

BÀI 8: RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

Giải bài tập SGK Tập 1 Toán lớp 9 trang 31, 32, 33, 34

Trả lời câu hỏi Toán 9 Tập 1 Bài 8 trang 31 (1):

Rút gọn $3\sqrt{5a} - \sqrt{20a} + 4\sqrt{45a} + \sqrt{a}$ với $a \geq 0$.

Lời giải

$$\begin{aligned} 3\sqrt{5a} - \sqrt{20a} + 4\sqrt{45a} + \sqrt{a} &= 3\sqrt{5a} - 2\sqrt{5a} + 4 \cdot 3\sqrt{5a} + \sqrt{a} \\ &= 3\sqrt{5a} - 2\sqrt{5a} + 12\sqrt{5a} + \sqrt{a} = 13\sqrt{5a} + \sqrt{a} \end{aligned}$$

Trả lời câu hỏi Toán 9 Tập 1 Bài 8 trang 31 (2):

Chứng minh đẳng thức:

$$\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \text{ với } a > 0, b > 0$$

Lời giải

Với $a > 0; b > 0$ ta có:

$$\begin{aligned} \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} &= \frac{(\sqrt{a})^3 + (\sqrt{b})^3}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \\ &= \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a - \sqrt{ab} + b)}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} = a - \sqrt{ab} + b - \sqrt{ab} \\ &= a - 2\sqrt{ab} + b = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \end{aligned}$$

Trả lời câu hỏi Toán 9 Tập 1 Bài 8 trang 32:

Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\frac{x^2 - 3}{x + \sqrt{3}}$

b) $\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}}$ với $a \geq 0$ và $a \neq 1$

Lời giải

a) $\frac{x^2 - 3}{x + \sqrt{3}} = \frac{(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})}{x + \sqrt{3}} = x - \sqrt{3}$

b) $\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} = \frac{1 - (\sqrt{a})^3}{1 - \sqrt{a}} = \frac{(1 - \sqrt{a})(1 + \sqrt{a} + a)}{1 - \sqrt{a}} = a + \sqrt{a} + 1$

Bài 58 (trang 32 SGK Toán 9 Tập 1):

Rút gọn các biểu thức sau:

a) $5\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{2}\sqrt{20} + \sqrt{5}$

b) $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{4,5} + \sqrt{12,5}$

c) $\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72}$

d) $0,1 \cdot \sqrt{200} + 2 \cdot \sqrt{0,08} + 0,4 \cdot \sqrt{50}$

Lời giải:

a) $5\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{2}\sqrt{20} + \sqrt{5} = \sqrt{5^2 \cdot \frac{1}{5}} + \sqrt{\frac{1}{2^2} \cdot 20} + \sqrt{5}$

$= \sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

b) $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{4,5} + \sqrt{12,5} = \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{25}{2}}$

$= \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{3^2 \cdot \frac{1}{2}} + \sqrt{5^2 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{\frac{1}{2}} + 5\sqrt{\frac{1}{2}}$

$= 9\sqrt{\frac{1}{2}} = 9 \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = 9 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{9}{2}\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72} \\ &= \sqrt{4 \cdot 5} - \sqrt{9 \cdot 5} + 3\sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{36 \cdot 2} \\ &= 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{2} \\ &= -\sqrt{5} + 15\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & 0,1 \cdot \sqrt{200} + 2 \cdot \sqrt{0,08} + 0,4 \cdot \sqrt{50} \\ &= 0,1 \cdot \sqrt{100 \cdot 2} + 2 \cdot \sqrt{\frac{8}{100}} + 0,4 \cdot \sqrt{25 \cdot 2} \\ &= 0,1 \cdot 10\sqrt{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{4 \cdot 2}}{\sqrt{100}} + 0,4 \cdot 5\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2} + \frac{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{10} + 2\sqrt{2} \\ &= \frac{17\sqrt{2}}{5} \end{aligned}$$

