

ÔN TẬP CHƯƠNG 4

Câu hỏi ôn tập chương 4

1. Hãy phát biểu bằng lời:

- a) Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ.
- b) Công thức tính thể tích của hình trụ.
- c) Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón.
- d) Công thức tính thể tích của hình nón.
- e) Công thức tính diện tích của mặt cầu.
- f) Công thức tính thể tích của hình cầu.

Trả lời:

- a) Diện tích xung quanh hình lăng trụ thì bằng chu vi đường tròn đáy nhân với chiều cao.
- b) Thể tích hình trụ thì bằng tích của diện tích hình tròn đáy nhân với đường cao.
- c) Diện tích xung quanh hình nón thì bằng $1/2$ tích của chu vi đường tròn đáy với đường sinh.
- d) Thể tích hình nón bằng $1/3$ tích của diện tích hình tròn đáy với chiều cao.
- e) Diện tích mặt cầu thì bằng 4 lần diện tích hình tròn lớn.
- f) Thể tích hình cầu thì bằng $4/3$ tích của diện tích hình tròn lớn với bán kính.

2. Hãy nêu cách tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nón cụt.

Trả lời:

Cách 1: Áp dụng công thức

- Với hình nón cụt có các bán kính các đáy là r_1, r_2 , đường sinh l và chiều cao h thì :

$$S_{xq} = \pi(r_1 + r_2) \cdot l$$

$$V = 1/3\pi h \cdot (r_1^2 + r_2^2 + r_1r_2)$$

Như vậy :

Diện tích xung quanh hình nón cụt thì bằng tích của số π với tổng hai bán kính và với đường sinh.

Thể tích của hình nón cụt thì bằng $1/3$ tích của số π với đường cao h và tổng bình phương các bán kính cộng thêm tích của hai bán kính .

Cách 2: Vì hình nón cụt được cắt ra từ hình nón nên ta có thể tính

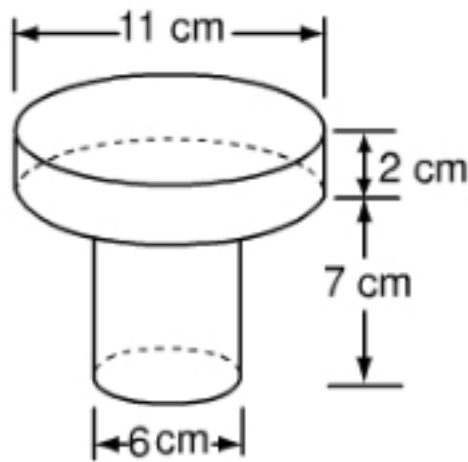
$$V_{(\text{nón cụt})} = V_{(\text{nón lớn})} - V_{(\text{nón nhỏ})}$$

$$S_{(\text{xq nón cụt})} = S_{(\text{xq nón lớn})} - S_{(\text{xq nón nhỏ})}$$

Giải bài tập Toán lớp 9 SGK Tập 2 trang 128, 129, 130, 131 Bài Luyện tập

Bài 38 (trang 129 SGK Toán 9 Tập 2):

Hãy tính thể tích , diện tích bề mặt một chi tiết máy theo kích thước đã cho trên hình 114.



Hình 114

Lời giải

Thể tích phần cần tính gồm:

- Thể tích hình trụ (một đáy) đường kính đáy 11cm, chiều cao 2cm (V_1).
- Thể tích hình trụ (một đáy) đường kính đáy 6cm, chiều cao 7cm (V_2).

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } V_1 &= \pi \left(\frac{11}{2}\right)^2 \cdot 2 = 3,14 \cdot \frac{121}{4} \cdot 2 \\ &= 189,97 \text{ (cm}^3\text{)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_2 &= \pi \left(\frac{6}{2}\right)^2 \cdot 7 = 3,14 \cdot \frac{36}{4} \cdot 7 \\ &= 197,82 \text{ (cm}^3\text{)} \end{aligned}$$

Vậy thể tích của chi tiết máy là:

$$V = V_1 + V_2 = 189,97 + 197,82 = 387,79 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Diện tích cần tính gồm:

Diện tích xung quanh hình trụ có đường kính đáy 11cm, chiều cao 2cm:

$$S_1 = 2\pi \left(\frac{11}{2}\right) \cdot 2 = 69,08 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích hình tròn đáy có đường kính 11cm:

$$S_2 = \pi \left(\frac{11}{2}\right)^2 = 94,99 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích một phần hình tròn là hiệu giữa diện tích hình tròn đường kính 11cm và diện tích hình tròn đường kính 6cm.

