PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THẠCH THÀNH

THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2021-2022
Môn thi: TOÁN
Thời gian: 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: 28/5/2021

ĐỀ BÀI

Câu 1: (2,0 điểm).

1. Giải phương trình: $x^2 - 5x + 4 = 0$
2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - 3y = 7 \\ x + 2y = 32 \end{cases}$

Câu 2: (2,0 điểm). Cho biểu thức: $B = \dfrac{2(x+4)}{x - 3\sqrt{x} - 4} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{8}{\sqrt{x}-4}$ với $x \geq 0, x \neq 16$

1. Rút gọn B.
2. Tìm x để giá trị của B là một số nguyên.

Câu 3: (2,0 điểm).

1. Cho đường thẳng $(d): y = 2x + m^2 + 1$ (m là tham số). Xác định tất cả các giá trị của m để (d) song song với đường thẳng $(d'): y = 2m^2x + m^2 + m$.

2. Chứng minh rằng phương trình : $x^2 - (m - 1)x - 2 = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m. Tìm m để hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn: $\dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{x_2^2 - 3}{x_1^2 - 3}$

Câu 4: (3,0 điểm). Cho đường tròn (O; R), dây cung BC (BC không là đường kính). Điểm A di động trên cung lớn BC (A khác B và C). Kẻ đường kính AD của đường tròn (O), H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC. Hai điểm E, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ B, C đến AD. Chứng minh rằng:

1. Bốn điểm A, B, H, E cùng nằm trên một đường tròn.
2. $R = \dfrac{AB.AC}{2AH}$
3. HE vuông góc với AC và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF là một điểm cố định.

Câu 5: (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$.

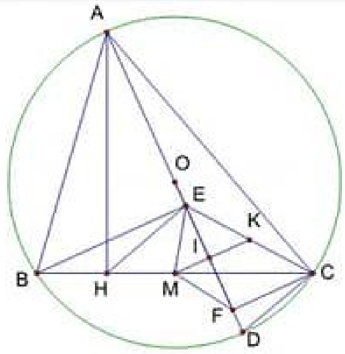
Chứng minh rằng: $\dfrac{a^3 + ab^2}{a^2 + b + b^2} + \dfrac{b^3 + bc^2}{b^2 + c + c^2} + \dfrac{c^3 + ca^2}{c^2 + a + a^2} \geq 2$

