

ĐỀ CHÍNH THỨC

**Bài I (2,0 điểm)**

Cho hai biểu thức:  $A = \frac{2\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x-\sqrt{x}}$  với  $x > 0; x \neq 1$ .

- Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 25$ .
- Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ .
- Tìm tất cả các số tự nhiên  $x$  để biểu thức  $P = AB$  có giá trị là một số tự nhiên.

**Bài II (2,5 điểm)**

- Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Một công nhân dự định làm 70 sản phẩm trong thời gian quy định. Nhưng thực tế xí nghiệp lại giao cho người công nhân đó làm 84 sản phẩm. Vì vậy mặc dù người đó đã làm mỗi giờ thêm 1 sản phẩm, song thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm hơn so với dự định là 35 phút. Hỏi theo dự kiến lúc đầu, trung bình mỗi giờ người công nhân đó định làm bao nhiêu sản phẩm, biết rằng khả năng của người đó làm được không quá 10 sản phẩm mỗi giờ.

- Một chiếc nón lá có dạng hình nón với đường kính đáy bằng 44cm, độ dài đường sinh là 30cm. Người ta lát mặt ngoài xung quanh hình nón bằng 3 lớp lá khô. Tính diện tích lá cần dùng để tạo nên một chiếc nón lá như vậy.



**Bài III (2,0 điểm)**

- Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} |x-1| + \sqrt{y} = 3 \\ 2\sqrt{y} - |x-1| = 6 \end{cases}$$
- Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = mx - 2m + 4$ .
  - Tìm  $m$  để  $(d)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$ .
  - Tìm  $m$  để  $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3\sqrt{2}$ .

**Bài IV (3,0 điểm)** Cho đường tròn  $(O; R)$ , với hai đường kính  $AB$  và  $CD$  vuông góc với nhau. Lấy điểm  $M$  bất kỳ thuộc đoạn thẳng  $OA$  ( $M$  khác  $O$  và  $A$ ). Tia  $DM$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai  $N$ .

- Chứng minh bốn điểm  $O, M, N, C$  cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh  $DM \cdot DN = DA^2 = 2R^2$ .
- Đường tròn tâm  $M$  bán kính  $MC$  cắt hai tia  $MA, MB$  lần lượt tại các giao điểm thứ hai  $E, F$ . Chứng minh khi điểm  $M$  thay đổi trên đoạn thẳng  $OA$ , tổng  $CE + CF$  có giá trị không đổi.

**Bài V (0,5 điểm)** Cho  $a, b$  là các số dương thỏa mãn điều kiện  $a^2 + 2ab + 2b = 5$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{a^3 + b^3}{ab}$ .

----- HẾT -----

Ghi chú:

- Học sinh không sử dụng tài liệu, không trao đổi khi làm bài;
- Giáo viên làm nhiệm vụ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên học sinh: ..... Số báo danh: ..... Trường THCS .....

