

Bài I (2 điểm) Cho các biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$; với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

1) Tính giá trị của A khi $x = 25$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$.

3) Đặt $P = \frac{A}{B}$. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $P(\sqrt{x}+1) = \frac{m}{2}$ có nghiệm x .

Bài II (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một xưởng may dự kiến may 1000 bộ quần áo kháng khuẩn ủng hộ tâm dịch tỉnh Bắc Giang trong thời gian đã định. Với tinh thần cố gắng của công nhân mỗi ngày xưởng may thêm 10 bộ so với mức qui định nên đã hoàn thành trước thời hạn 2 ngày mà còn may thêm được 80 bộ nữa. Tính số bộ quần áo kháng khuẩn một ngày xưởng đó phải may theo kế hoạch?

2) Một trục lăn có dạng hình trụ nằm ngang (như hình vẽ), hình trụ có diện tích một đáy $S = 36\pi \text{ cm}^2$ và chiều cao $h = 5 \text{ cm}$. Nếu trục lăn đủ 10 vòng thì diện tích tạo trên sân phẳng là bao nhiêu?
(Biết $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2).



Bài III (2 điểm)

1. Giải phương trình: $x - 1 + 3\sqrt{x-1} - 4 = 0$

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy :

Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2(m+1)x - 2m$.

a) Chứng minh rằng (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m .

b) Gọi $x_1; x_2$ là các hoành độ giao điểm của (P) và (d) . Tìm m để: $x_1^2 - x_2^2 = x_1 - x_2$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Các đường thẳng BE và CF cắt đường tròn $(O; R)$ tại Q và K .

1. Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn;

2. Chứng minh $KQ \parallel EF$;

3. Gọi I là trung điểm BC , chứng minh góc $FDE =$ góc FIE .

Cho BC cố định, tìm vị trí của A trên $(O; R)$ để chu vi tam giác DEF có giá trị lớn nhất.

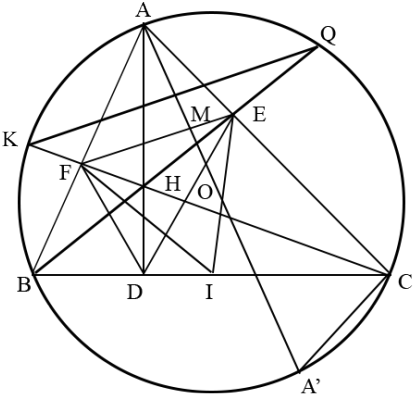
Bài V (0,5 điểm) Cho các số không âm x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $Q = \sqrt{2x^2 + x + 1} + \sqrt{2y^2 + y + 1} + \sqrt{2z^2 + z + 1}$

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 NĂM 2021 MÔN TOÁN

Bài	Các bước cho điểm	Điểm
Bài I (2đ)	<p>Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.</p> <p>1) Tính giá trị của A khi $x = 25$.</p> <p>2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$.</p> <p>3) Đặt $P = \frac{A}{B}$. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $P(\sqrt{x}+1) = \frac{m}{2}$ có nghiệm x.</p>	
Ý 1 (0,5 đ)	<p>Thay $x = 25$ (TMDK) vào A:</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $A = \frac{\sqrt{25}-2}{\sqrt{25}-1} = \frac{3}{4}$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $A = \frac{3}{4} \text{ khi } x = 25$	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
Ý 2 (1đ)	$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) + 3\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $B = \frac{x + 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $B = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>KL: Vậy $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
Ý 3 (0,5đ)	$P = \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} \Rightarrow P(\sqrt{x}+1) = \frac{m}{2} \quad (1)$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x} - 4 = m$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{m+4}{2} \quad (2)$	0,25
Ý 3 (0,5đ)	<p>*Lập luận phương trình (1) có nghiệm x khi phương trình (2) có nghiệm x</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m+4}{2} \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -4 \\ \frac{m+4}{2} \neq 1 \Leftrightarrow m \neq -2 \end{cases}$ <p>* KL: $m \geq -4$ và $m \neq -2$</p>	0,25
Bài II (2,5 điểm)	<p>Học sinh làm cách khác đúng tính điểm</p> <p>1) Một xưởng may dự kiến may 1000 bộ quần áo kháng khuẩn ủng hộ tâm dịch tỉnh Bắc Giang trong thời gian đã định. Với tinh thần cố gắng của công nhân mỗi ngày xưởng may thêm 10 bộ so với mức qui định nên đã hoàn thành trước thời hạn 2 ngày mà còn may thêm được 80 bộ nữa. Tính số bộ quần áo kháng khuẩn một ngày xưởng đó phải may theo kế hoạch?</p>	
Ý 1 (2đ)	<p>Gọi số bộ quần áo mỗi ngày xưởng đó phải may theo kế hoạch là x (bộ; $x \in \mathbb{N}^*$)</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Số bộ quần áo mỗi ngày xưởng đó phải may theo thực tế là : $x + 10$ (bộ)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

