

Bài 1. (1.0 điểm) Tính giá trị các biểu thức:

a)  $A = 3\sqrt{18} + 2\sqrt{8} - \sqrt{72}$

b)  $B = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{1 - \sqrt{2}} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}$

Bài 2. (2.0 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $x^2 - 8x + 15 = 0$

b)  $2x^2 + 5x = 0$

c)  $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases}$

d)  $9x^4 + 8x^2 - 1 = 0$

Bài 3. (2.0 điểm)

a) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hàm số  $y = \frac{1}{4}x^2$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng

$(d): y = \frac{-1}{2}x + 2$ . Vẽ đồ thị  $(P)$  và  $(d)$  trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Cho phương trình  $x^2 - 2x + m - 1 = 0$  ( $x$  là ẩn số,  $m$  là tham số). Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 + x_1^2x_2^2 - 14 = 0$ .

Bài 4. (1.0 điểm) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 3 giờ đầy bể. Nếu mở vòi một chảy một mình trong 20 phút, rồi khóa lại, mở tiếp vòi hai chảy trong 30 phút thì cả hai vòi chảy được  $\frac{1}{8}$  bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Bài 5. (1.0 điểm) Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Biết  $AB = 9\text{cm}, AC = 12\text{cm}$ .

a) Tính độ dài  $BC$ ,  $AH$  và số đo  $\widehat{ACB}$  (làm tròn đến phút).

b) Phân giác của  $\widehat{BAC}$  cắt  $BC$  tại  $D$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $BD$ .

Bài 6. (2.5 điểm) Từ một điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn  $(O; R)$  với  $OA < 2R$ . Vẽ hai tiếp tuyến  $AD, AE$  với đường tròn  $(O)$  (với  $D, E$  là các tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác  $ADOE$  nội tiếp được đường tròn.

b) Lấy điểm  $M$  thuộc cung nhỏ  $DE$  ( $M$  khác  $D, M$  khác  $E, MD < ME$ ). Tia  $AM$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai  $N$ . Đoạn thẳng  $AO$  cắt cung nhỏ  $DE$  tại  $K$ . Chứng minh  $NK$  là tia phân giác của  $\widehat{DNE}$ .

c) Kẻ đường kính  $KQ$  của đường tròn  $(O; R)$ . Tia  $QN$  cắt tia  $ED$  tại  $C$ . Chứng minh  $MD \cdot CE = ME \cdot CD$ .

Bài 7. (0.5 điểm) Tìm tất cả các giá trị  $m$  là số nguyên sao cho giao điểm của đồ thị hai hàm số  $y = m^2x - 1$  và  $y = -x + 2m$  có tọa độ là các số nguyên dương.

...HẾT ...

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ...Phan...Thị...Ngọc...Huyền.SBD:.....140116.....

Bài 1:

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= 3\sqrt{18} + 2\sqrt{8} - \sqrt{72} \\ &= 9\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} \\ &= 7\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } B &= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{1 - \sqrt{2}} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 2. \end{aligned}$$

Bài 2:

$$\begin{aligned} \text{a) } x^2 - 8x + 15 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 5)(x - 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2x^2 + 5x &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{d) } 9x^4 + 8x^2 - 1 = 0$$

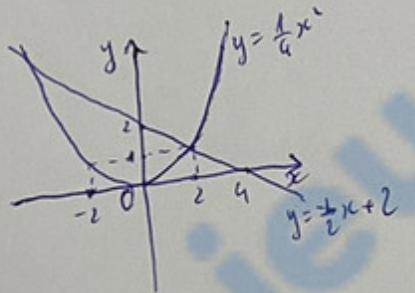
$$\Leftrightarrow (x^2 + 1)(9x^2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \text{ (loại vì } x^2 \geq 0) \\ x^2 = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{3}$$

Bài 3:

a)



$$\begin{aligned} \text{b) Đe' pt có 2 ng. phân biệt} &\Leftrightarrow \Delta' = 1 - m + 1 > 0 \\ &\Leftrightarrow m < 2 \end{aligned}$$

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 + x_1^2 x_2^2 - 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 + (x_1 x_2)^2 - 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 - 3(m - 1) + (m - 1)^2 - 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 - 3m + 3 + m^2 - 2m + 1 - 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 5m - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 6)(m + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \text{ (loại vì } m < 2) \\ m = -1 \text{ (tm)} \end{cases}$$

KL..



