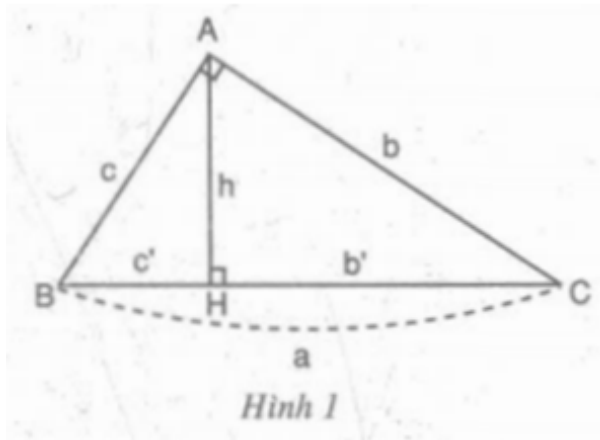


## BÀI 1: MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG

Giải Toán lớp 9 SGK Tập 1 trang 66, 67, 68, 69, 70

Trả lời câu hỏi Toán 9 Tập 1 Bài 1 trang 66:

Xét hình 1. Chứng minh  $\triangle AHB \sim \triangle CHA$ . Từ đó suy ra hệ thức (2).



**Lời giải**

Xét  $\triangle ABH$  và  $\triangle CAH$  có:

$$\angle(AHB) = \angle(AHC) = 90^\circ$$

$$\angle(BAH) = \angle(ACH) \text{ (cùng phụ } \angle(CAH))$$

$$\Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle CAH \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{CH} = \frac{BH}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH \cdot CH \text{ hay } h^2 = b' \cdot c'$$

Trả lời câu hỏi Toán 9 Tập 1 Bài 1 trang 67:

Xét hình 1. Hãy chứng minh hệ thức (3) bằng tam giác đồng dạng.

**Lời giải**

Xét tam giác ABC vuông tại A có

$$S_{ABC} = 1/2 \cdot AB \cdot AC$$

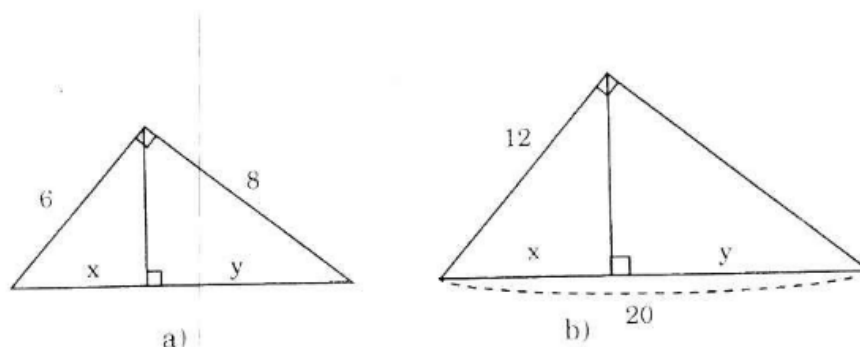
Xét tam giác ABC có AH là đường cao

$$\Rightarrow S_{ABC} = 1/2 AH \cdot BC$$

$$\Rightarrow 1/2 AB \cdot AC = 1/2 AH \cdot BC \Rightarrow AB \cdot AC = AH \cdot BC \text{ hay } bc = ah.$$

**Bài 1 (trang 68 SGK Toán 9 Tập 1):**

Hãy tính x và y trong mỗi hình sau: (h.4a, b)