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài	Ý	Đáp án - Hướng dẫn chấm	Điểm
I (2,0 điểm)	1)	<b>Tính giá trị của biểu thức A ...</b>	<b>0,5</b>
		Ta có: $x = 25$ (TMĐKXĐ) $\Rightarrow \sqrt{x} = 5$ .	0,25
		Thay vào biểu thức A, ta tính được $A = 1$ .	0,25
	2)	<b>Chứng minh ...</b>	<b>1,0</b>
		$B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$	0,25
		$= \frac{x+\sqrt{x}-\sqrt{x}+1-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$	0,25
	3)	<b>Tìm tất cả các số tự nhiên x ...</b>	<b>0,5</b>
		Ta có $P = A.B = \frac{2\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}-1} = 2 - \frac{3}{\sqrt{x}-1}$ .	0,25
Để $P \in \mathbb{N}$ thì trước hết $P \in \mathbb{Z}$ . Khi đó $\frac{3}{\sqrt{x}-1} \in \mathbb{Z}$ .			
TH1: Với $x \in \mathbb{Z}$ ta có: $\sqrt{x} \in I$ (loại).		0,25	
TH2: Với $x \in \mathbb{Z}$ ta có: $\sqrt{x} \in \mathbb{Z}$ . Để $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x}-1 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$ . Suy ra $x \in \{0; 4; 16\}$ . Thử lại ta thấy $x = 0, x = 4$ (loại) và $x = 16$ (TMĐK). Vậy $x = 16$ thì biểu thức $P = AB$ có giá trị là một số tự nhiên.			
II (2,5 điểm)	1)	<b>Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình</b>	<b>2,0</b>
		Gọi số sản phẩm dự kiến làm trong 1 giờ của người công nhân là $x$ (sản phẩm), ( $0 < x < 10$ ).	0,25
		Thực tế số sản phẩm mà người công nhân làm trong 1 giờ là $x+1$ (sản phẩm).	0,25
		Thời gian dự kiến để người công nhân hoàn thành 70 sản phẩm là $\frac{70}{x}$ (giờ).	0,25
		Thời gian thực tế để người công nhân hoàn thành 84 sản phẩm là $\frac{84}{x+1}$ (giờ).	0,25
		Lập luận dẫn đến phương trình: $\frac{84}{x+1} - \frac{70}{x} = \frac{7}{12}$ .	0,25
		Biến đổi dẫn đến phương trình: $7x^2 - 161x + 840 = 0$ (1)	0,25
		Giải phương trình (1) ta có: $x_1 = 8$ (TMĐK) và $x_2 = 15$ (Không TMĐK).	0,25
		Vậy số sản phẩm dự kiến làm trong 1 giờ của người công nhân là 8 sản phẩm.	0,25

	<p>2) <b>Tính diện tích lá ...</b></p> <p>Với <math>r = 22cm, l = 30cm</math> ta có:</p> <p>Diện tích xung quanh của chiếc nón là <math>S_{xq} = \pi rl = 22.30.\pi = 660\pi (cm^2)</math>.</p> <p>Diện tích lá cần dùng để tạo nên chiếc nón là <math>S = 3S_{xq} = 3.660\pi = 1980\pi (cm^2)</math>.</p>	<p><b>0,5</b></p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p><b>III</b> (2,0 điểm)</p>	<p>1) <b>Giải hệ phương trình ...</b></p>	<p><b>1,0</b></p>
	<p>ĐKXD: <math>y \geq 0</math>. Đặt <math> x-1  = a (a \geq 0)</math> và <math>\sqrt{y} = b (b \geq 0)</math>.</p>	<p>0,25</p>
	<p>Khi đó hệ phương trình trở thành: <math>\begin{cases} a + b = 3 \\ 2b - a = 6 \end{cases}</math></p> <p>Giải hệ phương trình ta có: <math>a = 0</math> (TMĐK) và <math>b = 3</math> (TMĐK).</p>	<p>0,25</p>
	<p>Khi đó:</p> <p><math> x-1  = 0 \Leftrightarrow x = 1</math></p> <p><math>\sqrt{y} = 3 \Leftrightarrow y = 9</math> (TMĐK)</p>	<p>0,25</p>
	<p>Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là <math>(x; y) = (1; 9)</math>.</p>	<p>0,25</p>
	<p>2) <b>Trong mặt phẳng tọa độ Oxy ...</b></p>	<p><b>1,0</b></p>
	<p>a) <b>Tìm m để ...</b></p>	<p><b>0,5</b></p>
	<p>Xét phương trình hoành độ giao điểm của <math>(P)</math> và <math>(d)</math>:</p> <p><math>x^2 = mx - 2m + 4 \Leftrightarrow x^2 - mx + 2m - 4 = 0</math> (1)</p>	<p>0,25</p>
	<p>Ta có: <math>\Delta = m^2 - 8m + 16 = (m-4)^2</math>.</p> <p>Đề <math>(d)</math> cắt <math>(P)</math> tại hai điểm phân biệt có hoành độ <math>x_1, x_2</math> thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2</math>. Khi đó <math>\Delta &gt; 0 \Leftrightarrow (m-4)^2 &gt; 0 \Leftrightarrow m \neq 4</math>.</p> <p>Vậy <math>m \neq 4</math> thì <math>(d)</math> cắt <math>(P)</math> tại hai điểm phân biệt có hoành độ <math>x_1, x_2</math>.</p>	<p>0,25</p>
	<p>b) <b>Tìm m để ...</b></p>	<p><b>0,5</b></p>
<p>Vì <math>\Delta = (m-4)^2</math> nên phương trình (1) có hai nghiệm <math>x = 2, x = m-2</math>.</p> <p>Không mất tính tổng quát, ta giả sử <math>x_1 = 2, x_2 = m-2</math>.</p>	<p>0,25</p>	
<p>Từ đó:</p> <p><math>\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{2} + \sqrt{m-2} = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{m-2} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow m-2 = 8 \Leftrightarrow m = 10</math> (TMĐK)</p> <p>Vậy để <math>\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3\sqrt{2}</math> thì <math>m = 10</math>.</p>	<p>0,25</p>	
<p><b>IV</b> (3,0 điểm)</p>		