$$\begin{aligned} S_3 &= \pi \left(\frac{11}{2}\right)^2 - \pi \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 3,14(5,5^2 - 3^2) \\ &= 66,73 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

Diện tích xung quanh hình trụ đường kính đáy 6cm, chiều cao 7cm.

$$S_4 = 2\pi \left(\frac{6}{2}\right) \cdot 7 = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 7 = 131,88 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích hình tròn đáy có đường kính 6cm:

$$S_5 = \pi \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 3,14 \cdot 3^2 = 28,26 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy diện tích bề mặt của chi tiết máy là:

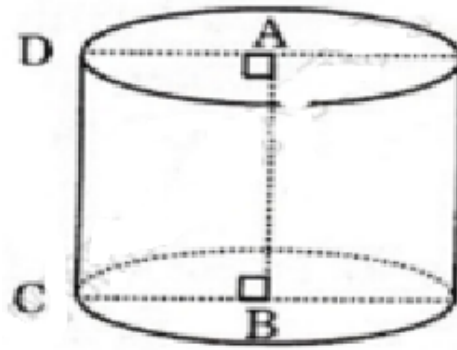
$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = 390,94 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Bài 39 (trang 129 SGK Toán 9 tập 2):

Một hình chữ nhật ABCD có $AB > AD$, diện tích và chu vi của nó theo thứ tự là $2a^2$ và $6a$. Cho hình vẽ quay xung quanh cạnh AB, ta được một hình trụ.

Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ này.

Lời giải



Theo đề bài ta có :

$$\begin{cases} 2(AB+AD)=6a \\ AB \cdot AD=2a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB+AD=3a \\ AB \cdot AD=2a^2 \end{cases}$$

Coi AB và AD như là các ẩn thì chúng sẽ là các nghiệm của phương trình bậc hai:

$$x^2 - 3ax + 2a^2 = 0$$

(Tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng).

Giải phương trình bậc hai này ta có:

$$\Delta = (-3a)^2 - 4 \cdot 2a = a^2$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{3a+a}{2} = 2a, x_2 = \frac{3a-a}{2} = a$$

AB = 2a và AD = a (vì AB > AD)

Diện tích xung quanh của hình trụ là:

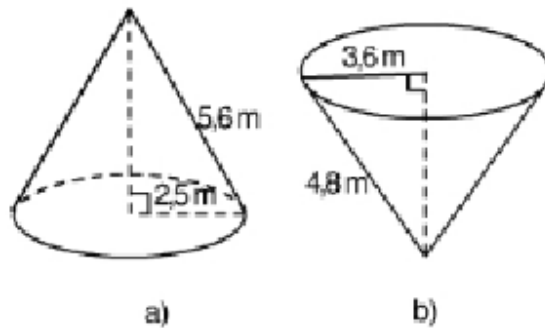
$$S = 2\pi AB \cdot AD = 4\pi a^2$$

Thể tích của hình trụ là:

$$V = \pi \cdot AD^2 \cdot AB = 2\pi a^3$$

Bài 40 (trang 129 SGK Toán 9 Tập 2):

Hãy tính diện tích toàn phần của các hình tương ứng theo các kích thước đã cho trên hình 115.



Hình 115

Phương pháp giải:

Hình nón có bán kính đáy r , đường sinh l có:

+ Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi.r.l$

+ Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_d$.

Lời giải

a) Hình nón có bán kính đáy $r = 2,5m$, đường sinh $l = 5,6m$

⇒ Diện tích đáy: $S_d = \pi.r^2 = 6,25\pi (m^2)$

⇒ Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi.r.l = 14\pi (m^2)$

⇒ Diện tích toàn phần hình nón: $S_{tp} = S_d + S_{xq} = 20,25\pi (m^2)$

b) Hình nón có bán kính đáy $r = 3,6m$; đường sinh $l = 4,8m$

⇒ Diện tích đáy: $S_d = \pi.r^2 = 12,96\pi (m^2)$

⇒ Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi.r.l = 17,28\pi (m^2)$

⇒ Diện tích toàn phần hình nón: $S_{tp} = S_d + S_{xq} = 30,24\pi (m^2)$.

