

## GIẢI TOÁN 9 BÀI 2: HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Giải bài tập Toán lớp 9 SGK Tập 2 trang 8, 9, 10, 11, 12

**Trả lời câu hỏi Toán 9 Tập 2 Bài 2 trang 8:**

Kiểm tra rằng cặp số  $(x; y) = (2; -1)$  vừa là nghiệm của phương trình thứ nhất, vừa là nghiệm của phương trình thứ hai.

**Lời giải**

Thay  $x = 2$ ,  $y = -1$  vào phương trình  $2x + y = 3$  ta được:

$$\begin{cases} VT = 2.2 + (-1) = 3 \\ VP = 3 \end{cases} \Rightarrow VT = VP$$

Vậy  $(2; -1)$  là nghiệm của phương trình  $2x + y = 3$

- Thay  $x = 2$ ,  $y = -1$  vào phương trình  $x - 2y = 4$  ta được:

$$\begin{cases} VT = 2 - 2.(-1) = 4 \\ VP = 4 \end{cases} \Rightarrow VT = VP$$

Vậy  $(2; -1)$  là nghiệm của phương trình  $x - 2y = 4$

Vậy cặp số  $(x; y) = (2; -1)$  vừa là nghiệm của phương trình thứ nhất, vừa là nghiệm của phương trình thứ hai.

**Trả lời câu hỏi Toán 9 Tập 2 Bài 2 trang 9:**

Tìm từ thích hợp để điền vào chỗ trống (...) trong câu sau:

Nếu điểm M thuộc đường thẳng  $ax + by = c$  thì tọa độ  $(x_0; y_0)$  của điểm M là một ... của phương trình  $ax + by = c$ .

**Lời giải**

Nếu điểm M thuộc đường thẳng  $ax + by = c$  thì tọa độ  $(x_0; y_0)$  của điểm M là một nghiệm của phương trình  $ax + by = c$ .

**Trả lời câu hỏi Toán 9 Tập 2 Bài 2 trang 10:**

Hệ phương trình trong ví dụ 3 có bao nhiêu nghiệm ? Vì sao ?

**Lời giải**

Hệ phương trình trong ví dụ 3 có vô số nghiệm vì tập nghiệm của hai phương trình trong hệ được biểu diễn bởi cùng một đường thẳng  $y = 2x - 3$

**Bài 4 (trang 11 SGK Toán 9 Tập 2):**

Không cần vẽ hình, hãy cho biết số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau đây và giải thích vì sao:

$$a) \begin{cases} y = 3 - 2x \\ y = 3x - 1 \end{cases} ;$$

$$b) \begin{cases} y = \frac{-1}{2}x + 3 \\ y = \frac{-1}{2}x + 1 \end{cases} ;$$

$$c) \begin{cases} 2y = -3x \\ 3y = 2x \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} 3x - y = 3 \\ x - \frac{1}{3}y = 1 \end{cases} .$$

**Phương pháp giải:**

$$+ \text{ Xét hệ (I): } \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Gọi (d):  $ax + by = c$  và (d'):  $a'x + b'y = c'$ .

Số nghiệm của hệ (I) phụ thuộc vào vị trí tương đối của (d) và (d').

(d) cắt (d')  $\Rightarrow$  hệ (I) có nghiệm duy nhất.

(d) // (d')  $\Rightarrow$  hệ (I) vô nghiệm

(d)  $\equiv$  (d')  $\Rightarrow$  hệ (I) có vô số nghiệm.

+ Cho đường thẳng (d):  $y = ax + b$  và (d'):  $y = a'x + b'$ .

(d) cắt (d')  $\Leftrightarrow a \neq a'$

(d) // (d')  $\Leftrightarrow a = a'$  và  $b \neq b'$

(d) trùng (d')  $\Leftrightarrow a = a'$  và  $b = b'$ .

### Lời giải

$$\begin{cases} y = 3 - 2x \\ y = 3x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = 3x - 1 \end{cases}$$

a) Xét (d):  $y = -2x + 3$  có  $a = -2$ ;  $b = 3$

(d') :  $y = 3x - 1$  có  $a' = 3$  ;  $b' = -1$ .

Có  $a \neq a' \Rightarrow$  (d) cắt (d')

$\Rightarrow$  Hệ  $\begin{cases} y = 3 - 2x \\ y = 3x - 1 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất.

b) 
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 3 & (d) \\ y = -\frac{1}{2}x + 1 & (d') \end{cases}$$

Xét (d):  $y = -1/2x + 3$  có  $a = -1/2$  ;  $b = 3$

(d') :  $-1/2x + 1$  có  $a' = -1/2$  ;  $b' = 1$ .

Có  $a = a'$  ;  $b \neq b' \Rightarrow$  (d) // (d')

$$\Rightarrow \text{Hệ phương trình } \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 3 \\ y = -\frac{1}{2}x + 1 \end{cases} \text{ vô nghiệm.}$$

$$\begin{cases} 2y = -3x \\ 3y = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{3}{2}x \\ y = \frac{2}{3}x \end{cases}$$

c) Ta có:

Xét (d):  $y = -3/2 x$  có  $a = -3/2$  ;  $b = 0$

(d') :  $y = 2/3 x$  có  $a' = 2/3$  ;  $b' = 0$

Ta có:  $a \neq a' \Rightarrow$  (d) cắt (d')

$$\Rightarrow \text{Hệ } \begin{cases} 2y = -3x \\ 3y = 2x \end{cases} \text{ có nghiệm duy nhất.}$$

d) Ta có:

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x - \frac{1}{3}y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 3 \\ \frac{1}{3}y = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 3 \\ y = 3x - 3 \end{cases}$$

Ta có:  $a = a' = 3$ ;  $b = b' = -3$

Nhận thấy hai đường thẳng trên trùng nhau

$\Rightarrow$  Hệ phương trình có vô số nghiệm.

