SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

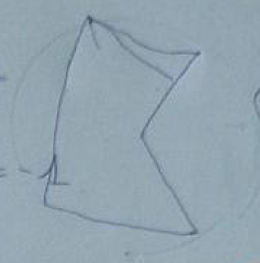
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
Năm học 2021 – 2022
Môn thi: TOÁN
Ngày thi: 03/6/2021
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

$\widehat{BAE} = \widehat{OFE}$

Bài 1 (1,5 điểm)

Rút gọn các biểu thức sau:

1) $A=\sqrt{75}-5\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}$ $= 5$ 2) $B=\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$ $= 1$



Bài 2 (1,5 điểm)

Cho hệ phương trình: $\begin{cases}3x+2y=10\\2x-y=m\end{cases}$ (m là tham số) $x = 4, y = -1$

1) Giải hệ phương trình đã cho khi m = 9.
2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ phương trình đã cho có nghiệm (x; y) thỏa x > 0, y < 0. $m > \frac{20}{3}$

Bài 3 (2,0 điểm)

Cho Parabol (P): $y=-x^2$ và đường thẳng (d): $y=5x+6$

$CAE = EOC$

$(-3;-9)\ (-2;-4)$

1) Vẽ đồ thị (P).
2) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.
3) Viết phương trình đường thẳng (d') biết (d') song song (d) và (d') cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 sao cho $x_1.x_2=-24$.

$y = 5x - 24$ $b = -24$

Bài 4 (1,5 điểm)

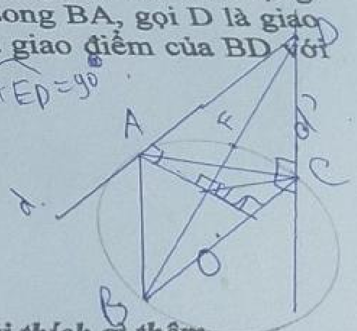
Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Người ta làm một lối đi xung quanh vườn (thuộc đất trong vườn) rộng 1,5m. Tính kích thước của vườn, biết rằng đất còn lại trong vườn để trồng trọt là 4329 m^2.

CR = 38 $4329 - 3x.x = 1,5$
CD = 114

Bài 5 (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC) nội tiếp trong đường tròn tâm O. Dựng đường thẳng d qua A song song BC, đường thẳng d' qua C song song BA, gọi D là giao điểm của d và d'. Dựng AE vuông góc BD (E nằm trên BD), F là giao điểm của BD với đường tròn (O). Chứng minh:

1) Tứ giác AECD nội tiếp được trong đường tròn. $\widehat{ACD} = \widehat{AED} = 90°$
2) $\widehat{AOF}=2\widehat{CAE}$
3) Tứ giác AECF là hình bình hành.
4) $DF.DB=2AB^2$.



------------HẾT------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: [redacted] Số báo danh: [redacted]............
Chữ ký của giám thị [redacted] ký của giám thị 2:......................

ABO
Δ ~~BAE~~ ∽ ΔAOF
AO chung
BO = OF

Bài 1 (1,5 điểm):

Cách giải:

Rút gọn các biểu thức sau:

1) $A=\sqrt{75}-5\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}$

Ta có :

$$\begin{aligned}A&=\sqrt{75}-5\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}\\&=\sqrt{25.3}-5\left|1-\sqrt{3}\right|\\&=5\sqrt{3}-5\left(\sqrt{3}-1\right)\ \left(do\ 1-\sqrt{3}<0\right)\\&=5\sqrt{3}-5\sqrt{3}+5\\&=5\end{aligned}$$

Vậy $A=5$.

2) $B=\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$

Ta có:

$$\begin{aligned}B&=\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{2}+1}\\&=\frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{2}-1}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}\\&=\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}-1}{2-1}\\&=\sqrt{2}-\left(\sqrt{2}-1\right)\\&=1\end{aligned}$$

Vậy $B=1$.

Bài 2 (1,5 điểm):

Cách giải:

Cho hệ phương trình $\begin{cases}3x+2y=10\\2x-y=m\end{cases}$ ***(m là tham số)***

1) Giải hệ phương trình khi $m=9$

Với $m=9$ hệ phương trình trở thành: $\begin{cases}3x+2y=10\\2x-y=9\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3x+2y=10\\4x-2y=18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7x=28\\y=2x-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=2.4-9=-1\end{cases}$$

Vậy với $m=9$ hệ phương trình có nghiệm (x,y) là $(4,-1)$.

2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ phương trình có nghiệm (x,y) thỏa mãn $x>0,\ y<0$.

