TRƯỜNG THCS NGUYỄN CÔNG TRỨ **ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**

NĂM HỌC 2020 - 2021

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1. *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức sau:

$A=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\left(\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{5}{1-\sqrt{x}}+\dfrac{4}{x-1}\right)$ (với $x\ge 0;\ x\ne 1$)

a) Tìm x để $A<\dfrac{1}{2}$.

b) Rút gọn B.

c) Cho $P=A.B$. Tìm x để P có giá trị là số nguyên.

Bài 2 *(2,5 điểm).*

1. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Hai trường A và B có tổng số 460 học sinh tham gia kỳ thi vào lớp 10 THPT; kết quả, cả hai trường có 403 học sinh thi đỗ. Riêng trường A số học sinh thi đỗ chiếm tỉ lệ 85%, riêng trường B số học sinh thi đỗ chiếm tỉ lệ 90%. Tính số học sinh tham gia kỳ thi vào lớp 10 THPT của mỗi trường?

2. Một tháp nước có bể chứa là một hình cầu, đường kính bên trong của bể chứa đo được là 6 (mét). Người ta dự tính lượng nước đựng đầy trong bể đủ cung cấp cho một khu dân cư trong 5 ngày. Biết khu dân cư đó có 1570 người. Hỏi người ta đã dự tính trung bình mỗi người dùng bao nhiêu lít nước trong một ngày?

(Lấy $\pi=3,14$; kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Bài 3. *(2,0 điểm)*

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\left(x^2-2x\right)+3y=5\\ 2\left(x^2-2x\right)-3y=-8\end{cases}$

2. Cho phương trình: $x^2-2\left(m-1\right)x-4=0$ *(m là tham số)*

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $\left|x_1\right|+\left|x_2\right|=5$

Bài 4. *(3,0 điểm)* Cho đường tròn (O), hai đường kính AB và CD vuông góc nhau. Gọi M là điểm chuyển động trên cung nhỏ AC. Gọi I là giao điểm của BM và CD. Tiếp tuyến tại M của (O) cắt tia DC tại K.

a) Chứng minh tứ giác $AMIO$ nội tiếp được.

b) Chứng minh $\widehat{MIC}=\widehat{MDB}$ và $\widehat{MKD}=2.\widehat{MBA}$

c) Tia phân giác $\widehat{MOK}$ cắt BM tại N. Chứng minh CN vuông góc BM.

d) Gọi E là giao điểm của DM và AB. Chứng minh diện tích tứ giác $IEDB$ không đổi.

Bài 5. *(0,5 điểm)* Cho $x>0;y>0$ thỏa mãn $x+y+xy=8$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M=\dfrac{1}{x^4+y^4}+xy$

---HẾT---

HƯỚNG DẪN

Bài 1. *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức sau:

$A=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\left(\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{5}{1-\sqrt{x}}+\dfrac{4}{x-1}\right)$ (với $x\ge 0;\ x\ne 1$)

a) Tìm x để $A<\dfrac{1}{2}$.

b) Rút gọn B.

c) Cho $P=A.B$. Tìm x để P có giá trị là số nguyên.

Hướng dẫn

a) Tìm x để $A<\dfrac{1}{2}$.

Để $A<\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}<\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{2}<0\Leftrightarrow \dfrac{2\sqrt{x}-2-\sqrt{x}-1}{2\left(\sqrt{x}+1\right)}<0\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}-3}{2\left(\sqrt{x}+1\right)}<0$

Vì $2\left(\sqrt{x}+1\right)>0\ \forall x\ tmdk$, do đó: $\sqrt{x}-3<0\Leftrightarrow \sqrt{x}<3\Leftrightarrow x<9$

Kết hợp điều kiện: $x\ge 0;\ x\ne 1$

Vậy $0\le x<9,\ x\ne 1$ để $A<\dfrac{1}{2}$.

b) Rút gọn B.

$$B=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}-\frac{5}{1-\sqrt{x}}+\frac{4}{x-1}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}+\frac{5}{\sqrt{x}-1}+\frac{4}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-1\right)+5\left(\sqrt{x}+1\right)+4}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$B=\frac{x-\sqrt{x}+3\sqrt{x}-3+5\sqrt{x}+5+4}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$B=\frac{x+7\sqrt{x}+6}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+6\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$ (với $x\ge 0;\ x\ne 1$).

c) Cho $P=A.B$. Tìm x để P có giá trị là số nguyên.

