

LUYỆN TẬP TRANG 15, 16

Bài 22 (trang 15 SGK Toán 9 Tập 1):

Biến đổi các biểu thức dưới dấu căn thành dạng tích rồi tính:

a) $\sqrt{13^2 - 12^2}$ b) $\sqrt{17^2 - 8^2}$

c) $\sqrt{117^2 - 108^2}$ d) $\sqrt{313^2 - 312^2}$

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{13^2 - 12^2} &= \sqrt{(13-12)(13+12)} \\ &= \sqrt{1 \cdot 25} = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{17^2 - 8^2} &= \sqrt{(17-8)(17+8)} \\ &= \sqrt{9 \cdot 25} = 3 \cdot 5 = 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{117^2 - 108^2} &= \sqrt{(117-108)(117+108)} \\ &= \sqrt{9 \cdot 225} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{225} = 3 \cdot 15 = 45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \sqrt{313^2 - 312^2} &= \sqrt{(313-312)(313+312)} \\ &= \sqrt{1 \cdot 625} = \sqrt{25^2} = 25 \end{aligned}$$

Bài 23 (trang 15 SGK Toán 9 Tập 1):

Chứng minh:

a) $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1$

b) $(\sqrt{2006} - \sqrt{2005})$ và $(\sqrt{2006} + \sqrt{2005})$

là hai số nghịch đảo của nhau.

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức sau:

$$+ a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$+ (\sqrt{a})^2 = a, \text{ với } a \geq 0$$

+ Muốn chứng minh hai số là nghịch đảo của nhau ta chứng minh tích của chúng bằng 1.

Lời giải:

$$a) VT = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1 = VP$$

$$\text{Vậy: } (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1$$

$$b) (\sqrt{2006} - \sqrt{2005}) \cdot (\sqrt{2006} + \sqrt{2005})$$

$$= (\sqrt{2006})^2 - (\sqrt{2005})^2 = 2006 - 2005 = 1$$

$$\text{Vậy } (\sqrt{2006} - \sqrt{2005}) \text{ và } (\sqrt{2006} + \sqrt{2005})$$

là hai số nghịch đảo của nhau.

Bài 24 (trang 15 SGK Toán 9 Tập 1):

Rút gọn và tìm giá trị (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba) của các căn thức sau:

$$a) \sqrt{4(1 + 6x + 9x^2)^2} \text{ tại } x = -\sqrt{2}$$

$$b) \sqrt{9a^2(b^2 + 4 - 4b)} \text{ tại } a = -2, b = -\sqrt{3}$$

Phương pháp giải:

Sử dụng các công thức sau:

$$+) (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$+) (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

$$+) \text{ Nếu } a \geq 0 \text{ thì } |a| = a.$$

$$\text{Nếu } a < 0 \text{ thì } |a| = -a$$

+) $a^m \cdot b^n = (ab)^m$, với m, n thuộc Z

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{4(1+6x+9x^2)^2} &= \sqrt{4[1+2.3x+(3x)^2]^2} \\ &= \sqrt{4[(1+3x)^2]^2} = 2|(1+3x)^2| = 2(1+3x)^2 \end{aligned}$$

(vì $(1+3x)^2 > 0$)

Thay $x = \sqrt{2}$ vào ta được:

$$\begin{aligned} 2[1+3.(-\sqrt{2})]^2 &= 2(1-3\sqrt{2})^2 \\ &= 2(1-6\sqrt{2}+3^2.2) = 2-12\sqrt{2}+36 \\ &= 38-12\sqrt{2} = 38-12.1,414 = 38-16,968 \\ &= \mathbf{21,032} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{9a^2(b^2+4-4b)} &= \sqrt{9a^2(b^2-2.2.b+2^2)} \\ &= \sqrt{9a^2(b-2)^2} = |3a||b-2| \end{aligned}$$

Thay $a = -2, b = -\sqrt{3}$ ta được:

$$\begin{aligned} |3(-2)| \cdot |-\sqrt{3}-2| &= 6(\sqrt{3}+2) \\ &= 6(1,732+2) = 6.3,732 \\ &= \mathbf{22,392} \end{aligned}$$

