

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ TĨNH
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

MÃ ĐỀ 01

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2021 - 2022

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $P = \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$.

b) $Q = \left(\frac{1}{2\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{1-4x}$ với $x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}$.

Câu 2. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng (d): $y = mx + 3m + 2$ và (d₁): $y = x + 1$. Tìm giá trị của m để hai đường thẳng (d) và (d₁) song song với nhau.

Câu 3. (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = 1$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$2x_1^2 + x_2^2 + 6 = 4x_1x_2$

Câu 4. (1,0 điểm) Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ 1kWh đến 100kWh thì giá điện là: 1500đ/1kWh

Bậc 2: Từ 101kWh đến 150kWh thì giá điện là: 2000đ/1kWh

Bậc 3: Từ 151 kWh trở lên thì giá điện là: 4000đ/1kWh.

(Ví dụ: Nếu dùng 170kWh thì có 100kWh tính theo giá bậc 1, có 50kWh tính theo giá bậc 2 và có 20kWh tính theo giá bậc 3).

Tháng 4 năm 2021 tổng số tiền điện của nhà bạn A và nhà bạn B là 560000đ. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng 30%, nhà bạn B tăng 20%, do đó tổng số tiền điện của cả hai nhà trong tháng 5 là 701000đ. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

Câu 5. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, có độ dài cạnh $AB = 3\text{cm}$, cạnh $AC = 4\text{cm}$. Gọi AH là đường cao của tam giác, tính diện tích tam giác AHC.

Câu 6. (2,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O; E là điểm chính giữa cung nhỏ BC.

a) Chứng minh $\widehat{CAE} = \widehat{BCE}$.

b) Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $EM = EC$ (M khác C); N là giao điểm của BM với đường tròn tâm O (N khác B). Gọi I là giao điểm của BM với AE; K là giao điểm của AC với EN. Chứng minh tứ giác EKMI nội tiếp.

7. (1,0 điểm) Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn: $a + b + c = 2021$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$.

-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh: Khu Ngọc Nhi Số báo danh: 270.268

$x = 290$
 $y = 270$

Câu 1 (2,0 điểm):

Cách giải:

Rút gọn các biểu thức sau:

a) $P = \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5} \\ &= \sqrt{9 \cdot 5} + \sqrt{4 \cdot 5} - \sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

Vậy $P = 4\sqrt{5}$.

b) $Q = \left(\frac{1}{2\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{1-4x}$ với $x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}$

Với $x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}$ ta có

$$\begin{aligned} Q &= \left(\frac{1}{2\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{1-4x} \\ &= \frac{2\sqrt{x}-1+2\sqrt{x}+1}{(2\sqrt{x}+1)(2\sqrt{x}-1)} : \frac{1}{1-4x} \\ &= \frac{4\sqrt{x}}{4x-1} : \frac{1}{1-4x} \\ &= \frac{4\sqrt{x}}{4x-1} \cdot (1-4x) = \frac{4\sqrt{x}}{-(1-4x)} \cdot (1-4x) = -4\sqrt{x} \end{aligned}$$

Vậy $Q = -4\sqrt{x}$ với $x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}$.

Câu 2 (1,0 điểm):

Cách giải:

Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $(d): y = mx + 3m + 2$ và $(d_1): y = x + 1$. Tìm giá trị của m để hai đường thẳng (d) và (d_1) song song với nhau.

Hai đường thẳng (d) và (d_1) song song với nhau khi và chỉ khi $\begin{cases} m = 1 \\ 3m + 2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m \neq -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$

Vậy với $m = 1$ thì (d) và (d_1) song song với nhau.

Câu 3 (2,0 điểm):

Cách giải:

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = 1$.

Với $m = 1$, phương trình đã cho trở thành $x^2 - 4x + 1 = 0$.

Ta có $\Delta' = 2^2 - 1 = 3 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = 2 + \sqrt{3} \\ x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy khi $m = 1$ tập nghiệm của phương trình là $S = \{2 \pm \sqrt{3}\}$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 + 6 = 4x_1x_2$$

Ta có: $\Delta' = (m+1)^2 - m^2 = 2m + 1$.

Để phương trình đã cho có 2 nghiệm x_1, x_2 thì $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$.

Khi đó áp dụng định lý Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1x_2 = m^2 \end{cases}$$

Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 + 6 &= 4x_1x_2 \\ \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 6 &= 4x_1x_2 \\ \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 + 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 6m^2 + 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow -2m^2 + 8m + 10 &= 0 \quad (1) \end{aligned}$$

Ta có $a - b + c = -2 - 8 + 10 = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} m_1 = -1 \quad (ktm) \\ m_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{10}{-2} = 5 \quad (tm) \end{cases}$$

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn là $m = 5$.

