

ĐỀ CHÍNH THỨC

Lần thi thử: 03;  
Môn thi: **Toán 9**;  
Ngày thi: 04 tháng 6 năm 2021;  
Thời gian làm bài: 90 phút.

**Bài I (2,0 điểm):**

Cho biểu thức  $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{x+9\sqrt{x}}{x-9}$  và  $B = \frac{x+5\sqrt{x}}{x-25}$  với  $x \geq 0$ ,  $x \neq 9$  và  $x \neq 25$ .

1) Tính giá trị của biểu thức  $B$  tại  $x = 4$ .

2) Rút gọn biểu thức  $P = \frac{A}{B}$ .

3) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $P = \frac{1}{2}$ .

**Bài II (2,5 điểm):**

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một tổ công nhân dự định làm xong **75** sản phẩm trong một thời gian nhất định (mỗi ngày làm số sản phẩm như nhau). Nhưng khi thực hiện, nhờ cải tiến kỹ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm tăng thêm **5** sản phẩm so với dự định. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định **1** ngày và còn làm thêm được **5** sản phẩm nữa. Hỏi khi thực hiện, mỗi ngày tổ đã làm được bao nhiêu sản phẩm?

2) Một hình trụ có đường cao **3 dm** và đường kính đáy **10 dm**. Tính thể tích hình trụ đó (lấy  $\pi = 3,14$ ).

**Bài III (2,0 điểm):**

1) Giải hệ phương trình  $(x-1)^4 - 3(x-1)^2 - 4 = 0$ .

2) Cho phương trình  $x^2 - (m-1)x - m = 0$  (1) (với  $x$  là ẩn,  $m$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị của  $m$  không âm để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho  $|x_1| = |x_2| + 1$ .

**Bài IV (3,0 điểm):**

Cho đường tròn  $(O; R)$ , dây  $MN$  cố định ( $MN < 2R$ ). Kẻ đường kính  $AB$  vuông góc với dây  $MN$  tại  $E$  ( $A$  thuộc cung lớn  $MN$ ). Lấy điểm  $C$  thuộc dây  $MN$  ( $C$  khác  $M, N, E$ ), tia  $BC$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $K$  ( $K$  khác  $B$ ).

1) Chứng minh tứ giác  $AKCE$  nội tiếp được một đường tròn.

2) Chứng minh  $BM^2 = BK \cdot BC$ .

3) Gọi  $I$  là giao điểm của  $AK$  và  $MN$ ,  $D$  là giao điểm của  $AC$  và  $BI$ . Chứng minh điểm  $C$  cách đều ba cạnh của  $\triangle DEK$ .

**Bài V (0,5 điểm):**

Cho  $x, y$  là hai số thực dương thỏa mãn  $x + y = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x}{\sqrt{1-x}} + \frac{y}{\sqrt{1-y}}$$

.....Hết .....

Bài	Ý	Hướng dẫn chấm	Điểm
Bài I (2,0 điểm)	1)	Cho $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{x+9\sqrt{x}}{x-9}$ và $B = \frac{x+5\sqrt{x}}{x-25}$ với $x \geq 0$ , $x \neq 9$ và $x \neq 25$ .	0,5
		Tính giá trị của biểu thức $B$ tại $x = 4$ :	
		Thay $x = 4$ (tmđk) vào biểu thức $B$ , ta có: $B = \frac{x+5\sqrt{x}}{x-25} = \frac{4+5\sqrt{4}}{4-25} = -\frac{2}{3}$	0,25
		Kết luận: tại $x = 4$ thì giá trị của biểu thức $B = -\frac{2}{3}$ .	0,25
	2)	Rút gọn biểu thức $P = \frac{A}{B}$ :	1,0
		Với $x \geq 0$ , $x \neq 9$ và $x \neq 25$ , ta có: $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{x+9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - (x+9\sqrt{x})}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$= \frac{2x+6\sqrt{x}-x-9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$	0,25
		$B = \frac{x+5\sqrt{x}}{x-25} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+5)}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}$	0,25
		$P = \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+3}$ Kết luận: $P = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+3}$ $x \geq 0$ , $x \neq 9$ và $x \neq 25$ .	0,25
	3)	Tìm giá trị của $x$ để $P = \frac{1}{2}$ .	0,5
Với $x \geq 0$ , $x \neq 9$ và $x \neq 25$ , ta có: $P = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+3} = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x}-10 = \sqrt{x}+3$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} = 13 \Leftrightarrow x = 169 \text{ (tmđk)}$		0,25	
Kết luận: $x = 169$ là các giá trị cần tìm.		0,25	

