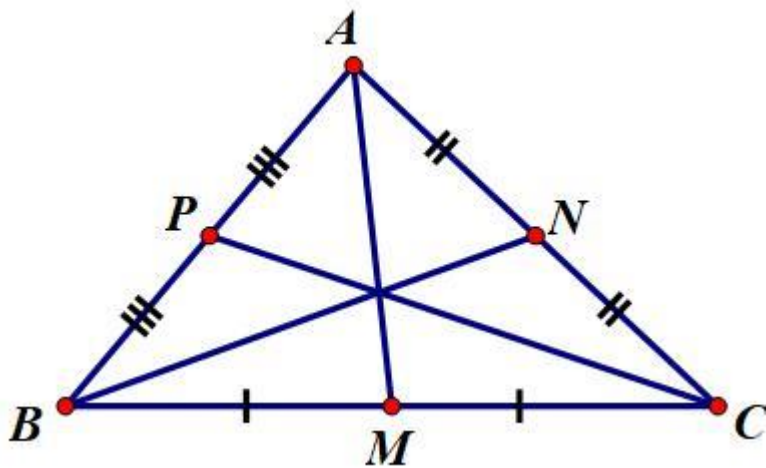


Hướng dẫn giải Toán 7 bài 4: Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác trang 65, 66, 67 sách giáo khoa được trình bày chi tiết, dễ hiểu dưới đây sẽ giúp các em tham khảo và vận dụng giải các bài tập cùng dạng toán hiệu quả nhất.

**Trả lời câu hỏi Toán 7 Tập 2 Bài 4 trang 65 SGK**

Hãy vẽ một tam giác và tất cả các đường trung tuyến của nó.

**Lời giải**



Ta vẽ  $\Delta ABC$  và 3 đường trung tuyến  $AM, BN, CP$

Trong đó:  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm  $BC, AC, AB$

**Trả lời câu hỏi Toán 7 SGK Tập 2 Bài 4 trang 65**

Quan sát tam giác vừa cắt (trên đó đã vẽ ba đường trung tuyến). Cho biết: Ba đường trung tuyến của tam giác này có cùng đi qua một điểm hay không?

**Lời giải**

Ba đường trung tuyến của tam giác này có cùng đi qua một điểm

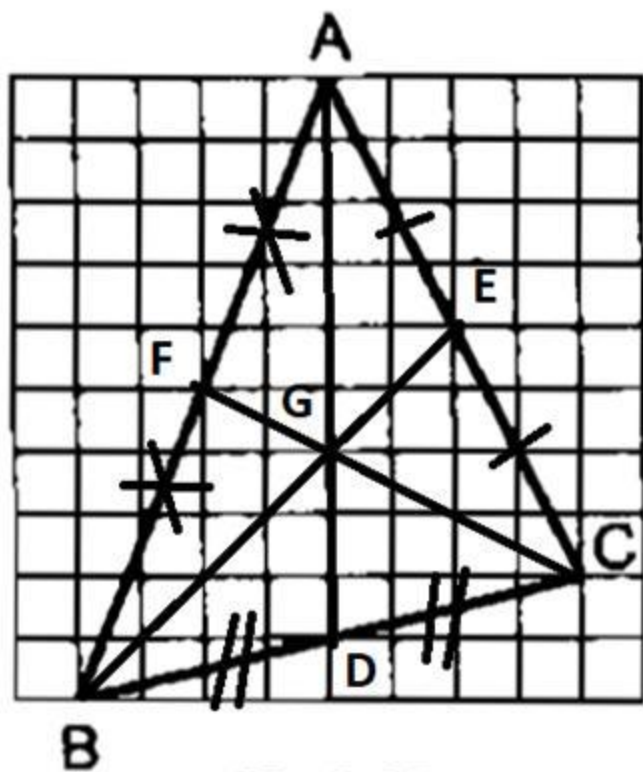
**Trả lời câu hỏi Toán lớp 7 Tập 2 Bài 4 trang 66**

Dựa vào hình 22, hãy cho biết:

- AD có là đường trung tuyến của tam giác ABC hay không?
- Các tỉ số

$$\frac{AG}{AD'} \quad \frac{BG}{BE'} \quad \frac{CG}{CF}$$

bằng bao nhiêu?



