8 < 0 nên luôn mang dấu –.

+ Nhị thức 2x + 9 có nghiệm x = –9/2.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{9}{2}$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$4x^2-1$		+		+	0	−	0	+	
$-8x^2+x-3$		−		−		−		−	
$2x+9$		−	0	+		+		+	
$f(x)$		+	0	−	0	+	0	−	

Kết luận:

f(x) > 0 khi x ∈ (–∞; –9/2) ∪ (–1/2; 1/2)

f(x) = 0 khi x ∈ {–9/2; –1/2; 1/2}

f(x) < 0 khi x ∈ (–9/2; –1/2) ∪ (1/2; +∞)

d) $f(x) = \dfrac{(3x^2 - x)(3 - x^2)}{4x^2 + x - 3}$

+ Tam thức $3x^2 – x$ có hai nghiệm x = 0 và x = 1/3, hệ số a = 3 > 0.

Do đó $3x^2 – x$ mang dấu + khi x < 0 hoặc x > 1/3 và mang dấu – khi 0 < x < 1/3.

+ Tam thức $3 – x^2$ có hai nghiệm x = √3 và x = –√3, hệ số a = –1 < 0

Do đó $3 – x^2$ mang dấu – khi $x < –\sqrt{3}$ hoặc $x > \sqrt{3}$ và mang dấu + khi $–\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$.

+ Tam thức $4x^2 + x – 3$ có hai nghiệm $x = –1$ và $x = 3/4$, hệ số $a = 4 > 0$.

Do đó $4x^2 + x – 3$ mang dấu + khi $x < –1$ hoặc $x > 3/4$ và mang dấu – khi $–1 < x < 3/4$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		0		$\frac{1}{3}$		$\frac{3}{4}$		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$3x^2 - x$		+	|	+	|	+	0	−	0	+	|	+	|	+	
$3 - x^2$		−	0	+	|	+	|	+	|	+	|	+	0	−	
$4x^2 + x - 3$		+	|	+	||	−	|	−	|	−	||	+	|	+	
$f(x)$		−	0	+	||	−	0	+	0	−	||	+	0	−	

Kết luận:

$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (–\sqrt{3}; –1) \cup (0; 1/3) \cup (3/4; \sqrt{3})$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{\pm\sqrt{3}; 0; 1/3\}$

$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (–\infty; –\sqrt{3}) \cup (–1; 0) \cup (1/3; 3/4) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$

f(x) không xác định khi $x = -1$ và $x = 3/4$.

Giải bài 3 SGK Toán lớp 10 tập 1 trang 105

Giải các bất phương trình sau

a) $4x^2 - x + 1 < 0$

b) $-3x^2 + x + 4 \geq 0$

c) $\dfrac{1}{x^2-4} < \dfrac{3}{3x^2+x-4}$

d) $x^2 - x - 6 \leq 0$

Lời giải

a) $4x^2 - x + 1 < 0$

Cách 1:

Xét tam thức f(x) = $4x^2$ - x + 1 có Δ = -15 < 0; a = 4 > 0 nên f(x) > 0 ∀x ∈ R

Vậy bất phương trình đã cho vô nghiệm.

Cách 2:

$$4x^2 - x + 1$$
$$= 4x^2 - 2.2x.\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{15}{16}$$
$$= \left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{16} \geq \frac{15}{16} > 0$$

với ∀x ∈ R.

Vậy bất phương trình $4x^2 - x + 1 < 0$ vô nghiệm.

b) $-3x^2 + x + 4 \geq 0$

Xét tam thức f(x) = $-3x^2 + x + 4$ có hai nghiệm x = -1 và x = 4/3, hệ số a = -3 < 0.

