

Bài I (2 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{x+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2-5\sqrt{x}}{x-4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

- 1) Tính giá trị biểu thức A tại $x = 16$.
- 2) Rút gọn biểu thức $P = A.B$.
- 3) Tìm tất cả giá trị x để $(6x+18).P \geq x+9$.

Bài II (2 điểm): Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

1) Hai người thợ cùng xây một bức tường trong 3 giờ 45 phút thì xong. Nhưng họ chỉ làm chung trong 3 giờ thì người thứ nhất được điều đi làm việc khác, người thứ hai xây tiếp bức tường còn lại trong 2 giờ nữa thì xong. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người xây xong bức tường trong bao lâu?

2) Một thùng nước hình trụ có chiều cao bằng đường kính đáy và bằng $1m$. Thùng nước này có thể đựng được $1m^3$ nước không? Tại sao? (Lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải phương trình $2x-5+3\sqrt{2x-1}=0$

2) Cho hàm số $y = (m-1)x+3$, $m \neq 1$ có đồ thị là đường thẳng (d).

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1; 4)$. Với m vừa tìm được, hãy cho biết đường thẳng (d) có song song với đường thẳng $y = -x-1$ không? Vì sao?

b) Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng (d) tiếp xúc với đường tròn $(O; 1)$ trong đó O là gốc tọa độ.

Bài IV (3 điểm) Cho nửa đường tròn tâm (O), đường kính $AB = 2R$. Vẽ bán kính OC vuông góc với AB. Lấy điểm K bất kì thuộc cung AC, kẻ KH vuông góc với AB tại H. Tia AC cắt HK tại I, tia BI cắt nửa tròn tại điểm E.

- 1) Chứng minh tứ giác BHIC nội tiếp;
- 2) Chứng minh $AI.AC = AH. AB$ và tổng $AI.AC + BI.BE$ không đổi.
- 3) Chứng minh HE vuông góc với CE và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CEH nằm trên đường thẳng cố định khi K di động trên cung AC.

Bài V (0,5 điểm) Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện $a+b+c=3$.

Tim giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \sqrt{3a+bc} + \sqrt{3b+ca} + \sqrt{3c+ab}$.