

**Bài I: (2 điểm)**

Cho hai biểu thức:  $P = \frac{x+9}{x-9} + \frac{3}{\sqrt{x}+3} + \frac{1}{3-\sqrt{x}}$  và  $Q = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$  (với  $x \geq 0$ ,  $x \neq 1$  và  $x \neq 9$ )

1) Tính giá trị của biểu thức Q khi  $x = 25$ .

2) Chứng minh  $P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$

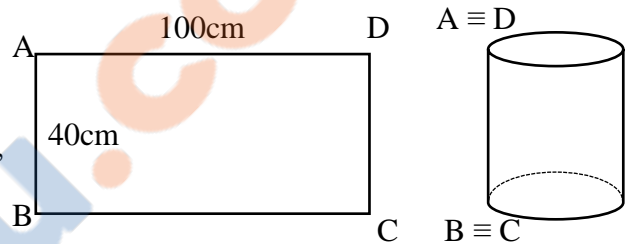
3) Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức  $M = P \cdot Q$  có giá trị âm.

**Bài II: (2.5 điểm)**

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Khoảng cách giữa hai bên sông A và B là 40km. Một ca nô xuôi dòng từ bên A đến bên B rồi lập tức quay về bên A. Kể từ lúc ca nô khởi hành đến lúc về tới bên A hết 4 giờ 30 phút. Biết vận tốc dòng nước là 2km/h. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng.

2) Một chiếc thùng hình trụ được làm bằng inox. Mặt xung quanh của chiếc thùng đó được uốn từ một tấm inox hình chữ nhật ABCD với  $AB = 40\text{cm}$ ,  $AD = 100\text{cm}$  và mép AB được hàn với mép CD. Tính thể tích của chiếc thùng đó, giả sử phần mép hàn chồng lên nhau không đáng kể (lấy  $\pi \approx 3,14$ , làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

**Bài III: (2 điểm)**

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x - \frac{2}{|y-2|} = 1 \\ 3x + \frac{1}{|y-2|} = 10 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = mx + 1$  ( $m \neq 0$ ).

a) Chứng minh với mọi giá trị  $m \neq 0$ , đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$ .

b) Tìm các giá trị dương của m thỏa mãn  $m\sqrt{mx_1+1} = x_2^2 - 2$

**Bài IV: (3 điểm)**

Cho tam giác nhọn ABC ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn (O), với các đường cao AD, BE, CF đi qua trực tâm H. Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng AH. Đường thẳng đi qua điểm K và vuông góc với đường thẳng BK, cắt đường thẳng AC tại điểm N.

1) Chứng minh tứ giác BKEN là tứ giác nội tiếp.

2) Kẻ đường kính BS của đường tròn (O). Chứng minh  $\widehat{ABE} = \widehat{SBC}$ .

**Bài V: (0.5 điểm)**

Cho các số thực dương a, b thỏa mãn:  $a + b = 4ab$  và  $a, b \leq 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = a^2 + b^2$

Bài	Ý	Đáp án - Hướng dẫn chấm	Điểm
I (2,0 điểm)	1)	<b>Tính giá trị của biểu thức Q ...</b>	<b>0,5</b>
		Ta có: $x = 25$ (TMĐKXD) $\Rightarrow \sqrt{x} = 5$	0,25
		Thay vào biểu thức Q, ta tính được $Q = \frac{5}{2}$	0,25
	2)	<b>Chứng minh P ...</b>	<b>1,0</b>
		$P = \frac{x+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$= \frac{x+9+3\sqrt{x}-9-\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x+2\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$	0,25
	3)	<b>Tìm tất cả giá trị của x ...</b>	<b>0,5</b>
		Tính được $M = P.Q = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ . Lập luận để $M < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} \neq 0 \\ \sqrt{x}-3 < 0 \end{cases}$	0,25
Giải hệ điều kiện và kết hợp với ĐKXD ta tìm được $0 < x < 9$ và $x \neq 1$ . Kết luận.		0,25	
<b>Chú ý:</b> HS có thể mắc sai lầm khi mặc định $2\sqrt{x} > 0$ và chỉ cho $\sqrt{x}-3 < 0$ , dẫn tới nhận nhầm cả nghiệm $x = 0$ . Trong trường hợp này HS mất 0,25 điểm.			
II (2,5 điểm)	1)	<b>Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc ...</b>	<b>2,0</b>
		Gọi vận tốc của ca-nô khi nước yên lặng là $x$ (km / h , $x > 2$ ).	0,25
		Vận tốc ca-nô khi xuôi dòng là $x + 2$ (km/h).	0,25
		Vận tốc ca-nô khi ngược dòng là $x - 2$ (km/h).	0,25
		Thời gian ca-nô khi xuôi dòng là $\frac{40}{x+2}$ (km)	0,25
Thời gian ca-nô khi ngược dòng là $\frac{40}{x-2}$ (km)	0,25		