<p><b>Bài II</b> (2,5 điểm)</p>	<p>1)</p>	<p>Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:</p> <p>Một tổ công nhân dự định làm xong <b>75</b> sản phẩm trong một thời gian nhất định (mỗi ngày làm số sản phẩm như nhau). Nhưng khi thực hiện, nhờ cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm tăng thêm <b>5</b> sản phẩm so với dự định. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định <b>1</b> ngày và còn làm thêm được <b>5</b> sản phẩm nữa. Hỏi khi thực hiện, mỗi ngày tổ đã làm được bao nhiêu sản phẩm?</p>	2,0
		<p>Gọi số sản phẩm mà tổ công nhân (CN) làm được mỗi ngày trên thực tế là <math>x</math> (sản phẩm; <math>x \in \mathbb{N}^*</math> và <math>x &gt; 5</math>)</p> <p><i>(Gọi số sản phẩm mà tổ CN trên thực tế làm được mỗi ngày là <math>x</math>)</i>  <i>(Gọi số sản phẩm làm được mỗi ngày trên thực tế của tổ CN là <math>x</math>)</i>  <i>(Gọi số sản phẩm mà tổ CN làm được mỗi ngày trên thực tế là <math>x</math>)</i>  <i>(Trên thực tế, gọi số sản phẩm mà CN làm được mỗi ngày là <math>x</math>)</i>  <i>(Trên thực tế, gọi số sản phẩm làm được mỗi ngày của tổ CN là <math>x</math>)</i></p>	0,25
		<p>Theo dự định, tổ CN phải làm mỗi ngày số sản phẩm là <math>x - 5</math> (sản phẩm)</p> <p><i>(Theo dự định, số sản phẩm mà CN phải làm mỗi ngày là <math>x - 5</math>)</i>  <i>(Theo dự định, mỗi ngày tổ CN phải làm số sản phẩm <math>x - 5</math>)</i>  <i>(Theo dự định, số sản phẩm phải làm mỗi ngày của tổ CN là <math>x - 5</math>)</i>  <i>(Số sản phẩm phải làm mỗi ngày theo dự định của tổ CN là <math>x - 5</math>)</i>  <i>(Số sản phẩm mà tổ CN phải làm mỗi ngày theo dự định là <math>x - 5</math>)</i></p>	0,25
		<p>Trên thực tế, tổ CN làm xong <math>75 + 5 = 80</math> sp hết thời gian là <math>\frac{80}{x}</math> (ngày)</p> <p><i>(Trên thực tế, thời gian để tổ CN làm xong <math>75 + 5 = 80</math> sản phẩm là...)</i>  <i>(Trên thực tế, để làm xong <math>75 + 5 = 80</math> sản phẩm tổ CN cần thời gian là ...)</i>  <i>(Thời gian trên thực tế tổ CN làm xong <math>75 + 5 = 80</math> sản phẩm là ...)</i>  <i>(Thời gian để tổ CN làm xong <math>75 + 5 = 80</math> sản phẩm trên thực tế là...)</i>  <i>(Để làm xong <math>75 + 5 = 80</math> sản phẩm trên thực tế, tổ CN cần thời gian là...)</i>  <i>(Để làm xong <math>75 + 5 = 80</math> sản phẩm tổ CN cần thời gian trên thực tế là...)</i></p>	0,5
		<p>Theo dự định, tổ CN làm 75 sản phẩm hết thời gian là <math>\frac{75}{x-5}</math> (ngày)</p> <p><i>(Theo dự định, thời gian để tổ CN làm xong <math>75 + 5 = 80</math> sản phẩm là...)</i>  <i>(Theo dự định, để làm xong <math>75 + 5 = 80</math> sản phẩm tổ CN cần thời gian là ...)</i>  <i>(Thời gian theo dự định tổ CN làm xong <math>75 + 5 = 80</math> sản phẩm là ...)</i>  <i>(Thời gian để tổ CN làm xong <math>75 + 5 = 80</math> sản phẩm theo dự định là...)</i>  <i>(Để làm xong <math>75 + 5 = 80</math> sản phẩm theo dự định, tổ CN cần thời gian là...)</i>  <i>(Để làm xong <math>75 + 5 = 80</math> sản phẩm tổ CN cần thời gian theo dự định là...)</i></p>	0,25
		<p>Vì khi thực hiện, tổ CN đã hoàn thành công việc sớm hơn 1 ngày so với dự định nên, ta có phương trình:</p> $\frac{75}{x-5} - \frac{80}{x} = 1$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{75x - 80(x-5)}{x(x-5)} = 1$ $\Leftrightarrow \frac{75x - 80x + 400}{x^2 - 5x} = 1$ $\Leftrightarrow x^2 - 5x = -5x + 400$ $\Leftrightarrow x^2 = 400 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \text{ (tmđk)} \\ x = -20 \text{ (loại)} \end{cases}$	0,5
<p>Kết luận: khi thực hiện, mỗi ngày tổ đã làm được 20 sản phẩm.</p>	0,25		