Bài 59 (trang 32 SGK Toán 9 Tập 1):

Rút gọn các biểu thức sau (với $a > 0$, $b > 0$):

$$\text{a) } 5\sqrt{a} - 4b\sqrt{25a^3} + 5a\sqrt{16ab^2} - 2\sqrt{9a}$$

$$\text{b) } 5a\sqrt{64ab^3} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{12a^3b^3} + 2ab\sqrt{9ab} - 5b\sqrt{81a^3b}$$

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{a) } & 5\sqrt{a} - 4b\sqrt{25a^3} + 5a\sqrt{16ab^2} - 2\sqrt{9a} \\ &= 5\sqrt{a} - 4b \cdot 5a\sqrt{a} + 5a \cdot 4b\sqrt{a} - 2 \cdot 3\sqrt{a} \\ &= 5\sqrt{a} - 20ab\sqrt{a} + 20ab\sqrt{a} - 6\sqrt{a} = -\sqrt{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{b) } 5a\sqrt{64ab^3} - \sqrt{3}\cdot\sqrt{12a^3b^3} + 2ab\sqrt{9ab} - 5b\sqrt{81a^3b} \\
 &= 5a\cdot 8b\sqrt{ab} - \sqrt{3\cdot 12a^3b^3} + 2ab\cdot 3\sqrt{ab} - 5b\cdot 9a\sqrt{ab} \\
 &= 40ab\sqrt{ab} - \sqrt{36a^3b^3} + 6ab\sqrt{ab} - 45ab\sqrt{ab} \\
 &= 40ab\sqrt{ab} - 6ab\sqrt{ab} + 6ab\sqrt{ab} - 45ab\sqrt{ab} \\
 &= -5ab\sqrt{ab}
 \end{aligned}$$

Bài 60 (trang 33 SGK Toán 9 Tập 1):

Cho biểu thức

$$B = \sqrt{16x+16} - \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1}$$

với $x \geq -1$.

- a) Rút gọn biểu thức B;
- b) Tìm x sao cho B có giá trị là 16.

Lời giải:

a) Rút gọn:

$$\begin{aligned}
 B &= \sqrt{16(x+1)} - \sqrt{9(x+1)} + \sqrt{4(x+1)} + \sqrt{x+1} \\
 &= 4\sqrt{x+1} - 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1} \\
 &= 4\sqrt{x+1}
 \end{aligned}$$

b) Để $B = 16$ thì:

$$4\sqrt{x+1} = 16 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 4$$

$$\Leftrightarrow x+1 = 16 \Leftrightarrow x = 15 \text{ (thỏa mãn } x \geq -1\text{)}.$$

Bài 61 (trang 33 SGK Toán 9 Tập 1):

Chứng minh các đẳng thức sau:

$$a) \frac{3}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$b) \left(x\sqrt{\frac{6}{x}} + \sqrt{\frac{2x}{3}} + \sqrt{6x} \right) : \sqrt{6x} = 2\frac{1}{3} \text{ với } x > 0$$

Lời giải:

a) Biến đổi về trái:

$$\begin{aligned} VT &= \frac{3}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{6} + \frac{2}{3}\sqrt{3^2 \cdot \frac{2}{3}} - 2\sqrt{2^2 \cdot \frac{3}{2}} \\ &= \frac{3}{2}\sqrt{6} + \frac{2}{3}\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = \left(\frac{3}{2} + \frac{2}{3} - 2 \right) \sqrt{6} \\ &= \frac{1}{6}\sqrt{6} = \frac{\sqrt{6}}{6} = VP \end{aligned}$$

$$\text{Vậy: } \frac{3}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

b) Biến đổi về trái:

$$\begin{aligned} VT &= \left(x\sqrt{\frac{6}{x}} + \sqrt{\frac{2x}{3}} + \sqrt{6x} \right) : \sqrt{6x} \\ &= \left(\sqrt{x^2 \cdot \frac{6}{x}} + \sqrt{\frac{6x}{3^2}} + \sqrt{6x} \right) : \sqrt{6x} \\ &= \left(\sqrt{6x} + \frac{1}{3}\sqrt{6x} + \sqrt{6x} \right) : \sqrt{6x} \\ &= \frac{7}{3}\sqrt{6x} : \sqrt{6x} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} = VP, \text{ với } x > 0, (\text{đpcm}) \end{aligned}$$