Hình 22

Lời giải

- AD có là đường trung tuyến của tam giác ABC

Vì trên hình 22 ta thấy, D là trung điểm BC

( $BD = CD = 4$  đơn vị độ dài)

- Dựa vào hình vẽ ta thấy:

$$\frac{AG}{AD} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

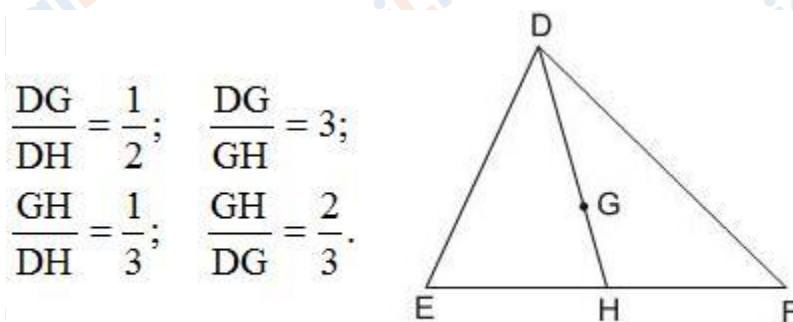
$$\frac{BG}{BE} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{CG}{CF} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

**Giải Bài 23 trang 66 SGK Toán 7 tập 2**

Cho G là trọng tâm của tam giác DEF với đường trung tuyến DH.

Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?



Hình 24

$$\frac{DG}{DH} = \frac{1}{2}; \quad \frac{DG}{GH} = 3;$$

$$\frac{GH}{DH} = \frac{1}{3}; \quad \frac{GH}{DG} = \frac{2}{3}.$$

**Lời giải:**

Tam giác DEF có G là trọng tâm với đường trung tuyến DH nên:

$$\frac{GD}{DH} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{GH}{DH} = \frac{1}{3}$$

Do đó chỉ có khẳng định  $\frac{GH}{DH} = \frac{1}{3}$  đúng.

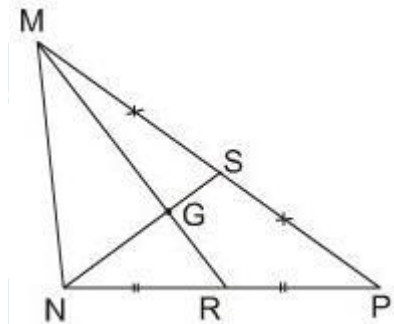
Các khẳng định còn lại sai.

**Giải Bài 24 trang 66 SGK Toán lớp 7 tập 2**

Cho hình 25. Hãy điền số thích hợp vào chỗ trống trong các đẳng thức sau:

a)  $MG = \dots MR$ ;  $GR = \dots MR$ ;  $GR = \dots MG$

b)  $NS = \dots NG$ ;  $NS = \dots GS$ ;  $NG = \dots GS$



Hình 25

**Lời giải:**

Từ hình vẽ ta thấy: S, R là hai trung điểm của hai đoạn thẳng trong tam giác nên NS và MR là hai đường trung tuyến.

G là giao của hai đường trung tuyến nên G là trọng tâm của  $\Delta MNS$ , do đó ta có thể điền:

a)  $MG = \frac{2}{3} MR$ ;  $GR = \frac{1}{3} MR$ ;  $GR = \frac{1}{2} MG$ .

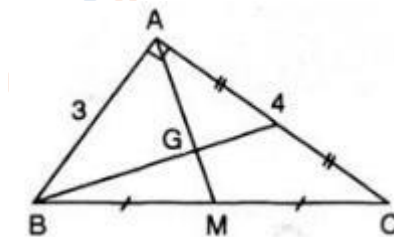
b)  $NS = \frac{3}{2} NG$ ;  $NS = 3GS$ ;  $NG = 2GS$ .

**Giải Toán 7 tập 2 Bài 25 trang 67 SGK**

Biết rằng: Trong một tam giác vuông. Đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng một nửa cạnh huyền. Hãy giải bài toán sau:

Cho tam giác vuông ABC có hai góc vuông  $AB = 3\text{cm}$ ,  $AC = 4\text{cm}$ . Tính khoảng cách từ đỉnh A tới trọng tâm G của tam giác ABC.

**Lời giải:**



Áp dụng định lí Pitago cho  $\Delta ABC$  vuông tại A:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 32 + 42 = 25$$

$$\Rightarrow BC = 5\text{cm}$$

Gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của  $\Delta ABC$ .

Theo bài:

$$AM = \frac{1}{2} BC$$

$$\text{Vì } G \text{ là trọng tâm } \Delta ABC \text{ nên } AG = \frac{2}{3} AM$$

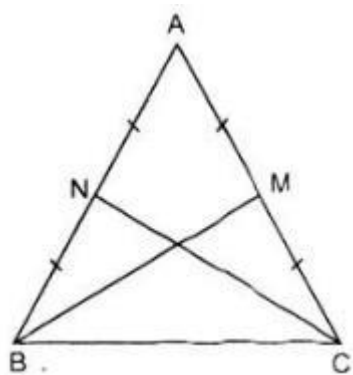
$$\Rightarrow AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} BC$$

$$\Rightarrow AG = \frac{1}{3} BC = \frac{1}{3} \cdot 5 = 1,7 \text{ cm}$$

**Giải Toán 7 tập 2 Bài 26 trang 67 SGK**

Chứng minh định lí: Trong một tam giác cân, hai đường trung tuyến ứng với hai cạnh bên thì bằng nhau.