	Số bộ quần áo thực tế xưởng may được là: $1000 + 80 = 1080$ (bộ)	0,25
	Thời gian dự định của xưởng để may xong 1000 bộ quần áo là: $\frac{1000}{x}$ (ngày)	
	Thời gian thực tế của xưởng đã may xong 1080 bộ quần áo là: $\frac{1080}{x+10}$ (ngày)	0,25
	Do xưởng hoàn thành trước thời hạn 2 ngày nên ta có phương trình: $\frac{1000}{x} - \frac{1080}{x+10} = 2$	0,25
	* Giải phương trình ta được $x_1 = 50(t/m); x_2 = -100(kot/m)$	0,5
	Nhận định kết quả và trả lời: Vậy mỗi ngày xưởng đó phải may theo kế hoạch là 50 bộ quần áo kháng khuẩn	0,25
	2) Một trục lăn có dạng hình trụ nằm ngang (như hình vẽ), hình trụ có diện tích một đáy $S = 36\pi cm^2$ và chiều cao $h = 5 cm$. Nếu trục lăn đủ 10 vòng thì diện tích tạo trên sân phẳng là bao nhiêu? (Biết $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2).	
Ý 2(0.5đ)	Bán kính của đường tròn đáy là $\pi r^2 = 36\pi \Rightarrow r = 6cm$	
	Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 6 \cdot 5 = 60\pi(cm^2)$ Vì trục lăn 10 vòng nên diện tích tạo trên sân phẳng là: $10 \cdot 60\pi = 600\pi(cm^2) \approx 1884(cm^2)$	0,25 0,25
Bài III (2 đ)	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2(m+1)x - 2m$. 1. Tìm m để đường thẳng (d) tạo với trục hoành một góc nhọn và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -4 2.a) Chứng minh rằng (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m . b) Gọi $x_1; x_2$ là các hoành độ giao điểm của (P) và (d) . Tìm m để: $x_1^2 - x_2^2 = x_1 - x_2.$	
	1. Giải phương trình: $x - 1 + 3\sqrt{x-1} - 4 = 0$ * ĐK: $x \geq 1$ * Đặt: $\sqrt{x-1} = t (t \geq 0)$ $\Rightarrow t^2 + 3t - 4 = 0$	0,25 0,25
	* Giải phương trình được: $t_1 = 1(1/m)$ $t_2 = -4(kot/m)$	0,25 0,25
	* Thay lại tính được: $\sqrt{x-1} = 1 \Rightarrow x = 2 (t/m)$ và KL nghiệm $S = \{2\}$	
	2.a) Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 = 2(m+1)x - 2m \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + 2m = 0(*)$ $\Delta = b^2 - 4ac = 4(m+1)^2 - 4 \cdot 2m = 4m^2 + 4$ $C/m: \Delta > 0 \forall m$ \Rightarrow phương trình(*) luôn có hai nghiệm phân biệt mọi m . $\Rightarrow (P)$ luôn cắt (d) tại hai điểm phân biệt A; B với mọi m .	0,25 0,25
b) $\forall m$ Theo định lý Viet $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = -2m \end{cases}$		