Bài 62 (trang 33 SGK Toán 9 Tập 1):

Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) \frac{1}{2}\sqrt{48} - 2\sqrt{75} - \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}} + 5\sqrt{1\frac{1}{3}}$$

$$b) \sqrt{150} + \sqrt{1,6} \cdot \sqrt{60} + 4,5\sqrt{2\frac{2}{3}} - \sqrt{6}$$

$$c) (\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{84}$$

$$d) (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120}$$

Lời giải:

$$\begin{aligned} a) & \frac{1}{2}\sqrt{48} - 2\sqrt{75} - \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}} + 5\sqrt{1\frac{1}{3}} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{16 \cdot 3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} - \sqrt{3} - \frac{10}{3}\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} - 10\sqrt{3} - \sqrt{3} - \frac{10}{3}\sqrt{3} \\ &= -9\sqrt{3} + \frac{10}{3}\sqrt{3} = \left(-9 + \frac{10}{3}\right)\sqrt{3} = -\frac{17}{3}\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) & \sqrt{150} + \sqrt{1,6} \cdot \sqrt{60} + 4,5\sqrt{2\frac{2}{3}} - \sqrt{6} \\ &= \sqrt{25 \cdot 6} + \sqrt{1,6 \cdot 60} + 4,5\sqrt{\frac{8}{3}} - \sqrt{6} \\ &= 5\sqrt{6} + \sqrt{16 \cdot 6} + 4,5 \cdot \frac{1}{3}\sqrt{3^2 \cdot \frac{4 \cdot 2}{3}} - \sqrt{6} \end{aligned}$$

$$= 9\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - \sqrt{6} = 11\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} c) & (\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{84} \\ &= (\sqrt{4 \cdot 7} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{4 \cdot 21} \\ &= (2\sqrt{7} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + 2\sqrt{21} \\ &= (3\sqrt{7} - 2\sqrt{3})\sqrt{7} + 2\sqrt{21} \\ &= 3 \cdot 7 - 2\sqrt{21} + 2\sqrt{21} = 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} & (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120} \\ & = (\sqrt{6})^2 + 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 - \sqrt{4 \cdot 30} \\ & = 6 + 2\sqrt{30} + 5 - 2\sqrt{30} = 11 \end{aligned}$$

Bài 63 (trang 33 SGK Toán 9 Tập 1):

Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a)} \sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{ab} + \frac{a}{b} \sqrt{\frac{b}{a}} \text{ với } a > 0 \text{ và } b > 0.$$

$$\text{b)} \sqrt{\frac{m}{1-2x+x^2}} \cdot \sqrt{\frac{4m-8mx+4mx^2}{81}} \text{ với } m > 0 \text{ và } x \neq 1.$$

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{ab} + \frac{a}{b} \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{a \cdot b}{b^2}} + \sqrt{ab} + \frac{a}{b} \sqrt{\frac{ab}{a^2}} \\ & = \frac{1}{b} \sqrt{ab} + \sqrt{ab} + \frac{a}{b \cdot a} \sqrt{ab} \\ & = \left(\frac{1}{b} + 1 + \frac{1}{b} \right) \sqrt{ab} \\ & = \left(\frac{2}{b} + 1 \right) \sqrt{ab} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} & \sqrt{\frac{m}{1-2x+x^2}} \cdot \sqrt{\frac{4m-8mx+4mx^2}{81}} \\ & = \sqrt{\frac{m}{(1-x)^2}} \cdot \sqrt{\frac{4m(1-2x+x^2)}{81}} \\ & = \sqrt{\frac{m}{(1-x)^2} \cdot \frac{4m(1-x)^2}{81}} \\ & = \sqrt{\frac{4m^2}{81}} = \frac{\sqrt{4m^2}}{\sqrt{81}} = \frac{2m}{9} \end{aligned}$$