<b>Bài III</b> (2,0 điểm)	2)	Một hình trụ có đường cao <b>3 dm</b> và đường kính đáy <b>10 dm</b> . Tính thể tích hình trụ đó (lấy $\pi = 3,14$ ).	<b>0,5</b>
		Vì hình trụ có đường cao $h = 3 \text{ dm}$ và bán kính đáy $R = 10 : 2 = 5 \text{ dm}$ nên thể tích của hình trụ là: $V_{\text{hình trụ}} = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi R h^2 = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 3 = 235,5 \text{ (dm}^2\text{)}$	0,25
		Kết luận: thể tích của hình trụ là $235,5 \text{ dm}^2$	0,25
	1)	Giải hệ phương trình $(x-1)^4 - 3(x-1)^2 - 4 = 0$ .	<b>1,0</b>
		Đặt $(x-1)^2 = t$ , phương trình trở thành: $t^2 - 3t - 4 = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow (t-4)(t+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -1 \end{cases}$	0,5
		Trở lại ẩn $x$ và $y$ , ta có: $\begin{cases} (x-1)^2 = 4 \\ (x-1)^2 = -1 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 2 \\ x-1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$ Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 3; x = -1$	0,25
		Cho phương trình $x^2 - (m-1)x - m = 0$ (1) (với $x$ là ẩn, $m$ là tham số). Tìm tất cả các giá trị của $m$ không âm để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$ sao cho $ x_1  =  x_2  + 1$ .	<b>1,0</b>
	2a)	Ta có: $\Delta = [-(m-1)]^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-m) = (m+1)^2$ Để phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 > 0$ (nhận xét $(m+1)^2 \geq 0$ ) $\Leftrightarrow (m+1)^2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$	0,25
		Ta có $a + b + c = 1 - (m-1) - m = 0$ , suy ra phương trình có hai nghiệm là $x = 1; x = \frac{c}{a} = -m$ .	0,25
TH1: $x_1 = 1$ và $x_2 = -m$ , ta có: $ x_1  =  x_2  + 1$ $\Leftrightarrow  1  =  -m  + 1$ $\Leftrightarrow m = 0$ (tmdk (*)) TH2: $x_1 = -m$ và $x_2 = 1$ , ta có: $ x_1  =  x_2  + 1$ $\Leftrightarrow  -m  =  1  + 1$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$ (tmdk (*))		0,25	
Do cần tìm $m \geq 0 \Rightarrow m = 0; m = 2$ . Kết luận: $m = 0; m = 2$ là các giá trị cần tìm.		0,25	