Bài 41 (trang 129 SGK Toán 9 Tập 2):

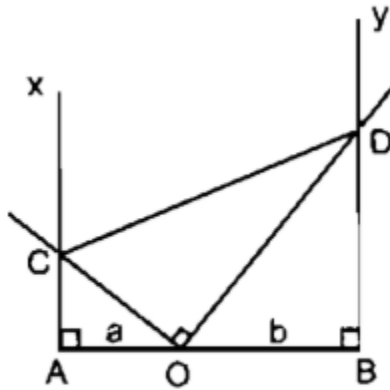
Cho ba điểm A, O, B thẳng hàng theo thứ tự đó, $OA = a$, $OB = b$ (a, b cùng đơn vị: cm).

Qua A và B vẽ theo thứ tự các tia Ax và By cùng vuông góc với AB và cùng phía với AB. Qua O vẽ hai tia vuông góc với nhau và cắt Ax ở C, By ở D (xem hình 116).

a) Chứng minh AOC và BDO là hai tam giác đồng dạng; từ đó suy ra tích AC.BD không đổi.

b) Tính diện tích hình thang ABCD khi góc COA = 60°

c) Với góc COA = 60° cho hình vẽ quay xung quanh AB. Tính tỉ số thể tích các hình do các tam giác AOC và BOD tạo thành.



Hình 116

Lời giải

b) $\widehat{COA} = 60^\circ$

$\Rightarrow \widehat{ODB} = \widehat{COA} = 60^\circ$.

Ta có:

$CA = AO \cdot \tan \widehat{COA} = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

$BD = BO \cdot \cot \widehat{ODB} = b \cdot \cot 60^\circ = \frac{b}{\sqrt{3}}$

a) ΔAOC và ΔBDO có:

$\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$,

$\widehat{COA} = \widehat{ODB}$ (cùng phụ \widehat{BOD})

$\Rightarrow \Delta AOC \sim \Delta BDO$

$\Rightarrow \frac{AO}{BD} = \frac{AC}{BO}$

$\Rightarrow AC \cdot BD = AO \cdot BO = a \cdot b$ không đổi.

Diện tích hình thang vuông ABDC là:

$S = \frac{1}{2} \cdot (AC + BD) \cdot AB$

$= \frac{1}{2} \cdot \left(a\sqrt{3} + \frac{b}{\sqrt{3}} \right) \cdot (a + b)$

c) Khi quay hình vẽ xung quanh cạnh AB: ΔAOC tạo nên hình nón, bán kính đáy là AC, chiều cao AO; ΔBOD tạo nên hình nón, bán kính đáy BD, chiều cao OB.

Thể tích hình nón bán kính đáy AC là:

$$V = \frac{1}{3} \pi AC^2 \cdot AO$$

Thể tích hình nón bán kính đáy BD là:

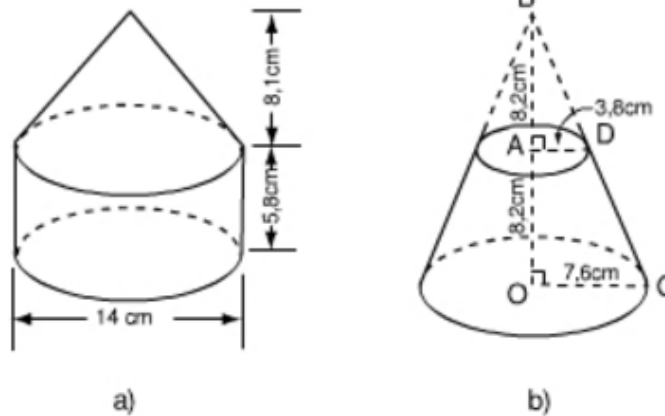
$$V_2 = \frac{1}{3} \pi BD^2 \cdot OB$$

Tỉ số thể tích là :

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{V_2} &= \frac{\frac{1}{3} \pi AC^2 \cdot AO}{\frac{1}{3} \pi BD^2 \cdot OB} = \frac{AC^2 \cdot AO}{BD^2 \cdot OB} \\ &= \frac{(a\sqrt{3})^2 \cdot a}{\left(\frac{b\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot b} = \frac{3a^3}{\frac{b^3}{3}} = 9 \frac{a^3}{b^3} \end{aligned}$$

Bài 42 (trang 130 SGK Toán 9 Tập 2):

Hãy tính thể tích các hình dưới đây theo kích thước đã cho (h.117).