----------HẾT----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Câu		Nội dung đáp án	Điểm
1	1	$x^2 - 5x + 4 = 0$ Vì a + b + c = 1 – 5 + 4 =0 nên phương trình có hai nghiệm là $x_1 = 1$ và $x_2 = 4$	 0,5 0,5
	2	$\begin{cases} x - 3y = 7 \\ x + 2y = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3y = 7 \\ x - 3y - x - 2y = 7 - 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3y = 7 \\ -5y = -25 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3.5 = 7 \\ y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 22 \\ y = 5 \end{cases}$	0,5 0,5
2	1.	Với $x \geq 0, x \neq 16$, thì: $B = \dfrac{2(x+4)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-4)} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{8}{\sqrt{x}-4} = \dfrac{2x + 8 + \sqrt{x}(\sqrt{x}-4) - 8(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-4)}$ $= \dfrac{2x + 8 + x - 4\sqrt{x} - 8\sqrt{x} - 8}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-4)} = \dfrac{3x - 12\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-4)}$ $= \dfrac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-4)} = \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ Vậy $B = \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 16$	0,25 0,5 0,5 0,25
	2.	Dễ thấy $B \geq 0$ (vì $\sqrt{x} \geq 0$). Lại có: $B = 3 - \dfrac{3}{\sqrt{x}+1} < 3$ (vì $\dfrac{3}{\sqrt{x}+1} > 0\ \forall x \geq 0,\ x \neq 16$). Suy ra: $0 \leq B < 3 \Rightarrow B \in \{0; 1; 2\}$ (vì $B \in Z$). - Với $B = 0 \Rightarrow x = 0$; - Với $B = 1 \Rightarrow \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = 1 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = \sqrt{x} + 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{4}$. - Với $B = 2 \Rightarrow \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = 2 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 2(\sqrt{x}+1) \Leftrightarrow x = 4$. Vậy để $B \in Z$ thì $x \in \{0; \dfrac{1}{4}; 4\}$.	0,25 0,25
3	1.	Đường thẳng $d: y = 2x + m^2 + 1$ song song với đường thẳng $d': y = 2m^2x + m^2 + m$ khi $\begin{cases} 2 = 2m^2 \\ m^2 + 1 \neq m^2 + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \\ m \neq 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -1 \end{array}\right. \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$ Vậy m = -1	0,5 0,5
	2.	$\Delta = (m - 1)^2 + 8 \Rightarrow \Delta > 0$, mọi m nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 Theo hệ thức Vi-ét, ta có: $x_1 + x_2 = m - 1$ và $x_1x_2 = -2$ $\dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{x_2^2 - 3}{x_1^2 - 3} \Leftrightarrow x_2(x_2^2 - 3) = x_1(x_1^2 - 3)$ $\Leftrightarrow x_1^3 - x_2^3 - 3(x_1 - x_2) = 0 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)\left[(x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 - 3\right] = 0$ Vì x_1 và x_2 là hai nghiệm phân biệt nên $x_1 \neq x_2$ do đó $x_1 - x_2 \neq 0$ từ đó suy ra: $(x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 - 3 = 0$ Do đó: $(m - 1)^2 - (-2) - 3 = 0 \Leftrightarrow (m - 1)^2 = 1$ $\Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = 2$	0,25 0,25 0,25 0,25

4



1. Chứng minh: Bốn điểm A, B, H, E cùng nằm trên một đường tròn.

Theo bài có $AEB = AHB = 90^0$. — 0,5

Suy ra bốn điểm A, B, H, E cùng thuộc một đường tròn. — 0,5

2. Chứng minh: $R = \frac{AB.AC}{2AH}$

Chứng minh được tam giác AHB đồng dạng với tam giác ACD (g-g) — 0,5

Suy ra: $\frac{AH}{AC} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow AD = \frac{AB.AC}{AH} \Rightarrow 2R = \frac{AB.AC}{AH} \Rightarrow R = \frac{AB.AC}{2AH}$ — 0,5

3. Chứng minh: HE vuông góc với AC và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF là một điểm cố định.

Tứ giác ABHE nội tiếp đường tròn $\Rightarrow BAE = EHC$ (1)

Mặt khác, $BCD = BAE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn BD) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BCD = EHC$ — 0,25

$\Rightarrow HE // CD$

Mà $CD \perp AC$

Suy ra: $HE \perp AC$ — 0,25

Gọi M là trung điểm của BC $\Rightarrow$ Điểm M cố định.

Gọi K là trung điểm của EC, I là giao điểm của MK với ED.

Khi đó MK là đường trung bình của ΔBCE

$\Rightarrow MK // BE$; mà $BE \perp AD$ (gt)

$\Rightarrow MK \perp AD$ hay $MK \perp EF$ (3)

Lại có $CF \perp AD$ (gt) $\Rightarrow MK // CF$ hay $KI // CF$.

ΔECF có $KI // CF$, $KE = KC$ nên $IE = IF$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra MK là đường trung trực của EF

$\Rightarrow ME = MF$ (*) — 0,25

Gọi N là trung điểm của AB.

Chứng minh được MN là đường trung bình của tam giác ABC nên MN//AC, mà $HE \perp AC \Rightarrow MN \perp HE$

Chứng minh được NH = NE (vì cùng bằng $\frac{AB}{2}$) nên tam giác NHE cân tại N có NM là đường cao nên cũng là đường trung trực $\Rightarrow ME = MH$ (**)

Từ (*) và (**) suy ra: $ME = MF = MH$ — 0,25

Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác EHF là điểm M cố định

5

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=3$.