<b>Bài IV</b> (3,0 điểm)	Cho đường tròn $(O; R)$ , dây $MN$ cố định ( $MN < 2R$ ). Kẻ đường kính $AB$ vuông góc với dây $MN$ tại $E$ ( $A$ thuộc cung lớn $MN$ ). Lấy điểm $C$ thuộc dây $MN$ ( $C$ khác $M, N, E$ ), tia $BC$ cắt $(O)$ tại điểm $K$ ( $K$ khác $B$ ).	
	Vẽ đúng hình đến ý 1)	
		<b>0,25</b>
	Chứng minh rằng tứ giác $AKCE$ nội tiếp đường tròn:	<b>0,75</b>
	Ta có $AB \perp MN$ (gt) $\Rightarrow \widehat{AEC} = 90^\circ$	0,25
	Xét $(O)$ : $\widehat{AKC} = 90^\circ$ (góc nt chắn $\frac{1}{2}$ $(O)$ )	<i>(Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông)</i> 0,25
	Xét $\triangle AECK$ , ta có: $\widehat{AEC} + \widehat{AKC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ $\widehat{AEC}, \widehat{AKC}$ : 2 góc đối nhau Suy ra $\triangle AKCE$ nội tiếp (đpcm).	<i>(Tứ giác có tổng hai góc đối nhau bằng <math>180^\circ</math> là tứ giác nội tiếp)</i> 0,25
	Chứng minh $BM^2 = BC \cdot BK$ :	<b>1,0</b>
	Xét $(O)$ : $AB \perp MN$ (gt) $\Rightarrow \widehat{BN} = \widehat{BM}$ (q.hệ $\perp$ giữa đk & dc)	<i>(Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó vuông góc với đường thẳng còn lại)</i> 0,25
	$\Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{K}_1$ (chắn các cung = nhau)	<i>(Các góc nội tiếp chắn các cung bằng thì bằng nhau)</i> 0,25
Xét $\triangle BMC$ và $\triangle BKM$ , ta có: $\widehat{M}_1 = \widehat{K}_1$ (cmt) $\widehat{MBK}$ : góc chung $\Rightarrow \triangle BMC \sim \triangle BKM$ (g.g)	<i>(Nếu hai góc này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau)</i> 0,25	
$\Rightarrow \frac{BM}{BC} = \frac{BK}{BM} \Rightarrow BM^2 = BC \cdot BK$	<i>(Các cạnh tương ứng của hai tam giác đồng dạng thì tỉ lệ với nhau)</i> 0,25	

	<p>Gọi <math>I</math> là giao điểm của <math>AK</math> và <math>MN</math>, <math>D</math> là giao điểm của <math>AC</math> và <math>BI</math>. Chứng minh điểm <math>C</math> cách đều ba cạnh của <math>\Delta DEK</math></p>	<b>1,0</b>
3)		
	Chứng minh $C$ là trực tâm $\Delta ABI \Rightarrow AD \perp BI \Rightarrow D \in (O)$	0,25
	Chứng minh được $\diamond BECD$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EDC} = \widehat{EBC}$ (1)	0,25
	Chứng minh được $\widehat{CDK} = \widehat{EBC}$ (cùng chắn $\widehat{AK}$ ) (2)	0,25
	Từ (1), (2) $\Rightarrow \widehat{EDC} = \widehat{CDK} \Rightarrow DC$ là phân giác của $\widehat{EDK}$ (3)	
<b>Bài V</b> (0,5 điểm)	<p>Chứng minh tương tự, <math>KC</math> là phân giác của góc <math>\widehat{EKD}</math> (4)  <math>DC \cap KC = \{C\}</math> (5)          Từ (3), (4) và (5), <math>C</math> là tâm đường tròn nội tiếp <math>\Delta DKE</math>. Do đó <math>C</math> cách đều ba cạnh của <math>\Delta DKE</math> (đpcm).</p>	0,25
	<p>Cho <math>x, y</math> là hai số thực dương thỏa mãn <math>x + y = 1</math>. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức <math>P = \frac{x}{\sqrt{1-x}} + \frac{y}{\sqrt{1-y}}</math>.</p>	<b>0,5</b>
	<p>Theo đề bài <math>x + y = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{1-y} &gt; 0; \sqrt{y} = \sqrt{x-1} &gt; 0</math>          Biến đổi biểu thức <math>P</math>, ta có:  <math display="block">P = \frac{1-y}{\sqrt{y}} + \frac{1-x}{\sqrt{x}} = \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) - (\sqrt{x} + \sqrt{y})</math>          Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương, ta có:  <math display="block">\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \geq 2\sqrt{\frac{1}{\sqrt{xy}}} \quad (1)</math>  <math display="block">\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\sqrt{\frac{1}{\sqrt{xy}}} \geq 2\sqrt{2} \quad (2)</math>          Từ (1), (2) <math>\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \geq 2\sqrt{2} \quad (3)</math></p>	0,25
	<p>Tiếp tục áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương, ta có:  <math display="block">x + y \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow 2x + 2y \geq (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2</math>  <math display="block">\Rightarrow -(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \geq -\sqrt{2} \quad (4)</math>          Cộng vế với vế của (3), (4), ta được:  <math display="block">\left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) - (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \geq \sqrt{2} \Rightarrow P \geq \sqrt{2}</math>          Dấu bằng <math>\Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}</math>. Vậy giá trị nhỏ nhất của <math>P</math> là <math>\sqrt{2}</math> khi <math>x = y = \frac{1}{2}</math>.</p>	0,25