### Bài 9

a) Gọi lượng nước mỗi vòi chảy được 1 giờ lần lượt là  $a$  và  $b$ .  
Khi đó hai vòi cùng chảy trong 3 giờ thì đầy bể nên thể tích nước bể chứa được là  $3(a+b)$

Do vòi 1 chảy 320 p, vòi 2 chảy 30 phút được 1/8 bể nên

$$\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b = \frac{1}{8} \cdot 3(a+b)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}a = b$$

$$\Leftrightarrow a = 3b$$

Thời gian vòi 1 cần để chảy đầy bể là  $\frac{3(a+b)}{a} = 12$  (h)

" " 2 " " "  $\frac{3(a+b)}{b} = 12$  (h)

### Bài 5

a) Xét  $\triangle BAC$  vuông tại B, đường

cao AH:

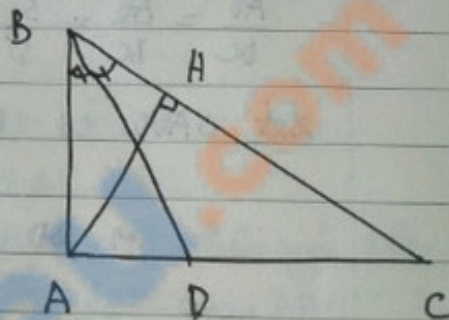
$$+ BC^2 = AB^2 + AC^2 \\ = 9^2 + 12^2 = 15^2$$

$$\Rightarrow BC = 15 \text{ (đvđ)}$$

$$+ \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{9^2} + \frac{1}{12^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{9 \cdot 12}{15} = \frac{36}{5} = 7,2 \text{ (đvđ)}$$

$$+ \sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \Rightarrow \widehat{ACB} \approx 36^\circ 52'$$



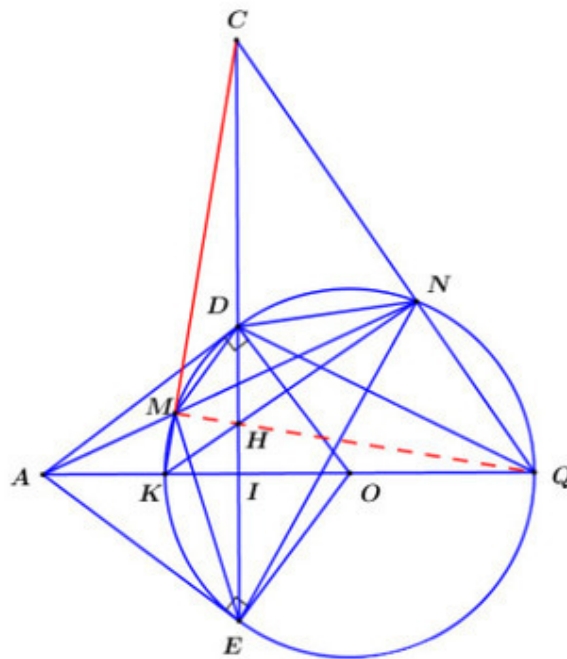
b) Do BD là phân giác  $\widehat{ABC}$  nên  $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$

$$\Rightarrow AD = \frac{3}{8} \cdot AC = \frac{9}{4}$$

Xét  $\triangle BAD$  vuông tại A có  $BD^2 = AD^2 + AB^2 = \frac{225}{16}$

$$\Rightarrow BD = \frac{15}{4} = 3,75$$

**Bài 6:**



a) Chứng minh tứ giác  $ADOE$  nội tiếp được đường tròn.

