

**Câu 1.** (2,5 điểm).

a. Tính:  $A = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{14}}{2\sqrt{3} + \sqrt{28}}$

b. Rút gọn biểu thức  $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 4$

2. Tìm  $m$  để đường thẳng  $y = mx + 3$  (với  $m \neq 0$ ) và đường thẳng  $y = (m+2)x - 1$  (với  $m \neq -2$ ) cắt nhau tại một điểm trên trục hoành.**Câu 2:** (2,0 điểm)Cho phương trình:  $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - m = 0$ . ( $x$  là ẩn số,  $m$  là tham số).a) Giải phương trình khi  $m = 1$ b) Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn:  $\sqrt{x_1} = \sqrt{2x_2}$ **Câu 3.** (1,5 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Hưởng ứng lời kêu gọi toàn dân tham gia ủng hộ phòng chống dịch COVID-19, cùng chung tay đẩy lùi dịch bệnh. Một xưởng may có 67 công nhân của tổ I và tổ II đã may được 3000 chiếc khẩu trang để phát miễn phí cho người dân. Biết mỗi công nhân của tổ I may được 50 chiếc khẩu trang, mỗi công nhân của tổ II may được 40 chiếc khẩu trang. Hỏi mỗi tổ có bao nhiêu công nhân?

**Câu 4.** (3,0 điểm).

Cho đường tròn  $O; R$  và đường thẳng  $d$  không có điểm chung với đường tròn  $O$ . Từ điểm A bất kì trên đường thẳng  $d$  kẻ tiếp tuyến AB, AC với đường tròn  $O$  (B,C là tiếp điểm). Từ O kẻ OH vuông góc với đường thẳng  $d$  tại H. Dây BC cắt OA tại D và cắt OH tại E.

a) Chứng minh: Tứ giác  $ABOC$  là tứ giác nội tiếp.b) Chứng minh:  $OE \cdot OH = OD \cdot OA$ c) Tìm vị trí điểm A trên đường thẳng  $d$  sao cho độ dài đoạn thẳng  $BC$  nhỏ nhất**Câu 5:** (1,0 điểm) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$ 

-----Hết-----

Họ và tên học sinh: ..... Số báo danh: .....

Câu	Hướng dẫn, tóm tắt lời giải	Điểm
<b>Câu 1</b>		<b>(2,5điểm)</b>
a. (0,75điểm)	<p>a. Tính: <math>A = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{14}}{2\sqrt{3} + \sqrt{28}}</math></p> $= \frac{\sqrt{2}.\sqrt{3} + \sqrt{2}.\sqrt{7}}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{7}}$ $= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{7})}{2(\sqrt{3} + \sqrt{7})}$ $= \frac{\sqrt{2}}{2}$	0,25
		0,25
		0,25

	$= \frac{\sqrt{2}}{2}$	0,25
b.(1,0 diêm)	<p>b. Với <math>x \geq 0</math> và <math>x \neq 4</math>: Ta có <math>B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}</math></p> $= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2) + 5\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{x-3\sqrt{x}+2 + 5\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
a)	Dường thẳng $y = mx + 3$ (với $m \neq 0$ ) và đường thẳng $y = (m+2)x - 1$ (với $m \neq -2$ ) cắt nhau tại	
c. (0,75điểm)	<p>một điểm trên trục hoành <math>\Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \neq m \\ mx+3=0 \\ (m+2)x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \neq m \\ mx=-3 \\ -3+2x-1=0 \end{cases}</math></p> $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -2 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2} \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}$	0,5 0,25
Câu 2	Với $m = 1$ phương trình (1) trở thành $x^2 - x = 0$	(2,0điểm) 0,25
a) (1,0điểm)	Giải ra được $x = 0$ hoặc $x = 1$	0,5
	Vậy với $m = 1$ phương trình có tập nghiệm là $x = 0$ hoặc $x = 1$ .	0,25

	b. Xét phương trình $x^2 - (2m-1)x + m^2 - m = 0$ (1)	
	Ta có $\Delta = -(2m-1)^2 - 4.1.(m^2 - m) = (2m-1)^2 - 4m^2 + 4m = 1 > 0, \forall m$ . nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt là $m$ và $m-1$ .	0,25
b) (1,0điểm)	Để tồn tại $\sqrt{x_1}, \sqrt{2x_2}$ ta cần có $x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1$	
	Khi đó: $\sqrt{x_1} = \sqrt{2x_2} \Leftrightarrow x_1 = 2x_2$ .	0,25
	C1: Xét hai trường hợp	
	<b>Trường hợp 1:</b> Xét $x_1 = m, x_2 = m-1$ , thay vào $x_1 = 2x_2$ , ta được: $m = 2(m-1) \Leftrightarrow m = 2$ (Thỏa mãn điều kiện $m \geq 1$ ) .	0,25
	<b>Trường hợp 2:</b> Xét $x_1 = m-1, x_2 = m$ , thay vào $x_1 = 2x_2$ , ta được: $m-1 = 2m \Leftrightarrow m = -1$ (loại)	0,25
	Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.	
	C2: Do $x_1 = 2x_2, x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \Leftrightarrow x_1 \geq x_2$	
	Mà $m \geq m-1 \Leftrightarrow x_1 = m, x_2 = m-1$ . Thay vào $x_1 = 2x_2$ , ta được: $m = 2(m-1) \Leftrightarrow m = 2$ (Thỏa mãn điều kiện $m \geq 1$ )	0,5
Câu 3	Gọi số công nhân của tổ I và tổ II lần lượt là $x, y$ (công nhân), $x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 67$ .	(1,5điểm) 0,25