Câu 4 (1,0 điểm):

Cách giải:

Giải sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ 1 kWh đến 100 kWh thì giá điện là: 1500 đ/1kWh.

Bậc 2: Từ 101 kWh đến 150 kWh thì giá điện là 2000 đ/1kWh.

Bậc 3: Từ 151 kWh trở lên thì giá điện là 4000 đ/1kWh.

(Ví dụ: Nếu dùng 170 kWh thì có 100 kWh tính theo giá bậc 1, có 50 kWh tính theo giá bậc 2 và có 20 kWh tính theo giá bậc 3).

Tháng 4 năm 2021 tổng số tiền điện của nhà bạn A và nhà bạn B là 560000 đ. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện nhà bạn A tăng 30%, nhà bạn B tăng 20%, do đó tổng số tiền điện của cả nhà hai bạn trong tháng 5 là 701000 đ. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

Gọi số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là x ($x > 0$) (đồng)

Số tiền điện nhà bạn B phải trả trong tháng 4 là y ($y > 0$) (đồng)

Theo bài ta có tổng số tiền điện trong tháng 4 nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là 560000 nên ta có phương trình $x + y = 560000$ (1)

Số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn A phải trả là $x + 30\%x = 1,3x$ (đồng)

Số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn B phải trả là: $y + 20\%y = 1,2y$ (đồng)

Theo bài ta có tổng số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là 701000 nên ta có phương trình: $1,3x + 1,2y = 701000$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 560000 \\ 1,3x + 1,2y = 701000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 1,3(560000 - y) + 1,2y = 701000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 728000 - 0,1y = 701000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 0,1y = 27000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 290000 \\ y = 270000 \end{cases} \quad (tm)$$

Vậy số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là 290000 đồng.

Nhận thấy: $290000 = 100.1500 + 50.2000 + 10.4000$

Vậy số điện nhà bạn A dùng trong tháng 4 là $100 + 50 + 10 = 160$ (kWh).

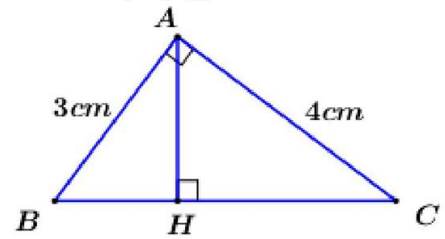
Câu 5 (1,0 điểm):

Cách giải:

Cho tam giác ABC vuông tại A , có độ dài cạnh $AB = 3\text{cm}$, cạnh $AC = 4\text{cm}$. Gọi AH là đường cao của tam giác, tính diện tích tam giác AHC .

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{AH^2} &= \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \\ \Rightarrow \frac{1}{AH^2} &= \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} \\ \Rightarrow \frac{1}{AH^2} &= \frac{1}{9} + \frac{1}{16} \\ \Rightarrow \frac{1}{AH^2} &= \frac{25}{144} \\ \Rightarrow AH &= \frac{144}{25} \\ \Rightarrow AH &= \frac{12}{5} \text{ (cm)} \end{aligned}$$



Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông AHC ta có:

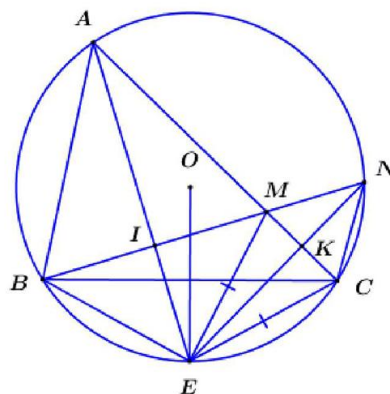
$$\begin{aligned} AC^2 &= AH^2 + HC^2 \\ \Rightarrow 4^2 &= \left(\frac{12}{5}\right)^2 + HC^2 \\ \Rightarrow HC^2 &= 16 - \frac{144}{25} \\ \Rightarrow HC^2 &= \frac{256}{25} \\ \Rightarrow HC &= \frac{16}{5} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Vì tam giác AHC vuông tại H nên $S_{\Delta AHC} = \frac{1}{2} AH \cdot HC = \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{5} \cdot \frac{16}{5} = \frac{96}{25} \text{ (cm}^2\text{)}$.