	$x_1^2 - x_2^2 = x_1 - x_2$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) - (x_1 - x_2) = 0$ $\Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \text{ (loại)} \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$ $\Rightarrow 2(m+1) = 1 \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$ <p>*KL: $m = -\frac{1}{2}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Bài IV (3 đ)</p>	<p>Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Các đường thẳng BE và CF cắt đường tròn (O; R) tại Q và K.</p> <p>1) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn; 2) Chứng minh KQ // EF; 3) Gọi I là trung điểm BC, chứng minh $\widehat{FDE} = \widehat{FIE}$. Cho BC cố định, tìm vị trí của A để chu vi tam giác DEF có giá trị lớn nhất.</p>	
		
	<p>Vẽ hình chính xác</p>	<p>0,25</p>
	<p>1) 0.75đ</p>	
	<p>* Chứng minh được: $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$ * Cm tứ giác BCEF tứ giác nội tiếp * KL: điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>2) 1đ</p>	
	<p>* Chỉ ra do tứ giác BCEF tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BEF} = \widehat{BCF}$ * Xét (O) chứng minh được: $\widehat{BCF} = \widehat{BQK}$ * Suy ra được: $\widehat{BEF} = \widehat{BQK} \Rightarrow EF // QK$.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p>
<p>3) 1đ</p>		
<p>Kẻ đường kính AA' cắt EF tại M. * Chỉ ra B, F, E, C thuộc đường tròn tâm I đường kính BC. $\Rightarrow \widehat{FBE} = \widehat{FCE} = \frac{1}{2} \widehat{FIE}$. * Chứng minh BDHF và CDHE nội tiếp nên $\widehat{FBH} = \widehat{FDH}$ và $\widehat{ECH} = \widehat{EDH}$. * Từ đó suy ra $\widehat{FDE} = \widehat{FIE}$.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>	

	<p>*C/m: $\Delta AME \square \Delta ACA'$ (g.g) $\Rightarrow \widehat{AME} = \widehat{ACA'} = 90^\circ$ $\Rightarrow OA \perp FE$ tại M. Tương tự ta chứng minh được $OB \perp FD, OC \perp DE$. * Chứng minh được $S_{OAE} + S_{OAF} = \frac{1}{2}OA(ME + MF) = \frac{1}{2}R.EF$ Tương tự $S_{OFB} + S_{OFD} = \frac{1}{2}R.FD; S_{ODC} + S_{OEC} = \frac{1}{2}R.DE$. $\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}R.(DE + DF + FE) = \frac{1}{2}R$. Chu vi ΔDEF lớn nhất khi S_{ABC} lớn nhất khi AD lớn nhất. * Có $AD \leq AI, AI \leq AO + OI \Rightarrow AD \leq AO + OI$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow I, O, A$ thẳng hàng $\Leftrightarrow A$ là điểm chính giữa cung lớn BC.</p>	<p>0,25 0,25</p>
<p>Bài V (0,5 đ)</p>	<p>Cho các số không âm x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $Q = \sqrt{2x^2 + x + 1} + \sqrt{2y^2 + y + 1} + \sqrt{2z^2 + z + 1}$</p> $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x, y, z \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ 0 \leq z \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 \leq x \\ y^2 \leq y \\ z^2 \leq z \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x^2 + x + 1} \leq \sqrt{x^2 + 2x + 1} \\ \sqrt{2y^2 + y + 1} \leq \sqrt{y^2 + 2y + 1} \\ \sqrt{2z^2 + z + 1} \leq \sqrt{z^2 + 2z + 1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x^2 + x + 1} \leq x + 1 \\ \sqrt{2y^2 + y + 1} \leq y + 1 \\ \sqrt{2z^2 + z + 1} \leq z + 1 \end{cases}$ <p>$\Rightarrow Q \leq (x + y + z) + 3 \Leftrightarrow Q \leq 4$. Dấu bằng xảy ra khi:</p> $\begin{cases} x^2 = x \\ y^2 = y \\ z^2 = z \end{cases} \text{ Mà: } \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x, y, z \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (x, y, z) \in \{(0, 0, 1); (1, 0, 0); (0, 1, 0)\}.$ <p>Vậy GTLN của $Q = 4$</p>	<p>0,25 0,25</p>

Lưu ý: Các cách làm khác nếu đúng học sinh vẫn được điểm tương ứng với biểu điểm của Hướng dẫn chấm.