Ta có: $P=A.B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}.\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}+1}=1+\dfrac{5}{\sqrt{x}+1}$

Vì $x\ge 0\Leftrightarrow \sqrt{x}\ge 0\Leftrightarrow \sqrt{x}+1\ge 1>0\Leftrightarrow 1+\dfrac{5}{\sqrt{x}+1}\le 1+5\Leftrightarrow P\le 6$ (**)

Ta thấy: $\left.\begin{array}{l}5>0\\ \sqrt{x}+1>0\ \forall x\ tmdk\end{array}\right\}\Rightarrow \dfrac{5}{\sqrt{x}+1}>0\Leftrightarrow 1+\dfrac{5}{\sqrt{x}+1}>1\Leftrightarrow P>1$ (*)

Từ (*) và (**) $\Rightarrow 1 < P \le 6$ mà $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow P \in \{2;3;4;5;6\}$

Ta có bảng:

P	2	3	4	5	6
$\sqrt{x}$	4	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	0
x	16	$\frac{9}{4}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{16}$	0
Nhận xét	TM	TM	TM	TM	TM

Vậy $x \in \left\{16;\frac{9}{4};\frac{4}{9};\frac{1}{16};0\right\}$ để P có giá trị là số nguyên.

Bài 2 *(2,5 điểm).*

1. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:
Hai trường A và B có tổng số 460 học sinh tham gia kỳ thi vào lớp 10 THPT; kết quả, cả hai trường có 403 học sinh thi đỗ. Riêng trường A số học sinh thi đỗ chiếm tỉ lệ 85%, riêng trường B số học sinh thi đỗ chiếm tỉ lệ 90%. Tính số học sinh tham gia kỳ thi vào lớp 10 THPT của mỗi trường?

2. Một tháp nước có bể chứa là một hình cầu, đường kính bên trong của bể chứa đo được là 6 (mét). Người ta dự tính lượng nước đựng đầy trong bể đủ cung cấp cho một khu dân cư trong 5 ngày. Biết khu dân cư đó có 1570 người. Hỏi người ta đã dự tính trung bình mỗi người dùng bao nhiêu lít nước trong một ngày?

(Lấy $\pi = 3,14$; kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Hướng dẫn

1. Gọi số học sinh tham gia kỳ thi vào lớp 10 THPT của hai trường A và B lần lượt là $x; y$ học sinh. $(x; y \in N; 0 < x; y < 460)$

Vì hai trường A và B có tổng số 460 học sinh tham gia kỳ thi cào 10 nên ta có phương trình: $x + y = 460$ (1)

Số học sinh thi đỗ của trường A là $85\%.x = 0,85x$ (học sinh)

Số học sinh thi đỗ của trường B là $90\%.y = 0,9y$ (học sinh)

Vì hai trường có 403 học sinh thi đỗ nên ta có phương trình: $0,85x + 0,9y = 403$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 460 \\ 0,85x + 0,9y = 403 \end{cases}$

Giải hệ phương trình ta được: $x = 220; y = 240$ (thỏa mãn ĐK)

Vậy số học sinh tham gia kỳ thi vào lớp 10 THPT của trường A là 220 học sinh và của trường B là 240 học sinh.

2. Bán kính bên trong của bể chứa là: 6:2=3 (m)

Thể tích của lượng nước bên trong khi bể đầy là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}.3,14.3^3 = 113,04\left(m^3\right)$

Trung bình mỗi ngày một người dùng số mét khối nước là: $113,04 : (5 \times 1570) = 0,0144\left(m^3\right)$

Đổi $0,0144 = 14,4(l)$

Vậy trung bình mỗi ngày một người dùng 14,4 (lít) nước.

Bài 3. *(2,0 điểm)*

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \left(x^2 - 2x\right) + 3y = 5 \\ 2\left(x^2 - 2x\right) - 3y = -8 \end{cases}$

2. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - 4 = 0$ *(m là tham số)*

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $|x_1| + |x_2| = 5$

Hướng dẫn

1. Ta có $\begin{cases}(x^2-2x)+3y=5\\ 2(x^2-2x)-3y=-8\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}3(x^2-2x)=-3\\ (x^2-2x)+3y=5\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x^2-2x=-1\\ -1+3y=5\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}(x-1)^2=0\\ 3y=6\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x-1=0\\ y=2\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\ y=2\end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=(1;2)$