Hình 117

Lời giải

a) Thể tích của hình cần tính gồm:

Một hình trụ đường kính đáy 14cm chiều cao 5,8cm (V_1):

$$V_1 = \pi \cdot r^2 \cdot h_1 = \pi \cdot 7^2 \cdot 5,8 = 284,2 \cdot \pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Một hình nón đường kính đáy 14cm chiều cao 8,1cm (V_2)

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot 7^2 \cdot 8,1 = 132,3\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

Thể tích hình cần tính:

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 = 284,2\pi + 132,3\pi \\ &= 416,5\pi \approx 1307,8 \text{ (cm}^3\text{)}. \end{aligned}$$

b) Thể tích cần tính là một hình nón cụt, chiều cao 8,2cm; bán kính đường tròn của đáy trên và đáy dưới theo thứ tự là 3,8cm và 7,6cm. Cách tính là lấy thể tích hình nón lớn trừ đi thể tích hình nón bé.

Thể tích hình nón lớn là:

$$V_{\text{lớn}} = \frac{1}{3} \pi \cdot 7,6^2 \cdot (8,2 + 8,2) = 315,75 \cdot \pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

Thể tích hình nón nhỏ là:

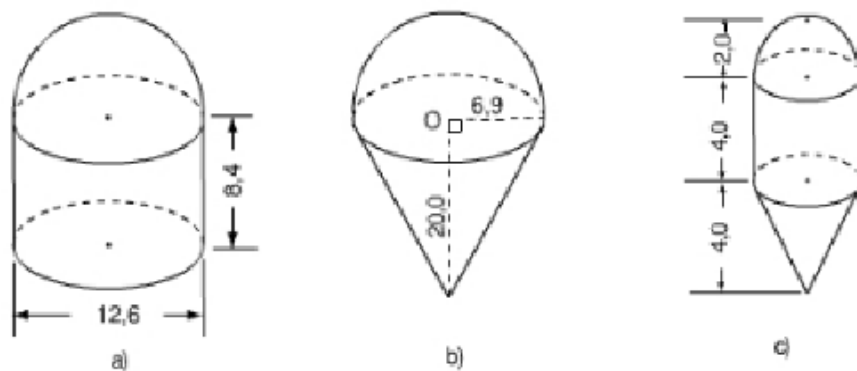
$$V_{\text{nhỏ}} = \frac{1}{3} \pi \cdot 3,8^2 \cdot 8,2 = 39,47\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

Thể tích cần tính là:

$$V = V_{\text{lớn}} - V_{\text{nhỏ}} = 315,75 \cdot \pi - 39,47\pi \approx 867,52 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Bài 43 (trang 130 SGK Toán 9 tập 2):

Hãy tính thể tích các hình dưới đây theo kích thước đã cho (h.118) (đơn vị : cm).



Hình 118

Lời giải

a) Thể tích của hình cần tính gồm thể tích của một hình trụ cộng với thể tích của một nửa hình cầu.

Thể tích hình trụ:

$$V_1 = \pi \left(\frac{12,6}{2} \right)^2 \cdot 8,4 = 333,39\pi (cm^3)$$

Thể tích nửa hình cầu:

$$V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{12,6}{2} \right)^3 = 166,70\pi (cm^3)$$

Thể tích của hình:

$$V = V_1 + V_2 = 333,39\pi + 166,70\pi = 500,1\pi \\ \approx 1570,31(cm^3)$$

b) Thể tích của hình cần tính gồm thể tích của một hình nón cộng với thể tích của nửa hình cầu.

Thể tích hình nón:

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6,9^2 \cdot 20 = 317,4\pi (cm^3)$$

Thể tích nửa hình cầu:

$$V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6,9^3 = 219\pi (cm^3)$$

Thể tích của hình:

$$V = V_1 + V_2 = 317,4\pi + 219\pi = 536,4\pi$$

$$\approx 1684,3 (cm^3)$$

c) Thể tích của hình cần tính gồm :

Thể tích một hình nón (V_1)

Thể tích một hình trụ (V_2)

Thể tích nửa hình cầu (V_3)

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = \frac{16}{3} \pi (cm^3)$$

$$V_2 = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi (cm^3)$$

$$V_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2^3 = \frac{16}{3} \pi$$

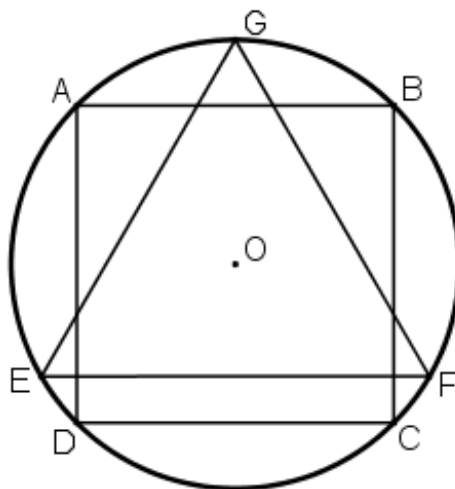
Thể tích hình cần tính là:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{16}{3}\pi + 16\pi + \frac{16}{3}\pi = \frac{80}{3}\pi \quad (\text{cm}^3)$$