Hình 4

**Lời giải:**

**- Hình a**

Theo định lí Pitago ta có:

$$\text{Cạnh huyền} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

Áp dụng định lí 1 ta có:

$$6^2 = x \cdot 10 \Rightarrow x = \frac{6^2}{10} = 3,6$$

$$8^2 = y \cdot 10 \Rightarrow y = \frac{8^2}{10} = 6,4$$

**- Hình b**

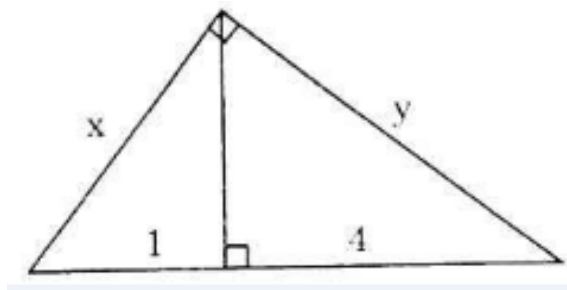
Áp dụng định lí 1 ta có:

$$12^2 = x \cdot 20 \Rightarrow x = \frac{12^2}{20} = 7,2$$

$$\Rightarrow y = 20 - 7,2 = 12,8$$

**Bài 2 (trang 68 SGK Toán 9 Tập 1):**

Hãy tính x và y trong mỗi hình sau: (h.5)



Hình 5

**Lời giải:**

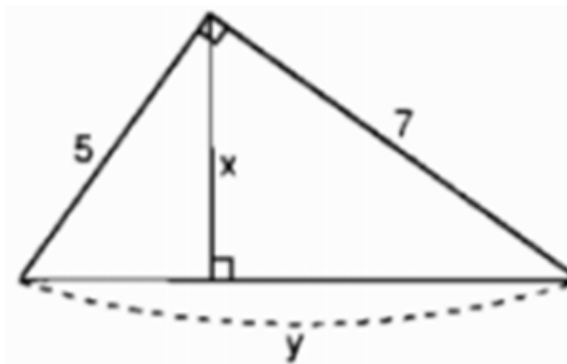
Áp dụng định lí 1 ta có:

$$x^2 = 1(1 + 4) = 5 \Rightarrow x = \sqrt{5}$$

$$y^2 = 4(1 + 4) = 20 \Rightarrow y = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

**Bài 3 (trang 69 SGK Toán 9 Tập 1):**

Hãy tính x và y trong mỗi hình sau: (h.6)



Hình 6

**Lời giải:**

Áp dụng định lí Pitago ta có:

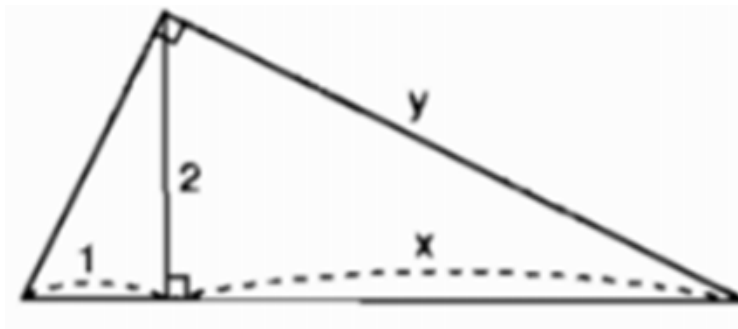
$$y = \sqrt{5^2 + 7^2} = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74} = 8,6$$

Áp dụng định lí 3 ta có:

$$x \cdot y = 5 \cdot 7 \Rightarrow x = \frac{35}{\sqrt{74}} = \frac{35\sqrt{74}}{74} = 4,1$$

**Bài 4 (trang 69 SGK Toán 9 Tập 1):**

Hãy tính x và y trong mỗi hình sau: (h.7)



Hình 7

**Lời giải:**

Theo định lí 2 ta có:

$$2^2 = 1 \cdot x \Rightarrow x = 4$$

Theo định lí 1 ta có:

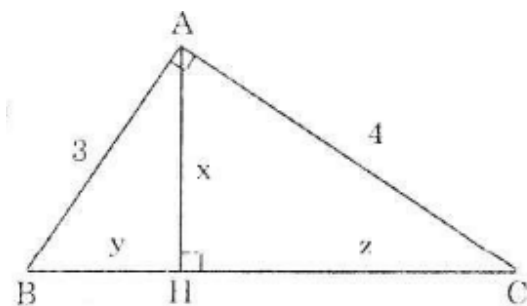
$$y^2 = x(1 + x) = 4(1 + 4) = 20$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$$

**Bài 5 (trang 69 SGK Toán 9 Tập 1):**

Trong tam giác vuông với các cạnh góc vuông có độ dài 3 và 4, kẻ đường cao ứng với cạnh huyền. Hãy tính đường cao này và độ dài các đoạn thẳng mà nó định ra trên cạnh huyền.