Chứng minh rằng: $\frac{a^3+ab^2}{a^2+b+b^2} + \frac{b^3+bc^2}{b^2+c+c^2} + \frac{c^3+ca^2}{c^2+a+a^2} \ge 2$

Ta có:

$$\frac{a^3+ab^2}{a^2+b+b^2} + \frac{b^3+bc^2}{b^2+c+c^2} + \frac{c^3+ca^2}{c^2+a+a^2} = a - \frac{ab}{a^2+b+b^2} + b - \frac{bc}{b^2+c+c^2} + c - \frac{ca}{c^2+a+a^2}$$ — 0,25

$$= a+b+c - \left(\frac{ab}{a^2+b+b^2} + \frac{bc}{b^2+c+c^2} + \frac{ca}{c^2+a+a^2}\right)$$

$$= 3 - \left(\frac{ab}{a^2+b+b^2} + \frac{bc}{b^2+c+c^2} + \frac{ca}{c^2+a+a^2}\right)$$

Áp dụng Bất đẳng thức AM-GM cho 3 số dương, ta có: $a^2+b+b^2 \ge 3\sqrt[3]{a^2b^3} = 3b\sqrt[3]{a^2}$ — 0,25

Do đó $\frac{ab}{a^2+b+b^2} \le \frac{ab}{3b\sqrt[3]{a^2}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{3} \le \frac{a+1+1}{9} = \frac{a+2}{9}$

5	Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=3$. Chứng minh rằng: $\frac{a^3+ab^2}{a^2+b+b^2}+\frac{b^3+bc^2}{b^2+c+c^2}+\frac{c^3+ca^2}{c^2+a+a^2}\ge 2$ Ta có: $\frac{a^3+ab^2}{a^2+b+b^2}+\frac{b^3+bc^2}{b^2+c+c^2}+\frac{c^3+ca^2}{c^2+a+a^2}=a-\frac{ab}{a^2+b+b^2}+b-\frac{bc}{b^2+c+c^2}+c-\frac{ca}{c^2+a+a^2}$ $= a+b+c -\left(\frac{ab}{a^2+b+b^2}+\frac{bc}{b^2+c+c^2}+\frac{ca}{c^2+a+a^2}\right)$ $=3-\left(\frac{ab}{a^2+b+b^2}+\frac{bc}{b^2+c+c^2}+\frac{ca}{c^2+a+a^2}\right)$	0,25
	Áp dụng Bất đẳng thức AM-GM cho 3 số dương, ta có: $a^2+b+b^2\ge 3\sqrt[3]{a^2b^3}=3b\sqrt[3]{a^2}$ Do đó $\frac{ab}{a^2+b+b^2}\le\frac{ab}{3b\sqrt[3]{a^2}}=\frac{\sqrt[3]{a}}{3}\le\frac{a+1+1}{9}=\frac{a+2}{9}$	0,25
	Tương tự, ta có $\frac{bc}{b^2+c+c^2}\le\frac{b+2}{9}$, $\frac{ca}{c^2+a+a^2}\le\frac{c+2}{9}$ Cộng vế với vế các bất đẳng thức trên ta được $\frac{ab}{a^2+b+b^2}+\frac{bc}{b^2+c+c^2}+\frac{ca}{c^2+a+a^2}\le\frac{a+b+c+6}{9}=1$	0,25
	Do đó: $\frac{a^3+ab^2}{a^2+b+b^2}+\frac{b^3+bc^2}{b^2+c+c^2}+\frac{c^3+ca^2}{c^2+a+a^2}\ge 3-1=2$ Suy ĐPCM. Đẳng thức xảy ra khi a = b = c = 1.	0,25

Chú ý:

-Thí sinh giải theo cách khác, nếu đúng vẫn cho đủ điểm số theo phân phối điểm của hướng dẫn chấm này.

- Bài hình nếu không vẽ hình hoặc vẽ sai cơ bản thì không chấm điểm.