2. $x^2-2(m-1)x-4=0$

a) Ta có $\Delta'=(m-1)^2+4$

Vì $(m-1)^2 \geq 0$ với mọi m

$\Rightarrow (m-1)^2+4>0$ với mọi m

$\Rightarrow \Delta'>0$ với mọi m

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$

b) Ta có phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ (cmt)

Theo Viet ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2(m-1)\\ x_1.x_2=-4\end{cases}$

+) $|x_1|+|x_2|=5$

$\Leftrightarrow x_1{}^2+2|x_1.x_2|+x_2{}^2=25$

$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1.x_2+2|x_1.x_2|=25$

$\Leftrightarrow 4.(m-1)^2+8+8=25$

$\Leftrightarrow 4(m-1)^2=9$

$\Leftrightarrow (m-1)^2=\frac{9}{4}$

TH1: $m-1=\frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow m=\frac{5}{2}$

TH2: $m-1=\frac{-3}{2}$

$\Leftrightarrow m=\frac{-1}{2}$

Vậy để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $|x_1|+|x_2|=5$ thì $m\in\left\{\frac{5}{2};-\frac{1}{2}\right\}$

Bài 4. *(3,0 điểm)* Cho đường tròn (O), hai đường kính AB và CD vuông góc nhau. Gọi M là điểm chuyển động trên cung nhỏ AC. Gọi I là giao điểm của BM và CD. Tiếp tuyến tại M của (O) cắt tia DC tại K.

a) Chứng minh tứ giác $AMIO$ nội tiếp được.

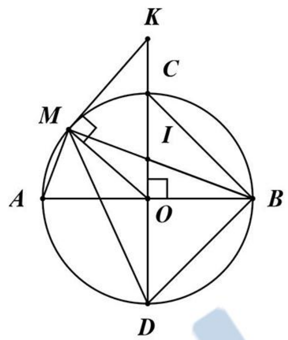
b) Chứng minh $\widehat{MIC} = \widehat{MDB}$ và $\widehat{MKD} = 2.\widehat{MBA}$

c) Tia phân giác $\widehat{MOK}$ cắt BM tại N. Chứng minh CN vuông góc BM.

d) Gọi E là giao điểm của DM và AB. Chứng minh diện tích tứ giác $IEDB$ không đổi.

Hướng dẫn

a) Chứng minh tứ giác $AMIO$ nội tiếp được.



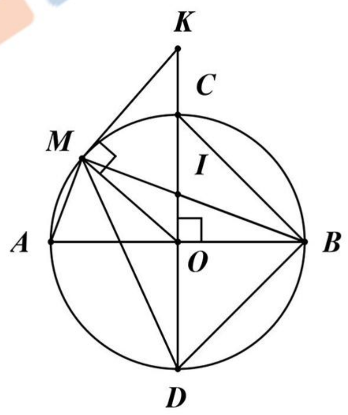
Ta có: $\widehat{AMB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$AB \perp CD$ tại O (giả thiết) $\Rightarrow \widehat{AOI} = 90°$

Tứ giác $AMIO$ có $\widehat{AMB} + \widehat{AOI} = 180°$, mà hai góc ở vị trí đối nhau

$\Rightarrow AMIO$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{MIC} = \widehat{MDB}$ và $\widehat{MKD} = 2.\widehat{MBA}$



Ta có: $\widehat{MIC} = \widehat{MAB}$ (cùng bù với $\widehat{MIO}$)

$\widehat{MAB} = \widehat{MDB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MB)

Do đó: $\widehat{MIC} = \widehat{MDB}$

Ta có: MK là tiếp tuyến tại M của đường tròn $(O) \Rightarrow \widehat{OMK} = 90°$

$\Rightarrow \Delta OMK$ vuông tại $M \Rightarrow \widehat{MKD} + \widehat{MOK} = 90°$

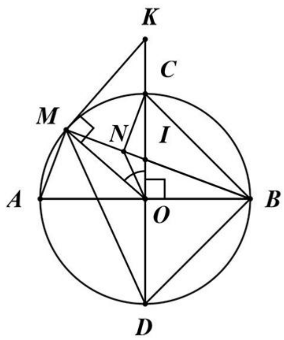
$\widehat{AOM} + \widehat{MOK} = 90°$

Do đó: $\widehat{MKD} = \widehat{MOA}$ (cùng phụ với $\widehat{MOK}$) (1)

Mặt khác: $\widehat{MOA} = 2.\widehat{MBA}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AM) (2)

Từ (1) và $(2) \Rightarrow \widehat{MKD} = 2.\widehat{MBA}$

c) Tia phân giác $\widehat{MOK}$ cắt BM tại N. Chứng minh CN vuông góc BM.