	1)	<b>Chứng minh ...</b>	<b>1,5</b>
		Vẽ hình đúng đến câu 1).	0,5
		Ta có $\widehat{CND} = 90^\circ$ (vì $N$ thuộc đường tròn $(O)$ )	0,5
		Và $\widehat{COA} = 90^\circ$ (giả thiết).	0,25
		Do đó bốn điểm $O, M, N, C$ cùng thuộc một đường tròn.	0,25
	2)	<b>Chứng minh ...</b>	<b>1,5</b>
		Chứng minh $\triangle DOM \# \triangle DNC$ (g.g).	0,5
		Suy ra $\frac{DO}{DN} = \frac{DM}{DC} \Rightarrow DM \cdot DN = DO \cdot DC = 2R^2$ .	0,25
		Áp dụng định lí Py-ta-go ta có: $DA = \sqrt{OA^2 + OD^2} = \sqrt{2}OD \Rightarrow DO = \frac{DA}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow DC = 2DO = 2 \cdot \frac{DA}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}DA$	0,5
		Do đó: $DM \cdot DN = DO \cdot DC = \sqrt{2}DA \cdot \frac{DA}{\sqrt{2}} = DA^2$ . Vậy $DM \cdot DN = DA^2 = 2R^2$ .	0,25
	3)	<b>Chứng minh ...</b>	
		Chứng minh $\triangle ADE = \triangle BDF$ (cạnh góc vuông – góc nhọn).	
	Suy ra $AE = BF$ . Do đó $CE + CF = (CA + AE) + (CB - BF) = 2CA$ .		
	Mặt khác $CA = \sqrt{OA^2 + OC^2} = R\sqrt{2}$ .		
	Do đó: $CE + CF = 2R\sqrt{2}$ .		
V (0,5 điểm)	<b>Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P</b>		<b>0,5</b>
	Từ giả thiết có $a^2 + 2ab + 2b = 5 \Leftrightarrow (a+b)^2 = 4 + (b-1)^2 \geq 4 \Leftrightarrow a+b \geq 2$ .		
	Ta có: $P = \frac{a^3 + b^3}{ab} = \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}$		0,25
	Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có $\frac{a^2}{b} + b \geq 2a; \frac{b^2}{a} + a \geq 2b$ . Do đó $P = \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \geq a + b \geq 2$ . Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất là 2 khi $a = b = 1$ .		0,25

**Cán bộ chấm thi lưu ý:**

- Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25 điểm.
- Các câu hoặc các ý có cách làm khác với hướng dẫn ở trên nếu đúng vẫn được điểm tối đa của câu hay ý đó.
- Bài IV: Thí sinh vẽ sai hình trong phạm vi câu nào thì không tính điểm câu đó.