(với $m > 0$ và $x \neq 1$)

Bài 64 (trang 33 SGK Toán 9 Tập 1):

Chứng minh các đẳng thức sau:

$$a) \left(\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \left(\frac{1 - \sqrt{a}}{1 - a} \right)^2 = 1 \text{ với } a \geq 0 \text{ và } a \neq 1$$

$$b) \frac{a + b}{b^2} \sqrt{\frac{a^2 b^4}{a^2 + 2ab + b^2}} = |a| \text{ với } a + b > 0 \text{ và } b \neq 0.$$

Lời giải:

a) Biến đổi vế trái:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \left(\frac{1 - \sqrt{a}}{1 - a} \right)^2 \\ &= \frac{1 - a\sqrt{a} + \sqrt{a} - a}{1 - \sqrt{a}} \cdot \frac{(1 - \sqrt{a})^2}{(1 - a)^2} \\ &= (1 - a\sqrt{a} + \sqrt{a} - a) \frac{1 - \sqrt{a}}{(1 - a)^2} \\ &= \frac{1 - a\sqrt{a} + \sqrt{a} - a - \sqrt{a} + a(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{a})^2 + a\sqrt{a}}{(1 - a)^2} \\ &= \frac{a^2 - 2a + 1}{(1 - a)^2} = \frac{(a - 1)^2}{(1 - a)^2} \\ &= \left(\frac{a - 1}{1 - a} \right)^2 = (-1)^2 = 1 = \text{VP (đpcm)} \end{aligned}$$

b) Biến đổi vế trái:

$$\begin{aligned} \text{VT} &= \frac{a + b}{b^2} \sqrt{\frac{a^2 b^4}{a^2 + 2ab + b^2}} = \frac{a + b}{b^2} \cdot \sqrt{\frac{(ab^2)^2}{(a + b)^2}} \\ &= \frac{a + b}{b^2} \cdot \frac{|ab^2|}{|a + b|} = \frac{a + b}{b^2} \cdot \frac{b^2 \cdot |a|}{a + b} = |a| = \text{VP (đpcm)} \end{aligned}$$

Bài 65 (trang 34 SGK Toán 9 Tập 1):

Rút gọn rồi so sánh giá trị của M với 1, biết:

$$M = \left(\frac{1}{a - \sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1} \right) : \frac{\sqrt{a} + 1}{a - 2\sqrt{a} + 1}$$

với $a > 0$ và $a \neq 1$.

Lời giải:

Ta có:

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{1}{a - \sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1} \right) : \frac{\sqrt{a} + 1}{a - 2\sqrt{a} + 1} \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1} \right) : \frac{\sqrt{a} + 1}{(\sqrt{a} - 1)^2} \\ &= \frac{1 + \sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)} \cdot \frac{(\sqrt{a} - 1)^2}{\sqrt{a} + 1} \\ &= \frac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a}} \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{a}} < 1 \end{aligned}$$

Vậy $M < 1$.

(vì $a + b > 0$ nên $|a + b| = a + b$; $b^2 > 0$).

Bài 66 (trang 34 SGK Toán 9 Tập 1):

Giá trị của biểu thức

$$\frac{1}{2 + \sqrt{3}} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}} \text{ bằng}$$

- A. $\frac{1}{2}$; B. 1 ; C. -4 ; D. 4

Hãy chọn câu trả lời đúng.

Lời giải:

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} + \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2-\sqrt{3} + 2+\sqrt{3} = 4$$

Vậy chọn **D**