Ta có: $\widehat{CBN} = \widehat{CDM} = \frac{1}{2} sđ\,\overset{\frown}{MC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung) (3)

Tia phân giác $\widehat{MOK}$ cắt BM tại N (giả thiết)

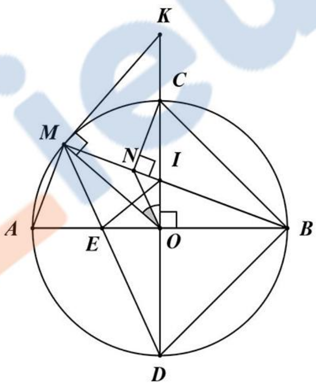
$\Rightarrow \widehat{CON} = \frac{1}{2}\widehat{COM} = \frac{1}{2} sđ\,\overset{\frown}{MC}$ ($\widehat{COM}$ là góc ở tâm chắn cung $\overset{\frown}{MC}$) (4)

Từ (3) và $(4) \Rightarrow \widehat{CBN} = \widehat{CON}$, mà hai góc ở hai đỉnh kề nhau trong tứ giác $BCNO$

$\Rightarrow \widehat{CNB} = \widehat{COB} = 90°$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung)

$\Rightarrow CN \perp BM$

d) Gọi E là giao điểm của DM và AB. Chứng minh diện tích tứ giác $IEDB$ không đổi.



Ta có $AB \perp CD \Rightarrow \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BD} \Rightarrow \widehat{AME} = \widehat{EMB}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

$\Rightarrow ME$ là tia phân giác $\widehat{AMB} \Rightarrow \frac{EB}{EA} = \frac{MB}{MA}$

$\Delta OBI \backsim \Delta MBA$ (g-g) $\Rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{OB}{OI} = \frac{OD}{OI}$ vì $OB = OD = R$

Suy ra: $\frac{EB}{EA} = \frac{OD}{OI} \Rightarrow \frac{EB}{EA+EB} = \frac{OD}{OI+OD}$ (tính chất dãy tỉ số bằng nhau)

$\frac{EB}{AB} = \frac{OD}{DI} \Rightarrow EB.DI = AB.OD = 2R^2$

Mà $S_{IEDB} = \frac{1}{2}EB.DI = 2R^2$

Vậy diện tích tứ giác $IEDB$ không đổi.

Bài 5. *(0,5 điểm)* Cho $x > 0; y > 0$ thỏa mãn $x + y + xy = 8$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = \dfrac{1}{x^4 + y^4} + xy$

Hướng dẫn

Ta có $x > 0; y > 0 \Rightarrow x + y \geq 2\sqrt{xy}$ dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = y$

Từ $x + y + xy = 8 \Rightarrow xy = 8 - (x + y) \leq 8 - 2\sqrt{xy} \Rightarrow (\sqrt{xy} + 1)^2 \leq 9 \Rightarrow \sqrt{xy} + 1 \leq 3 \Rightarrow xy \leq 4$

Lại có $x + y + xy = 8 \Leftrightarrow x + y + 1 = 9 - xy \Leftrightarrow (x + y + 1)^2 = (9 - xy)^2$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 1 + 2(x + y + xy) = (9 - xy)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 1 + 2.8 = (9 - xy)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 17 = (9 - xy)^2$

Mà $xy \leq 4 \Rightarrow 9 - xy \geq 5 \Rightarrow (9 - xy)^2 \geq 25$ và $x^2y^2 \leq 16$

Do đó $x^2 + y^2 + 17 \geq 25 \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 8 \Rightarrow (x^2 + y^2)^2 \geq 64 \Rightarrow x^4 + y^4 \geq 64 - 2x^2y^2 \geq 64 - 2.16 = 32$

Suy ra $\dfrac{1}{x^4 + y^2} \leq \dfrac{1}{32} \Rightarrow \dfrac{1}{x^4 + y^2} + xy \leq \dfrac{1}{32} + 4 \Rightarrow \dfrac{1}{x^4 + y^2} + xy \leq \dfrac{129}{32} \Rightarrow M \leq \dfrac{129}{32}$

dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} y = x \\ x + y + xy = 8 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 2(tmdk)$

Vậy $M_{max} = \dfrac{129}{32}$ khi và chỉ khi $x = y = 2$.

HẾT