	Lập được phương trình $\frac{40}{x+2} + \frac{40}{x-2} = \frac{9}{2}$	0,25
	Giải phương trình được $x = 18$ (TMĐK); $x = \frac{2}{9}$ (KTMDK).	0,5
	Kết luận: Vận tốc của ca-nô khi nước yên lặng là 18km / h .	0,25
	<b>Tính thể tích...</b>	<b>0,5</b>
	Giải thích vì hàn mép AB với mép CD nên chiều cao của chiếc thùng hình trụ bằng độ dài cạnh AB ( $h = 40\text{cm}$ ) , còn chu vi của đường tròn đáy của chiếc thùng bằng độ dài cạnh BC. Khi đó:	0,25
	$2\pi r = 100 \Rightarrow r = \frac{50}{\pi}(\text{cm})$	
	2) Thể tích của chiếc thùng đó là:	0,25
	$V = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{50}{\pi}\right)^2 \cdot 40 \approx 31847,13(\text{cm}^3)$	
	<b>Chú ý:</b> HS có thể bị trừ 0,25 điểm nếu mắc cả hai lỗi sau đây: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Không giải thích vì sao AB là chiều cao còn BC là chu vi đường tròn đáy của chiếc thùng hình trụ.</li> <li>• Không đặt đúng dấu = và dấu - như trên khi tính toán.</li> </ul>	
<b>III</b> (2,0 điểm)	<b>Giải hệ phương trình ...</b>	<b>1,0</b>
	Điều kiện xác định: $y \neq 2$ .	0,25
	Đặt $\frac{1}{ y-2 } = u (u > 0)$ , ta có: $\begin{cases} x - 2u = 1 \\ 3x + u = 10 \end{cases}$	0,25
	1) Giải hệ phương trình, tìm được $x = 3$ và $u = 1$ .	
	Từ đó hệ phương trình có hai nghiệm $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$	0,25
	Kết hợp với ĐKXD và kết luận: $S = \{(3;1), (3;3)\}$ .	0,25
	2) <b>Trong mặt phẳng tọa độ Oxy ...</b>	<b>1,0</b>
	<b>Chứng minh ...</b>	<b>0,5</b>
	Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx - 1 = 0 (*)$	0,25
	a) Phương trình (*) có $a.c = -1 < 0$ nên luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$ , suy ra (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt. <i>Lưu ý: Học sinh có thể lập luận <math>\Delta = m^2 + 4 &gt; 0</math> và chứng minh.</i>	0,25
	b) <b>Tìm tất cả giá trị dương của m thỏa mãn ...</b>	<b>0,5</b>
Vì $x_1, x_2$ là hai nghiệm của phương trình (*) nên ta có:	0,25	