Ta có: $\begin{cases}3x+2y=10\\2x-y=m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+2y=10 & (1)\\y=2x-m & (2)\end{cases}$

Thay (2) vào (1) ta được

$$3x+2(2x-m)=10\Leftrightarrow 3x+4x-2m=10\Leftrightarrow 7x=2m+10\Leftrightarrow x=\frac{2m+10}{7}$$

Thay $x=\frac{2m+10}{7}$ vào (2) ta được $y=2.\frac{2m+10}{7}-9=\frac{4m-43}{7}$

Để $x>0,\ y<0$ khi và chỉ khi $\begin{cases}\frac{2m+10}{7}>0\\\frac{4m-43}{7}<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m+10>0\\4m-43<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-5\\m<\frac{43}{4}\end{cases}\Leftrightarrow -5<m<\frac{43}{4}$.

Vậy $-5<m<\frac{43}{4}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3 (2,0 điểm):

Cách giải:

Cho Parabol $(P): y=-x^2$ và đường thẳng $(d): y=5x+6$

1) Vẽ đồ thị (P).

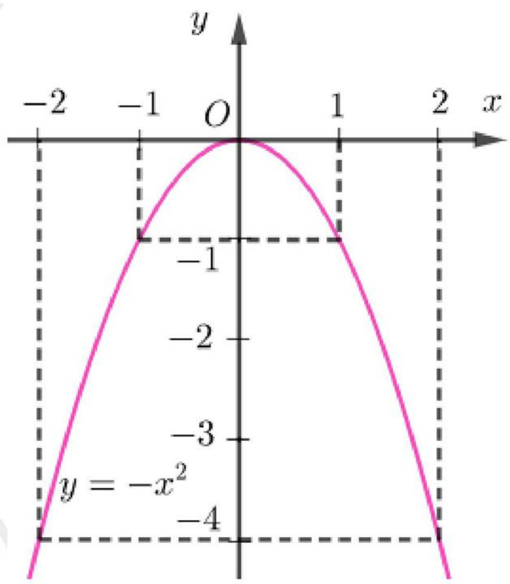
Đồ thị hàm số $y=-x^2$ đi qua gốc tọa độ O, có bề lõm hướng xuống và nhận Oy làm trục đối xứng.

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y=-x^2$	-4	-1	0	-1	-4

$\Rightarrow$ Parabol $(P): y=-x^2$ đi qua các điểm $(-2;-4)$, $(-1;-1)$, $(0;0)$, $(1;-1)$, $(2;-4)$.

Đồ thị Parabol $(P): y=-x^2$:



2) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Hoành độ giao điểm của đồ thị (P) và (d) là nghiệm của phương trình:

$$-x^2 = 5x + 6 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0$$

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4.6 = 1 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-5+1}{2} = -2 \\ x = \dfrac{-5-1}{2} = -3 \end{array}\right.$.

Với $x = -2 \Rightarrow y = -(-2)^2 = -4$.

Với $x = -3 \Rightarrow y = -(-3)^2 = -9$.

Vậy tọa độ các giao điểm của (P) và (d) là $A(-2;-4)$, $B(-3;-9)$.

3) Viết phương trình đường thẳng (d') biết (d') song song (d) và (d') cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 sao cho $x_1.x_2 = -24$.

Vì (d') song song (d) nên (d') có dạng $y = 5x + b$ $(b \neq 6)$ (1)

Hoành độ giao điểm của đồ thị (P) và (d') là nghiệm của phương trình:

$$-x^2 = 5x + b \Leftrightarrow x^2 + 5x + b = 0 \ (*).$$

(d') cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt

$\Rightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 5^2 - 4b > 0 \Leftrightarrow b < \dfrac{25}{4}$ (2)

Khi đó, theo hệ thức Vi-ét ta có $x_1.x_2 = b \Rightarrow b = -24 < \frac{25}{4}$, thỏa mãn (1) và (2).

Vậy phương trình đường thẳng (d') cần tìm là: $(d'): y = 5x - 24$.

Câu 4 (1,5 điểm):

Cách giải:

Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Người ta làm một lối đi xung quanh vườn (thuộc đất trong vườn) rộng 1,5m. Tính kích thước của vườn, biết rằng đất còn lại trong vườn để trồng trọt là $4329\,m^2$.

Gọi chiều rộng của khu vườn là x (mét; $x > 0$).

Vì chiều dài gấp 3 lần chiều rộng nên chiều dài của khu vườn là $3x\ (m)$.

Do lối đi xung quanh vườn (thuộc đất trong vườn) rộng 1,5m nên:

Chiều dài phần đất để trồng trọt là: $3x - 1,5.2 = 3x - 3$ (mét)

Chiều rộng phần đất để trồng trọt là: $x - 1,5.2 = x - 3$ (mét)

Vì diện tích vườn để trồng trọt là $4329\,m^2$ nên ta có phương trình: $(x-3)(3x-3) = 4329$

$\Leftrightarrow (x-3)(x-1) = 1443 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 1443 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 1440 = 0$.