Do đó f(x) ≥ 0 khi -1 ≤ x ≤ 4/3.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: T = [-1; 4/3]

c) Điều kiện xác định

$$\begin{cases} x^2-4\neq 0 \\ 3x^2+x-4\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq \pm 2 \\ x\neq 1; x\neq -\dfrac{4}{3} \end{cases}$$

$$\frac{1}{x^2-4}<\frac{3}{3x^2+x-4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x^2-4}-\frac{3}{3x^2+x-4}<0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x^2+x-4-3.(x^2-4)}{(x^2-4)(3x^2+x-4)}<0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+8}{(x^2-4)(3x^2+x-4)}<0$$

+ Nhị thức x + 8 có nghiệm x = -8

+ Tam thức x^2 – 4 có hai nghiệm x = 2 và x = -2, hệ số a = 1 > 0

Do đó x^2 – 4 mang dấu + khi x < -2 hoặc x > 2 và mang dấu – khi -2 < x < 2.

+ Tam thức $3x^2$ + x – 4 có hai nghiệm x = 1 và x = -4/3, hệ số a = 3 > 0.

Do đó $3x^2$ + x – 4 mang dấu + khi x < -4/3 hoặc x > 1

mang dấu – khi -4/3 < x < 1.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-8		-2		-4/3		1		2		$+\infty$
$x+8$		-	0	+		+		+		+		+	
x^2-4		+		+	0	-		-		-	0	+	
$3x^2+x-4$		+		+		+	0	-	0	+		+	
$\dfrac{x+8}{(x^2-4)(3x^2+x-4)}$		-	0	+	||	-	||	+	||	-	||	+	

Dựa vào BBT ta thấy

$$\frac{x+8}{(x^2-4)(3x^2+x-4)}<0$$

$$\Leftrightarrow x\in(-\infty;-8)\cup\left(-2;\frac{-4}{3}\right)\cup(1;2)$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: T = (-∞; -8) ∪ (-2; -4/3) ∪ (1; 2)

d) $x^2 - x - 6 \le 0$

Xét tam thức $f(x) = x^2 - x - 6$ có hai nghiệm x = -2 và x = 3, hệ số a = 1 > 0

Do đó $f(x) \le 0$ khi $-2 \le x \le 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: T = [-2; 3]

Giải SGK Toán 10 tập 4 bài 12 trang 105

Tìm các giá trị của tham số m để các phương trình sau vô nghiệm

a) $(m - 2)x^2 + 2(2m - 3)x + 5m - 6 = 0$

b) $(3 - m)x^2 - 2(m + 3)x + m + 2 = 0$

Lời giải

a) $(m - 2)x^2 + 2(2m - 3)x + 5m - 6 = 0$ (1)

- Nếu $m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$, khi đó phương trình (1) trở thành:

$2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ hay phương trình (1) có một nghiệm

Do đó m = 2 không phải là giá trị cần tìm.

- Nếu $m - 2 \ne 0 \Leftrightarrow m \ne 2$ ta có:

$\Delta' = (2m - 3)^2 - (m - 2)(5m - 6)$

$= 4m^2 - 12m + 9 - 5m^2 + 6m + 10m - 12$

$= -m^2 + 4m - 3 = (-m + 3)(m - 1)$

(1) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow (-m + 3)(m - 1) < 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$

Vậy với $m \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ thì phương trình vô nghiệm.

b) $(3 - m)x^2 - 2(m + 3)x + m + 2 = 0$ (2)

- Nếu $3 - m = 0 \Leftrightarrow m = 3$ khi đó (2) trở thành $-12x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5/12$

Do đó $m = 3$ không phải là giá trị cần tìm.

- Nếu $3 - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 3$ ta có:

$\Delta' = (m + 3)^2 - (3 - m)(m + 2)$

$= m^2 + 6m + 9 - 3m - 6 + m^2 + 2m$

$= 2m^2 + 5m + 3 = (m + 1)(2m + 3)$

(2) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow (m + 1)(2m + 3) < 0 \Leftrightarrow m \in (-3/2; -1)$

Vậy với $m \in (-3/2; -1)$ thì phương trình vô nghiệm.