**Lời giải:**



$\Delta ABC$  cân  $\Rightarrow AB = AC$

Gọi M, N lần lượt là hai trung điểm của cạnh AB và AC, suy ra:

$$AN = BN = AM = CM (= AB/2 = AC/2)$$

Cách 1: Xét  $\triangle BAM$  và  $\triangle CAN$  có:

- Góc A chung

-  $AB = AC$

-  $AM = AN$

$\Rightarrow \triangle BAM = \triangle CAN$  (c.g.c)  $\Rightarrow BM = CN$  (đpcm)

Cách 2: Xét  $\triangle BCM$  và  $\triangle CBN$  có:

- Cạnh BC chung

- góc BCM = góc CBN (do  $\triangle ABC$  cân)

-  $CM = BN$

$\Rightarrow \triangle BCM = \triangle CBN$  (c.g.c)  $\Rightarrow BM = CN$  (đpcm)

(Còn một số cách chứng minh khác, nhưng do giới hạn kiến thức lớp 7 nên mình xin sẽ không trình bày.)

### **Giải Bài 27 SGK Toán 7 tập 2 trang 67**

Hãy chứng minh định lý đảo của định lý trên: Nếu tam giác có hai đường trung tuyến bằng nhau thì tam giác đó cân.

**Lời giải:**

### **Giải Bài 28 SGK Toán 7 tập 2 trang 67**

Cho tam giác DEF cân tại D với đường trung tuyến DI.

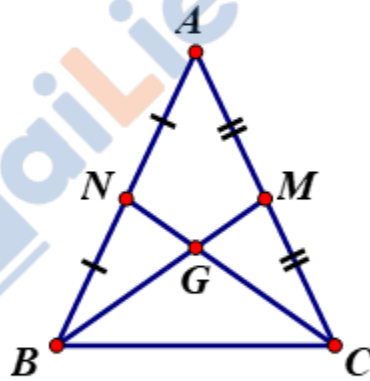
a) Chứng minh  $\triangle DEI = \triangle DFI$ .

b) Các góc DIE và góc DIF là những góc gì?

c) Biết  $DE = DF = 13\text{cm}$ ,  $EF = 10\text{cm}$ , hãy tính độ dài đường trung tuyến DI.

**Lời giải:**

GT	$\Delta ABC$ , Trung tuyến $BM, CN$ $BM = CN$ .
KL	$\Delta ABC$ cân tại $A$ .



Giả sử  $\Delta ABC$  có hai đường trung tuyến  $BM$  và  $CN$  cắt nhau tại  $G$ .

$\Rightarrow G$  là trọng tâm của tam giác

$$\Rightarrow GB = \frac{2}{3} BM ; GC = \frac{2}{3} CN.$$

Mà  $BM = CN$  (theo gt)  $\Rightarrow GB = GC \Rightarrow GM = GN$ .

Xét  $\Delta GNB$  và  $\Delta GMC$  có :

$$GN = GM \text{ (cmt)}$$

$$GB = GC \text{ (cmt)}$$

$$\widehat{NGB} = \widehat{MGC} \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \Delta GNB = \Delta GMC \text{ (c.g.c)} \Rightarrow NB = MC.$$

Lại có  $AB = 2 \cdot BN, AC = 2 \cdot CM$  (do  $M, N$  là trung điểm  $AC, AB$ )

$\Rightarrow AB = AC \Rightarrow \Delta ABC$  cân tại  $A$ .

**Giải Bài 28 SGK Toán 7 tập 2 trang 67**

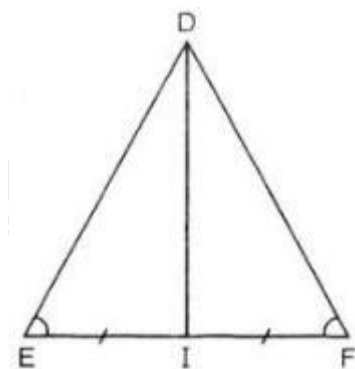
Cho tam giác DEF cân tại D với đường trung tuyến DI.

a) Chứng minh  $\triangle DEI = \triangle DFI$ .

b) Các góc DIE và góc DIF là những góc gì?

c) Biết  $DE = DF = 13\text{cm}$ ,  $EF = 10\text{cm}$ , hãy tính độ dài đường trung tuyến DI.