Bài 25 (trang 16 SGK Toán 9 Tập 1):

Tìm x , biết:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{16x} &= 8 & \text{b) } \sqrt{4x} &= \sqrt{5} \\ \text{c) } \sqrt{9(x-1)} &= 21 & \text{d) } \sqrt{4(1-x)^2} - 6 &= 0 \end{aligned}$$

Lời giải:

a) $\sqrt{16x} = 8$ (điều kiện: $x \geq 0$)

$$\Leftrightarrow 16x = 8^2 \Leftrightarrow 16x = 64 \Leftrightarrow x = 4$$

(Hoặc: $\sqrt{16x} = 8 \Leftrightarrow \sqrt{16} \cdot \sqrt{x} = 8$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{x} = 8 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4)$$

b) điều kiện: $x \geq 0$

$$\sqrt{4x} = \sqrt{5} \Leftrightarrow 4x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4} \Leftrightarrow x = 1,25$$

c) điều kiện: $x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$ (*)

$$c) \sqrt{9(x-1)} = 21 \Leftrightarrow \sqrt{9} \cdot \sqrt{x-1} = 21 \Leftrightarrow 3\sqrt{x-1} = 21$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 7 \Leftrightarrow x-1 = 49 \Leftrightarrow x = 50$$

Cách khác:

$$\sqrt{9(x-1)} = 21 \Leftrightarrow 9(x-1) = 21^2 \Leftrightarrow 9(x-1) = 441$$

$$\Leftrightarrow x-1 = 49 \Leftrightarrow x = 50$$

$x = 50$ thỏa mãn điều kiện (*) nên $x = 50$ là nghiệm của phương trình.

d) Vì $(1-x)^2 \geq 0 \forall x$ nên phương trình xác định với mọi giá trị của x .

$$\sqrt{4(1-x)^2} - 6 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4(1-x)^2} = 6 \Leftrightarrow 2|1-x| = 6$$

- Khi $1-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$

Ta có: $2|1-x| = 6 \Leftrightarrow 2(1-x) = 6 \Leftrightarrow 2(1-x) = 6$

$$\Leftrightarrow -2x = 4 \Leftrightarrow x = -2 \text{ (nhận)}$$

- Khi $1-x < 0 \Leftrightarrow x > 1$

Ta có: $2|1-x| = 6 \Leftrightarrow 2[-(1-x)] = 6$

$$\Leftrightarrow x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (nhận)}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm: $x = -2$; $x = 4$.

Bài 26 (trang 16 SGK Toán 9 Tập 1):

a) So sánh $\sqrt{25+9}$ và $\sqrt{25} + \sqrt{9}$

b) Với $a > 0$ và $b > 0$, chứng minh $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Lời giải:

a) Ta có:

$$\sqrt{25+9} = \sqrt{34}.$$

$$\begin{aligned} \sqrt{25} + \sqrt{9} &= \sqrt{5^2} + \sqrt{3^2} = 5 + 3 \\ &= 8 = \sqrt{8^2} = \sqrt{64}. \end{aligned}$$

Vì $34 < 64$

$$\text{Vậy } \sqrt{25+9} < \sqrt{25} + \sqrt{9}$$

b) Ta có:

$$(\sqrt{a+b})^2 = a + b.$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 &= (\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 \\ &= a + 2\sqrt{ab} + b \\ &= (a + b) + 2\sqrt{ab}. \end{aligned}$$

Vì $a > 0$, $b > 0$ nên $\sqrt{ab} > 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{ab} > 0$

$$\Leftrightarrow (a + b) + 2\sqrt{ab} > a + b$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b} \text{ (đpcm)}$$

Bài 27 (trang 16 SGK Toán 9 Tập 1):

So sánh:

a) 4 và $2\sqrt{3}$;

b) $-\sqrt{5}$ và -2

Lời giải:

a) Ta có: $2 = \sqrt{4} > \sqrt{3}$ nên $2 \cdot 2 > 2\sqrt{3}$

Vậy $\sqrt{4} > 2\sqrt{3}$

b) Ta có: $\sqrt{5} > \sqrt{4} = 2$ nên $\sqrt{5} > 2$

Vậy $-\sqrt{5} < -2$.