Câu 6 (2,0 điểm):

Cách giải:

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O , E là điểm chính giữa cung nhỏ BC .



a) Chứng minh $\angle CAE = \angle BCE$.

Vì E là điểm chính giữa của cung nhỏ BC nên $sđcBE = sđcCE$.

$\Rightarrow \angle CAE = \angle BCE$ (trong một đường tròn, hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau thì bằng nhau).

b) Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $EM = EC$ (M khác C); N là giao điểm của BM với đường tròn tâm O (N khác B). Gọi I là giao điểm của BM với AE ; K là giao điểm của AC với EN . Chứng minh tứ giác $EKMI$ nội tiếp.

Vì $EM = EC$ (gt), mà $EB = EC$ (do $sđcEB = sđcEC$) $\Rightarrow EB = EM$.

$\Rightarrow \triangle EBM$ cân tại $M \Rightarrow \angle EBM = \angle EMB$ (2 góc ở đáy).

Ta có: $\angle EBM + \angle ECN = 180^\circ$ (2 góc đối diện của tứ giác nội tiếp $BECN$)

$$\angle EMB + \angle EMN = 180^\circ \text{ (kề bù)}$$

$$\Rightarrow \angle ECN = \angle EMN.$$

Lại có $\angle ENC = \angle ENM$ (2 góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

$$\Rightarrow \angle ECN + \angle ENC = \angle EMN + \angle ENM$$

$$\Rightarrow 180^\circ - \angle CEN = 180^\circ - \angle MEN$$

$$\Rightarrow \angle CEN = \angle MEN$$

$\Rightarrow EK$ là phân giác của $\angle MEC$.

Mà tam giác EMC cân tại E ($EM = EC$) nên EK đồng thời là đường cao $\Rightarrow EK \perp MC$.

$$\Rightarrow \angle EKM = 90^\circ.$$

$$\Rightarrow \angle EAK + \angle AEK = 90^\circ.$$

Mà $\angle EAK = \angle EAC = \angle BNE$ (2 góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

$$\Rightarrow \angle BNE + \angle AEK = 90^\circ \Rightarrow \angle BNI + \angle IEN = 90^\circ \Rightarrow \angle EIN \text{ vuông tại } I.$$

$$\Rightarrow \angle EIN = 90^\circ \Rightarrow \angle EIM = 90^\circ.$$

Xét tứ giác $EKMI$ có: $\angle EKM + \angle EIM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Vậy $EKMI$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

Câu 7 (1,0 điểm):

Cách giải:

Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 2021$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$.

* Tìm giá trị lớn nhất

Ta có: $P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$

$$\Rightarrow P^2 = (\sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a})^2 \leq 3(a+b+b+c+c+a) = 6 \cdot 2021 = 12126 \text{ (BĐT Buniacopski)}$$

$$\Rightarrow P^2 \leq 12126 \Leftrightarrow P \leq \sqrt{12126}.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow 2021 - c = 2021 - a = a + c \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ 2021 - a = 2a \end{cases} \Leftrightarrow a = c = \frac{2021}{3} = b.$$

$$\text{Vậy } P_{\max} = \sqrt{12126} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{2021}{3}.$$

*** Tìm giá trị nhỏ nhất**

Ta có: a, b, c là các số thực không âm và $a+b+c=2021$ nên $a+b \leq 2021$.

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a+b} \geq \frac{1}{2021} \Leftrightarrow \frac{(a+b)^2}{a+b} \geq \frac{(a+b)^2}{2021} \Leftrightarrow a+b \geq \frac{(a+b)^2}{2021} \Leftrightarrow \sqrt{a+b} \geq \frac{a+b}{\sqrt{2021}}.$$

$$\text{Chứng minh hoàn toàn tương tự ta có: } \sqrt{b+c} \geq \frac{b+c}{\sqrt{2021}}, \sqrt{c+a} \geq \frac{c+a}{\sqrt{2021}}.$$

Khi đó ta có

$$P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a} \geq \frac{1}{\sqrt{2021}}(a+b+b+c+c+a)$$

$$\Rightarrow P \geq \frac{2}{\sqrt{2021}}(a+b+c) = \frac{2}{\sqrt{2021}} \cdot 2021 = 2\sqrt{2021}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} a = b = 0, c = 2021 \\ a = c = 0, b = 2021. \\ b = c = 0, a = 2021 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = 2\sqrt{2021} \text{ khi } \begin{cases} a = b = 0, c = 2021 \\ a = c = 0, b = 2021. \\ b = c = 0, a = 2021 \end{cases}$$

-----HẾT-----