**Lời giải:**



a) Xét  $\triangle DEI$  và  $\triangle DFI$  có:

-  $DE = DF$  ( $\triangle DEF$  cân)

- DI là cạnh chung.

-  $IE = IF$  (DI là trung tuyến)

$\Rightarrow \triangle DEI = \triangle DFI$  (c.c.c)

(Cách khác: Nếu bạn thay điều kiện DI là cạnh chung bằng điều kiện góc  $\widehat{DEI} = \widehat{DFI}$  thì chúng ta có cách chứng minh theo trường hợp c.g.c)

b) Theo câu a) ta có  $\triangle DEI = \triangle DFI$

$\Rightarrow \widehat{DIE} = \widehat{DIF}$

mà  $\widehat{DIE} + \widehat{DIF} = 180^\circ$  (kề bù)

nên  $\widehat{DIE} = \widehat{DIF} = 90^\circ$

c) I là trung điểm của EF nên  $IE = IF = 5\text{cm}$



$\Delta DIE$  vuông tại  $I \Rightarrow DI^2 = DE^2 - EI^2$  (định lý Pitago)

$$\Rightarrow DI^2 = 13^2 - 5^2 = 144$$

$$\Rightarrow DI = 12$$

**Giải Bài 29 SGK Toán 7 tập 2 trang 67**

Cho  $G$  là trọng tâm của tam giác đều  $ABC$ . Chứng minh rằng:

$$GA = GB = GC$$

Hướng dẫn: Áp dụng định lý ở bài tập 26.

**Lời giải:**

Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, AC, AB$ .

Vì  $\Delta ABC$  là tam giác đều nên  $AB = AC = BC$

- Xét  $\Delta ABC$  ta có:  $AB = AC$

Vậy  $\Delta ABC$  cân tại  $A$

$$\Rightarrow BN = CP \text{ (hai trung tuyến) (định lý bài 26)}$$

$$\text{và } GB = GC = \frac{2}{3}BN \left( = \frac{2}{3}CP \right) \quad (1)$$

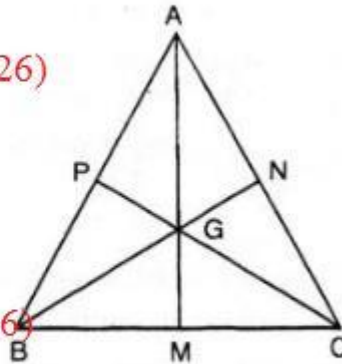
- Xét  $\Delta ABC$ , ta có:  $BA = BC$

Vậy  $\Delta ABC$  cân tại  $B$

$$\Rightarrow CP = AM \text{ (hai trung tuyến) (định lý bài 26)}$$

$$\text{và } GC = GA = \frac{2}{3}CP \left( = \frac{2}{3}AM \right) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra:  $GA = GB = GC$  (đpcm).



(Lưu ý: Bài này yêu cầu áp dụng định lý ở bài tập 26, do đó ở một số sách giải hay trang web sử dụng câu "Vì  $\Delta ABC$  đều nên ba đường trung tuyến ứng với ba cạnh  $BC, CA, AB$  bằng nhau" là chưa phù hợp với lời giải bài tập này. Các bạn cần lưu ý.)

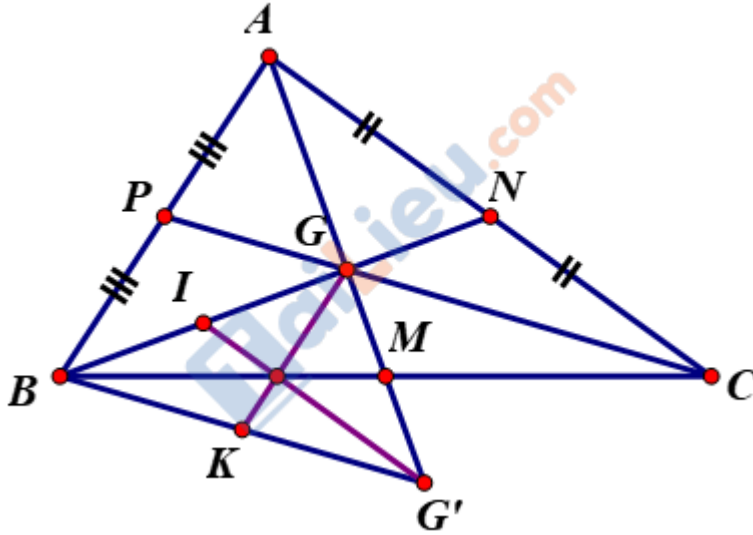
**Giải Bài 30 trang 67 SGK Toán 7**

Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Trên tia  $AG$  lấy điểm  $G'$  sao cho  $G$  là trung điểm của  $AG'$ .

a) So sánh các cạnh của tam giác  $BGG'$  với các đường trung tuyến của tam giác  $ABC$ .

b) So sánh các đường trung tuyến của tam giác BGG' với các cạnh của tam giác ABC.