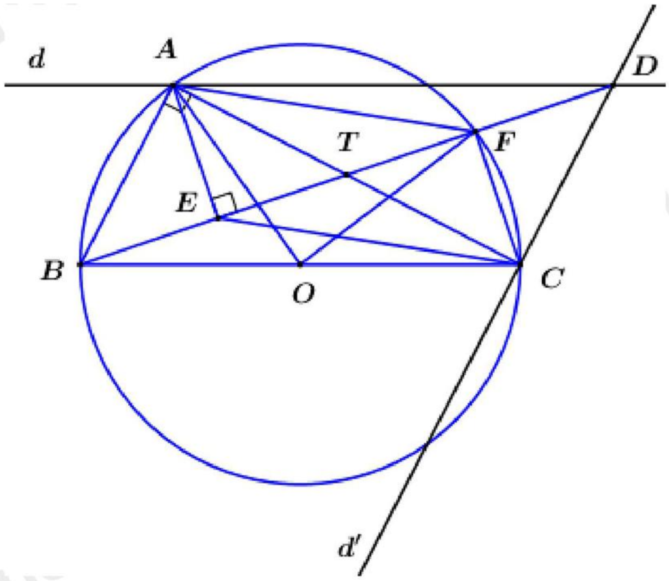
Ta có $\Delta' = 2^2 + 1440 = 1444 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{ll} x_1 = 2 + \sqrt{1444} = 40 & (tm) \\ x_2 = 2 - \sqrt{1444} = -36 & (ktm) \end{array}\right.$

Vậy chiều rộng của khu vườn là 40 mét và chiều dài của khu vườn là 120 mét.

Câu 5 (3,5 điểm):

Cách giải:

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) nội tiếp trong đường tròn tâm O. Dựng đường thẳng d đi qua A song song với BC, đường thẳng d' qua C song song BA, gọi D là giao điểm của d và d'. Dựng AE vuông góc với BD (E nằm trên BD), F là giao điểm của BD với đường tròn (O). Chứng minh:



1) Tứ giác $AECD$ nội tiếp được trong đường tròn.

Vì ΔABC vuông tại A và nội tiếp (O) nên BC là đường kính của (O).

Ta có: $\begin{cases} AB \perp AC \\ CD // AB \end{cases} (gt) \Rightarrow AC \perp CD$ (từ vuông góc đến song song) $\Rightarrow \angle ACD = 90^0$.

Xét tứ giác $AECD$ có: $\angle AED = \angle ACD = 90^0$ $\Rightarrow AECD$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

2) $\angle AOF = 2\angle CAE$

Do tứ giác $AECD$ nội tiếp (cmt) nên: $\angle CAE = \angle CDE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CE)

Mà $\angle CDE = \angle ABF$ (so le trong)

$\Rightarrow \angle CAE = \angle ABF$.

Mặt khác: $\angle AOF = 2\angle ABF$ (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn cung AF)

$\Rightarrow \angle AOF = 2\angle CAE$ (đpcm).

3) Tứ giác AECF là hình bình hành.

Do tứ giác $AECD$ là tứ giác nội tiếp (cmt) nên: $\angle ACE = \angle ADE$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AE).

Ta có: $\angle ADE = \angle DBC$ (so le trong do $AD // BC$) $\Rightarrow \angle ACE = \angle DBC$.

Mà $\angle DBC = \angle FBC = \angle FAC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung FC)

$\Rightarrow \angle ACE = \angle FAC$. Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $AF // EC$ (dhnb) (1)

Mặt khác: $\angle CFE = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $CF \perp FE$ hay $CF \perp BD$.

Mà $AE \perp BD\ (gt)$ nên $AE // CF$ (từ vuông góc đến song song) (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $AECF$ là hình bình hành (tứ giác có các cặp cạnh đối song song).

4) $DF.DB = 2AB^2$

Gọi $\{T\} = AC \cap BD$.

Ta có: $\begin{cases} AB//CD \\ AD//BC \end{cases} (gt) \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành (dhnb) $\Rightarrow TA = TC, TB = TD$ và $AB = CD$ (tính chất).

Xét ΔDCT vuông tại C có $CF \perp BD\ (cmt) \Rightarrow CF \perp DT \Rightarrow CF$ là đường cao nên:

$CD^2 = DF.DT$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow 2.CD^2 = 2.DF.DT = (2.DT).DF = DB.DF$.

Mà $AB = CD$ (cmt).

Vậy $DF.DB = 2AB^2$ (đpcm).

----------HẾT----------