Lời giải:



$\Delta ABC$  vuông tại A có  $AB = 3$ ,  $AC = 4$  và đường cao AH như trên hình.

Theo định lí Pitago ta có:

$$BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

Mặt khác,  $AB^2 = BH \cdot BC$  (định lí 1)

$$\Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{3^2}{5} = 1,8$$

$AC^2 = CH \cdot BC$  (định lí 1)

$$\Rightarrow CH = \frac{AC^2}{BC} = \frac{4^2}{5} = 3,2$$

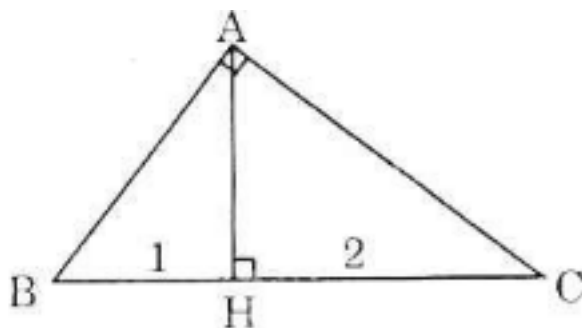
Theo định lí 3 ta có:  $AH \cdot BC = AB \cdot AC$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{3 \cdot 4}{5} = 2,4$$

**Bài 6 (trang 69 SGK Toán 9 Tập 1):**

Đường cao của một tam giác vuông chia cạnh huyền thành hai đoạn thẳng có độ dài là 1 và 2. Hãy tính các cạnh góc vuông của tam giác này.

Lời giải:



$\Delta ABC$  vuông tại A và đường cao AH như trên hình.

$$BC = BH + HC = 1 + 2 = 3$$

Theo định lí 1:  $AB^2 = BH \cdot BC = 1 \cdot 3 = 3$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{3}$$

Theo định lí 1:  $AC^2 = HC \cdot BC = 2 \cdot 3 = 6$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{6}$$

Vậy độ dài các cạnh góc vuông của tam giác lần lượt là  $\sqrt{3}$  và  $\sqrt{6}$ .

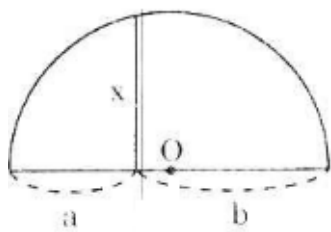
**Bài 7 (trang 69-70 SGK Toán 9 Tập 1):**

Người ta đưa ra hai cách vẽ đoạn trung bình nhân x của hai đoạn thẳng a, b (tức là  $x^2 = ab$ ) như trong hai hình sau:

Dựa vào các hệ thức (1) và (2), hãy chứng minh các cách vẽ trên là đúng.

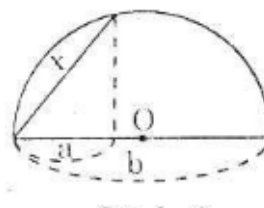
Gợi ý: Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh đó thì tam giác ấy là tam giác vuông.

Cách 1 (h.8)



Hình 8

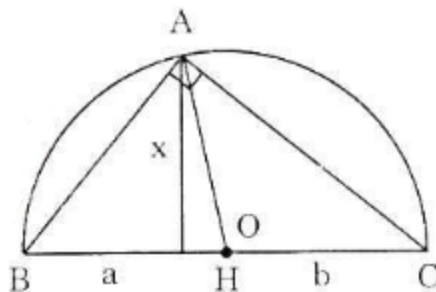
Cách 2 (h.9)



Hình 9

**Lời giải:**

- Cách 1: (h.8)



Theo cách dựng,  $\Delta ABC$  có đường trung tuyến  $AO$  bằng một nửa cạnh  $BC$ , do đó  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ .

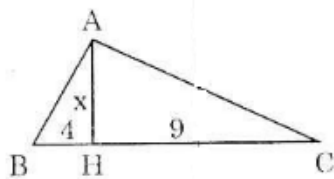
Vì vậy  $AH^2 = BH \cdot CH$  hay  $x^2 = ab$

Đây chính là hệ thức (2) hay cách vẽ trên là đúng.

**Bài 8 (trang 70 SGK Toán 9 Tập 1):**

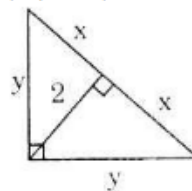
Tìm  $x$  và  $y$  trong mỗi hình sau:

a) (h.10)



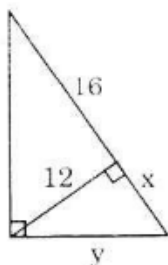
Hình 10

b) (h.11)



Hình 11

c) (h.12)



Hình 12

**Lời giải:**

a) Theo định lí 2 ta có:

$$x^2 = 4 \cdot 9 = 36 \Rightarrow x = 6$$

b) Vì đường cao chia cạnh huyền thành hai nửa bằng nhau nên nó đồng thời là đường trung tuyến. Mà trong tam giác vuông, đường tuyến bằng nửa cạnh huyền nên  $x = 2$ .

Theo định lí Pitago ta có:

$$y = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2 \cdot 2^2} = 2\sqrt{2}$$

c) Theo định lí 2:  $12^2 = 16 \cdot x \Rightarrow x = \frac{12^2}{16} = 9$

$$\begin{aligned} \text{Theo định lí Pitago: } y^2 &= 12^2 + x^2 = 12^2 + 9^2 \\ &= \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15 \end{aligned}$$

**Bài 9 (trang 70 SGK Toán 9 Tập 1):**

Cho hình vuông ABCD. Gọi I là một điểm nằm giữa A và B. Tia DI và tia CB cắt nhau ở K. Kẻ đường thẳng qua D, vuông góc với DI. Đường thẳng này cắt đường thẳng BC tại L. Chứng minh rằng:

a) Tam giác DIL là một tam giác cân

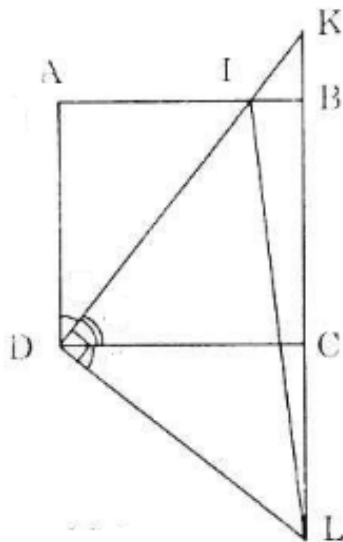
b) Tổng

$$\frac{1}{DI^2} + \frac{1}{DK^2}$$

không đổi khi I thay đổi trên cạnh AB.

**Lời giải:**





a) Xét hai tam giác vuông ADI và CDL có:

$AD = CD$  (cạnh hình vuông)

Góc ADI = góc CDL (cùng phụ góc IDC)

Nên  $\triangle ADI = \triangle CDL$  (cạnh góc vuông và góc nhọn)

Suy ra  $DI = DL$  hay  $\triangle DIL$  cân. (đpcm)

b) Trong tam giác DKL vuông tại D với đường cao DC. Theo định lí 4, ta có:

$$\frac{1}{DL^2} + \frac{1}{DK^2} = \frac{1}{DC^2}$$

Vì  $DI = DL$  nên  $\frac{1}{DI^2} + \frac{1}{DK^2} = \frac{1}{DC^2}$

DC không đổi nên tổng

$$\frac{1}{DI^2} + \frac{1}{DK^2}$$

không đổi khi I thay đổi trên cạnh AB. (đpcm).