	$\sqrt{mx_1+1} = \sqrt{x_1^2} =  x_1  \text{ và } x_1^2 - 2 = (mx_2 + 1) - 2 = mx_2 - 1$	
	<p>Từ đó ta có: <math>m\sqrt{mx_1+1} = x_2^2 - 2 \Leftrightarrow m x_1  = mx_2 - 1</math></p> <p>Chú ý <math>x_1, x_2</math> là hai nghiệm trái dấu của (*). Với điều kiện <math>m &gt; 0</math>, ta dễ nhận thấy <math>mx_2 - 1 &gt; 0</math> dẫn đến <math>x_2 &gt; 0</math> và từ đó <math>x_1 &lt; 0</math>.</p> <p>Khi đó:</p> $m x  = mx_2 - 1 \Leftrightarrow m(-x_1) - mx_2 = -1 \Leftrightarrow -m(x_1 + x_2) = -1 \Leftrightarrow m^2 = 1$ $\Leftrightarrow m = 1 \text{ (vì } m > 0\text{)}. \text{ Kết luận.}$	0,25
IV (3 điểm)	<p><b>Chứng minh BKEN là tứ giác nội tiếp</b></p>	<b>1,0</b>
	1) Vẽ hình đúng đến câu 1).	0,25
	Ta có: góc BKN = góc BEN = $90^\circ$ .	0,5
	Suy ra BKEN là tứ giác nội tiếp.	0,25
	<p><b>Chứng minh ...</b></p>	<b>1,0</b>
	Vì BS là đường kính của đường tròn (O) nên góc BCS = $90^\circ$	0,25
	Suy ra góc AEB = góc SCB = $90^\circ$ .	0,25
	Ta cũng có góc BSC = góc BAC (cùng chắn cung BC) suy ra $\Delta BEA$ đồng dạng $\Delta BCS$ (g.g).	0,25
	Dẫn đến góc CBS = góc EBA.	0,25
	3) <b>Chứng minh ...</b>	<b>1,0</b>
Vì K là trung điểm cạnh huyền của tam giác vuông AEH nên tam giác HKE cân tại K dẫn đến góc KEB = góc KHE = góc ACB. Ngoài ra ta cũng có: BKEN nội tiếp nên góc BNC = góc BKE dẫn đến $\Delta BKE$ đồng dạng $\Delta BNC$ (g.g) suy ra $\frac{BK}{BN} = \frac{BE}{BC}$ , suy ra $BK \cdot BC = BN \cdot BE$ .	0,25	
Theo chứng minh ở câu 2 ta có: góc CBS = góc EBA mà góc CBN = góc EBK $\Rightarrow$ góc NBS = góc KBA.	0,25	

	<p>Ta có: <math>\frac{BA}{BS} = \frac{BE}{BC} = \frac{BK}{BN}</math> nên <math>\Delta BKA</math> đồng dạng <math>\Delta BNS</math> dẫn đến góc <math>NSB = \text{góc } DAB = \text{góc } FCB = \text{góc } OCA</math>.</p>	0,25
	Suy ra $NC = NS$ dẫn đến $ON$ là đường trung trực của $SC$ hay $ON // BC$	0,25
<p><b>V</b> (0.5 điểm)</p>	<p><b><i>Tìm giá trị lớn nhất của P ...</i></b></p>	<b>0,5</b>
	<p>Ta có <math>P = a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 16a^2b^2 - 2ab</math>  Với mọi số thực <math>a, b</math> ta có: <math>(a + b)^2 \geq 4ab \Rightarrow 16a^2b^2 - 4ab \geq 0 \Leftrightarrow 4ab(4ab - 1) \geq 0</math>  Do <math>a, b &gt; 0 \Rightarrow 4ab \geq 1 \Rightarrow ab \geq \frac{1}{4}</math>. Từ giả thiết: <math>a, b \leq 1 \Rightarrow (a - 1)(b - 1) \geq 0</math>  <math>\Leftrightarrow ab - (a + b) + 1 \geq 0 \Leftrightarrow ab - 4ab + 1 \geq 0 \Leftrightarrow ab \leq \frac{1}{3}</math>. Ta biến đổi <math>P</math> như sau:  <math>P = (4ab - 1)(63ab - 1) + 4a^2b^2 + 5ab - 1 \leq 0 + \frac{4}{9} + \frac{5}{9} - 1 = \frac{10}{9}</math></p>	0.25
	<p>Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi:</p> $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ ab = \frac{1}{3}, a + b = 4ab \end{cases} \quad \text{hay } a = 1, b = \frac{1}{3} \text{ hoặc } a = \frac{1}{3}, b = 1.$ <p>Vậy giá trị lớn nhất của <math>P</math> là <math>\frac{10}{9}</math></p>	0.25

**Cán bộ chấm thi lưu ý:**

- Điểm toàn bài để lẻ đến 0.25đ.
- Các câu hoặc ý có cách làm khác với hướng dẫn ở trên nếu đúng vẫn được điểm tối đa của câu hay ý đó.
- BIV: HS vẽ sai hình trong phạm vi câu nào thì không tính điểm câu đó

 [FaiLieu.com](http://FaiLieu.com)