<b>Câu 3</b>	Gọi số công nhân của tổ I và tổ II lần lượt là $x, y$ (công nhân), $x, y \in \mathbb{N}; x, y < 67$ .	(1,5điểm)
	Vì cả hai tổ có 67 công nhân nên ta có phương trình $x + y = 67$ 1	0,25
	Số khẩu trang tổ I và tổ II may được lần lượt là $50x$ và $40y$ (chiếc)	
(1,5 điểm)	Theo đầu bài, ta có: $50x + 40y = 3000$ 2	0,25
	Đưa ra hệ $\begin{cases} x + y = 67 \\ 50x + 40y = 3000 \end{cases}$ .	
	Giải hệ được nghiệm $\begin{cases} x = 32 \\ y = 35 \end{cases}$	0,5
	Kiểm tra điều kiện và kết luận	0,25
<b>Câu 4</b>		(3,0điểm)

<b>a)</b> (0,75 điểm)		0,5
		Chi ra được $ABO = 90^\circ, ACO = 90^\circ$
		0,25
	Tứ giác $ABOC$ có $ACO + ABO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$	0,25
	Mà đây là hai góc đối nhau nên tứ giác $ABOC$ nội tiếp được trong một đường tròn.	0,25
	Ta có $B, C \in O; R \square OB = OC = R \square \Delta OBC$ cân tại $O$ .	0,25
<b>b)</b> (1,0 điểm)		0,25
		Chỉ ra được tia $OA$ là tia phân giác của $\angle BOC$
	Từ đó suy ra được $OA \perp BC$ tại D (hoặc c/m được $OA$ là đường trung trực của $BC$ )	0,25
	Chứng minh được $\triangle ODE$ đồng dạng với $\triangle OHA$ (g.g)	0,25
	Suy ra $OE \cdot OH = OD \cdot OA$ (dpcm) (1)	0,25
	$\Delta ABO$ vuông tại $B$ , đường cao $BD$ (c/m ở câu b) có $OB^2 = OD \cdot OA$ (2)	
	Từ (1) và (2) suy ra $OE \cdot OH = R^2$ hay $OE = \frac{R^2}{OH}$ không đổi.	0,25
<b>c)</b> (0,75 điểm)	<p>Do đó E là điểm cố định. Lại có <math>BC^2 = 4BD^2 = 4(OB^2 - OD^2) = 4(R^2 - OD^2)</math>. Suy ra BC nhỏ nhất <math>\Leftrightarrow</math> OD lớn nhất. Vì <math>OD \leq OE</math> nên OD lớn nhất bằng OE khi <math>D = E \Leftrightarrow A = H</math>. Vậy để BC nhỏ nhất thì A trùng với H.</p>	0,5
<b>Câu 5</b>		(1,0điểm)
<b>(1,0 điểm)</b>	ĐKXĐ: $\begin{cases} xy \geq 0 \\ x, y \geq -1 \end{cases}$	0,25
	$\begin{cases} x+y-\sqrt{xy}=3 \\ \sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2y-2\sqrt{xy}=6 \\ 4\sqrt{x+1}+4\sqrt{y+1}=16 \end{cases}$ $\square 2x+2y-2\sqrt{xy}-4\sqrt{x+1}-4\sqrt{y+1}=-10$	0,25

<b>Câu 5</b>	<b>ĐKXĐ:</b> $\begin{cases} xy \geq 0 \\ x, y \geq -1 \end{cases}$	<b>(1,0 điểm)</b>
(1,0 điểm)	$\begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y - 2\sqrt{xy} = 6 \\ 4\sqrt{x+1} + 4\sqrt{y+1} = 16 \end{cases}$ $\square 2x + 2y - 2\sqrt{xy} - 4\sqrt{x+1} - 4\sqrt{y+1} = -10$	0,25 0,25

	$\Leftrightarrow \sqrt{x} - \sqrt{y}^2 + \sqrt{x+1} - 2^2 + \sqrt{y+1} - 2^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = \sqrt{y} \\ \sqrt{x+1} = 2 \\ \sqrt{y+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$	0,25
	Đổi chiều đk, nghiệm của hệ phương trình $x = 3; y = 3$	0,25
<b>Tổng</b>		<b>10 điểm</b>

### Lưu ý khi chấm bài:

- Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm đúng khác thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.

- Với **Câu 1**, nếu học sinh dùng MTCT bấm và cho được kết quả đúng thì cho 0,25 điểm

- Với **Câu 4**, nếu học sinh không vẽ hình thì không chấm.