

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x-3\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 9$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.
- 2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$.
- 3) Tìm tất cả giá trị nguyên của x để biểu thức $P = AB$ nhận giá trị nguyên.

Bài II (2,5 điểm)

- 1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Một ô tô dự định đi quãng đường từ A đến B dài 120km với vận tốc không đổi. Khi đi được một nửa quãng đường, ô tô dừng lại vì bị chắn bởi tàu hoả mất 3 phút. Vì vậy để đến B đúng thời gian dự định, ô tô phải tăng vận tốc thêm 2km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc dự định của ô tô.

- 2) Một hộp sữa Ông Thọ có dạng hình trụ, bán kính đáy bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao. Biết thể tích của hộp sữa là $192\pi\text{cm}^3$. Tính diện tích vỏ hộp sữa (kể cả hai nắp hộp).



Bài III (2,0 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \frac{1}{y+1} = 2 \\ 2\sqrt{x} - \frac{y}{y+1} = 2 \end{cases}$$

- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + 3$.
 - a) Chứng minh với mọi giá trị của m , (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 .
 - b) Tìm tất cả các giá trị của m để $x_1^2 + mx_2 = 4$.

Bài IV (3,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AD, BE, CF cùng đi qua trực tâm H . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của D lên AB, AC . Đường thẳng MN cắt BE tại điểm P . Gọi S, G lần lượt là giao điểm của EF, MN với đường thẳng BC .

- 1) Chứng minh bốn điểm A, M, D, N cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh tứ giác $BMPD$ là tứ giác nội tiếp và tứ giác $DPEN$ là hình chữ nhật.
- 3) Gọi K là điểm đối xứng với D qua A , và L là hình chiếu vuông góc của D lên SK . Chứng minh G là trung điểm của đoạn thẳng SD và trung điểm của đoạn thẳng DL nằm trên đường tròn (O) .

Bài V (0,5 điểm) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^3 + b^3 = a^5 + b^5$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 - ab + b^2$.

----- HẾT -----

Ghi chú:

- Học sinh không sử dụng tài liệu, không trao đổi khi làm bài;
- Giáo viên làm nhiệm vụ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên học sinh: Số báo danh: Trường THCS