Vi  $AD, AE$  là các tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  lần lượt tại  $D, E$  nên  $\angle ODA = \angle OEA = 90^\circ$  (định nghĩa)

Xét tứ giác  $ADOE$  có:  $\angle ODA + \angle OEA = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$  nên  $ADOE$  là tứ giác nội tiếp (dnhb).

b) Lấy điểm  $M$  thuộc cung nhỏ  $DE$  ( $M$  khác  $D, M$  khác  $E, MD < ME$ ). Tia  $AM$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai  $N$ . Đoạn thẳng  $AO$  cắt cung nhỏ  $DE$  tại  $K$ . Chứng minh  $NK$  là tia phân giác của  $\angle DNE$ .

Áp dụng tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau ta có  $OA$  là tia phân giác của  $\angle DOE$ .

$\Rightarrow OK$  cũng là tia phân giác của  $\angle DOE$ .

$\Rightarrow \angle DOK = \angle EOK$ .

$\Rightarrow sđcDK = sđcEK$  (2 góc ở tâm bằng nhau thì chắn 2 cung bằng nhau).

$\Rightarrow \angle DNK = \angle ENK$  (2 góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau thì bằng nhau)

Vậy  $NK$  là tia phân giác của  $\angle DNE$ .

c) Kẻ đường kính  $KQ$  của  $(O; R)$ . Tia  $QN$  cắt tia  $ED$  tại  $C$ . Chứng minh  $MD.CE = ME.CD$ .

Ta có  $sđcDK = sđcEK$  (cmt)  $\Rightarrow sđcQD = sđcDE$ .

$\Rightarrow \angle DMQ = \angle EMQ$  (2 góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau thì bằng nhau)

$\Rightarrow MQ$  là tia phân giác của góc  $\angle DME$  (1).

Ta có:  $\angle DKQ = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  $\Rightarrow KN \perp QN$  hay  $KN \perp CQ$ .

Ta có  $OD = OE (= R) \Rightarrow O$  thuộc trung trực của  $DE$ .

$AD = AE$  (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)  $\Rightarrow A$  thuộc trung trực của  $DE$ .

$\Rightarrow OA$  là trung trực của  $DE \Rightarrow OA \perp DE$ .

Gọi  $OA \cap DE = \{I\} \Rightarrow CI \perp QK$ .

Gọi  $CI \cap KN = \{H\}$ .

Xét tam giác  $CKQ$  có  $\begin{cases} KN \perp CQ \text{ (cmt)} \\ CI \perp QK \text{ (cmt)} \Rightarrow H \text{ là trực tâm của } \Delta CKQ \Rightarrow QH \perp CK. \\ CI \cap KN = \{H\} \end{cases}$



7. Tìm tất cả các giá trị  $m$  là số nguyên sao cho giao điểm của đồ thị hai hàm số  $y = m^2x - 1$  và  $y = -x + 2m$  có tọa độ là các số nguyên dương.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned}m^2x - 1 &= -x + 2m \\ \Leftrightarrow (m^2 + 1)x &= 2m + 1 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{2m + 1}{m^2 + 1} \quad (\text{do } m^2 + 1 > 0 \forall m)\end{aligned}$$

Để giao điểm của 2 đồ thị có tọa độ nguyên dương thì  $\frac{2m + 1}{m^2 + 1} \in \mathbb{Z}^+ (*)$ .

Đặt  $\frac{2m + 1}{m^2 + 1} = k \quad (k \in \mathbb{Z}^+)$  ta có

$$\begin{aligned}2m + 1 &= (m^2 + 1)k \\ \Leftrightarrow 2m + 1 &= km^2 + k \\ \Leftrightarrow km^2 - 2m + k - 1 &= 0 \quad (1)\end{aligned}$$

Để tồn tại  $m$  thỏa mãn (\*) thì phương trình (1) phải có nghiệm.

$$\begin{aligned}\Rightarrow \Delta' &= 1 - k(k - 1) \geq 0 \\ \Leftrightarrow -k^2 + k + 1 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{1 - \sqrt{5}}{2} &\leq k \leq \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

Mà  $k \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow k = 1$ .

Khi đó ta có  $\frac{2m + 1}{m^2 + 1} = 1 \Leftrightarrow m^2 + 1 = 2m + 1 \Leftrightarrow m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases} (tm)$ .

Vậy có 2 giá trị  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán là  $m = 0, m = 2$ .