Lời giải:



a) Gọi trung điểm BC, CA, AB lần lượt là M, N, P.

⇒ AM, BN, CP là các đường trung tuyến, G là trọng tâm của  $\Delta ABC$

Theo tính chất đường trung tuyến của tam giác ta có:

$$GB = \frac{2}{3}.BN \quad (1)$$

$$GA = \frac{2}{3}.AM, \text{ mà } GA = GG' \text{ (do G là trung điểm của } AG') \Rightarrow GG' = \frac{2}{3}.AM \quad (2)$$

$$GM = \frac{1}{2}.AG, \text{ mà } AG = GG' \Rightarrow GM = \frac{1}{2}.GG' \Rightarrow M \text{ là trung điểm của } GG' \text{ hay } GM = G'M.$$

Xét  $\Delta GMC$  và  $\Delta G'MB$  có:

$$GM = G'M \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\widehat{GMC} = \widehat{BMG'} \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$$MC = MB$$

$$\Rightarrow \Delta GMC = \Delta G'MB \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow GC = G'B \text{ (hai cạnh tương ứng).}$$

$$\text{Mà } CG = \frac{2}{3}.CP \text{ (tính chất đường trung tuyến)} \Rightarrow G'B = \frac{2}{3}.CP \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) ta có : } GG' = \frac{2}{3}.AM, GB = \frac{2}{3}.BN, G'B = \frac{2}{3}.CP.$$

Vậy mỗi cạnh của  $\Delta BGG'$  bằng  $\frac{2}{3}$  đường trung tuyến của  $\Delta ABC$ .

b) Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BG và BG'.

\* M là trung điểm  $GG' \Rightarrow BM$  là đường trung tuyến  $\Delta BGG$ .

Mà M là trung điểm BC  $\Rightarrow BM = \frac{1}{2} \cdot BC$  (4)

\* I là trung điểm BG  $\Rightarrow IG = \frac{1}{2} BG$

Mà  $GN = \frac{1}{2} BG$

$\Rightarrow IG = GN$  ( $= \frac{1}{2} BG$ )

Xét  $\Delta IGG'$  và  $\Delta NGA$  có:

$IG = GN$  (chứng minh trên)

$\widehat{IGG'} = \widehat{NGA}$  (hai góc đối đỉnh)

$GG' = GA$  (vì G là trung điểm  $AG'$ )

$\Rightarrow \Delta IGG' = \Delta NGA$  (c.g.c)

$\Rightarrow G'I = AN$  (hai cạnh tương ứng)

$\Rightarrow G'I = \frac{1}{2} AC$  (vì  $AN = \frac{1}{2} AC$ ) (5)

\* Ta có:  $PG = \frac{1}{2} GC$ ,  $BK = \frac{1}{2} BG'$

Mà  $GC = BG'$  (chứng minh phần a))

⇒ Nên  $PG = BK$ .

$\triangle GMC = \triangle G'MB$  (chứng minh câu a)

⇒  $\widehat{CGM} = \widehat{BG'M}$  (hai góc tương ứng)

Mà hai góc này ở vị trí so le trong

⇒  $CP \parallel BG'$

⇒  $\widehat{PGB} = \widehat{GBG'}$  (hai góc so le trong)

hay  $\widehat{PGB} = \widehat{GBK}$

Xét  $\triangle PGB$  và  $\triangle KBG$  có:

$PG = BK$  (chứng minh trên)

$\widehat{PGB} = \widehat{GBK}$  (chứng minh trên)

BG chung

⇒  $\triangle PGB = \triangle KBG$  (c.g.c)

⇒  $PB = GK$  (hai cạnh tương ứng)

⇒  $GK = \frac{1}{2} AB$  (vì  $PB = \frac{1}{2} AB$ )

Vậy  $BM = \frac{1}{2} BC$ ,  $G'I = \frac{1}{2} AC$ ,  $GK = \frac{1}{2} AB$ .

Vậy mỗi đường trung tuyến của  $\triangle BGG'$  bằng một nửa cạnh của  $\triangle ABC$  tương ứng với nó.