Bài 44 (trang 130-131 SGK Toán 9 Tập 2):

Cho hình vuông ABCD nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R và GEF là tam giác đều nội tiếp đường tròn đó, EF là dây song song với AB (h.119). Cho hình đó quay quanh trục GO. Chứng minh rằng:

- a) Bình phương thể tích của hình trụ sinh ra bởi hình vuông bằng tích của thể tích hình cầu sinh ra bởi hình tròn và thể tích hình nón do tam giác đều sinh ra.
- b) Bình phương diện tích toàn phần của hình trụ bằng tích của diện tích hình cầu và diện tích toàn phần của hình nón.



Hình 119

Hình 119

Lời giải

Dựng GH vuông góc EF.

Khi hình vẽ quay quanh trục GO thì :

a) Ta có: $AB = BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$

Thể tích hình trụ sinh ra bởi hình vuông $ABCD$ là:

$$V = \pi \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \cdot CB = \frac{\pi\sqrt{2}R^3}{2}$$

Thể tích hình cầu : $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3$

Gọi GH là đường trung tuyến đồng thời

là đường cao của tam giác GEF

$$\Rightarrow GH = \frac{3}{2}GO = \frac{3}{2}R$$

$$GH = \frac{EF\sqrt{3}}{2} \Rightarrow EF = \frac{2GH}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}R$$

Thể tích hình nón : $V_2 = \frac{\pi}{3}\left(\frac{EF}{2}\right)^2 \cdot GH = \frac{3}{8}\pi R^3$

Rõ ràng rằng: $V^2 = V_1 \times V_2$ (đpcm)

b) Diện tích toàn phần của hình trụ:

$$S = 2\pi \cdot \frac{AB}{2} \cdot BC + 2\pi \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 3\pi R^2$$

Diện tích mặt cầu: $S_1 = 4\pi R^2$

Diện tích toàn phần của hình nón:

$$S_2 = \pi \frac{EF}{2} \cdot FG + \pi \left(\frac{EF}{2}\right)^2 = \frac{9\pi R^2}{4}$$

Rõ ràng $S^2 = S_1 \times S_2$ (đpcm)

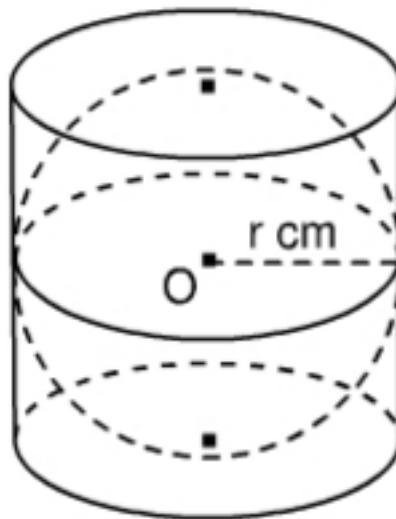
Bài 45 (trang 131 SGK Toán 9 Tập 2):

Hình 120 mô tả một hình cầu được đặt khít vào trong một hình trụ, các kích thước cho trên hình vẽ.

Hãy tính:

- Thể tích hình cầu.
- Thể tích hình trụ.
- Hiệu giữa thể tích hình trụ và thể tích hình cầu.

- d) Thể tích của một hình nón có bán kính đường tròn đáy là r cm và chiều cao $2r$ cm.
 e) Từ các kết quả a), b), c), d) hãy tìm mối liên hệ giữa chúng.



Hình 120

Lời giải

a) Hình cầu bán kính r , vậy thể tích của nó là $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

b) Hình trụ có bán kính đáy bằng r và chiều cao bằng $2r$

Vậy thể tích của nó là: $V_1 = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3$

c) Thể tích hình trụ trừ đi thể tích hình cầu là:

$$V_2 = V_1 - V = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

d) Thể tích hình nón có bán kính đáy r , chiều cao $2r$

$$V_3 = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot 2r = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

e) Từ các kết quả trên suy ra: Thể tích hình nón "nội tiếp" trong một hình trụ thì bằng thể tích hình trụ trừ đi thể tích hình cầu nội tiếp trong hình trụ ấy.

Hoặc: Thể tích hình trụ bằng tổng thể tích hình nón và hình cầu nội tiếp hình trụ.