**Bài 5 (trang 11 SGK Toán 9 Tập 2):**

Đoán nhận số nghiệm của hệ phương trình sau bằng hình học:

$$a) \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - 2y = -1 \end{cases};$$

$$b) \begin{cases} 2x + y = 4 \\ -x + y = 1 \end{cases}.$$

Lời giải

$$a) \text{ Xét hệ (I): } \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

Ta biểu diễn hai đường thẳng (d):  $2x - y = 1$  và (d'):  $x - 2y = -1$  trên mặt phẳng tọa độ.

+ Xét đường thẳng (d):  $2x - y = 1$  hay (d) :  $y = 2x - 1$

$$\text{Chọn } x = 0 \Rightarrow y = -1.$$

$$\text{Chọn } y = 0 \Rightarrow x = 1/2$$

$\Rightarrow$  (d) đi qua hai điểm (0; -1) và (1/2; 0)

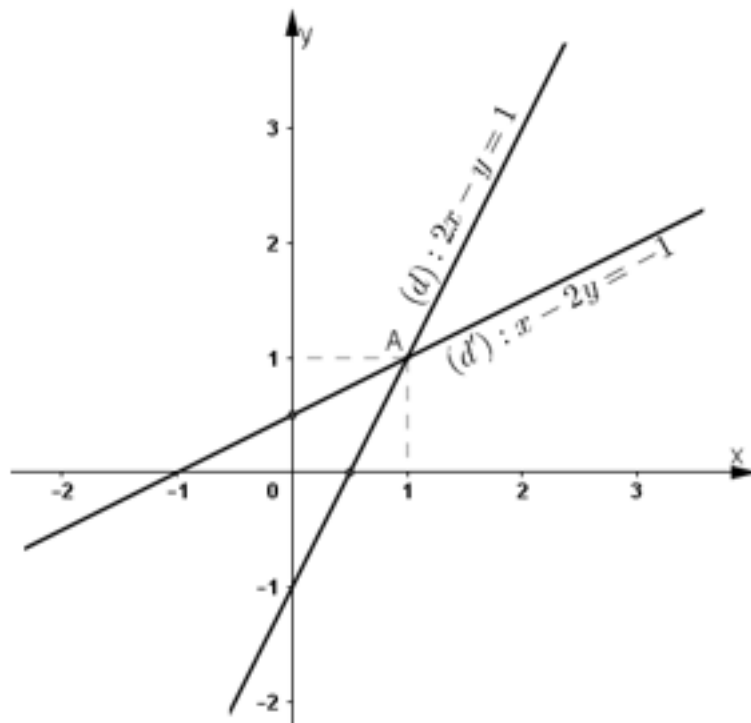
$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

+ Xét (d') :  $x - 2y = -1$  hay (d'):

$$\text{Chọn } x = 0 \Rightarrow y = 1/2$$

$$\text{Chọn } y = 0 \Rightarrow x = -1.$$

$\Rightarrow$  (d') đi qua hai điểm (0; 1/2) và (-1; 0).



Dựa vào đồ thị thấy hai đường thẳng (d) và (d') cắt nhau tại A (1; 1).

Thử lại, thay  $x=1, y=1$  vào các phương trình của hệ (I) ta được:

$$\begin{cases} 2 \cdot 1 - 1 = 1 \\ 1 - 2 \cdot 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 1 \\ -1 = -1 \end{cases} \quad (\text{luôn đúng})$$

Vậy hệ phương trình (I) có một nghiệm là (1; 1)

b) Xét (II): 
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ -x + y = 1 \end{cases}$$

Ta biểu diễn hai đường thẳng (d):  $2x + y = 4$  và (d'):  $-x + y = 1$  trên mặt phẳng tọa độ.

+ Xét (d):  $2x + y = 4$  hay (d):  $y = -2x + 4$

Chọn  $x = 0 \Rightarrow y = 4$

Chọn  $y = 0 \Rightarrow x = 2$ .

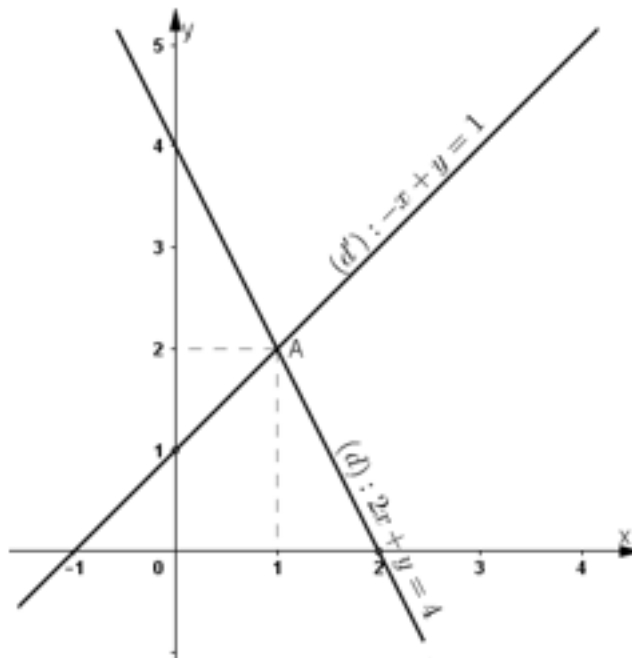
$\Rightarrow$  (d) đi qua hai điểm (0; 4) và (2; 0).

+ Xét (d') :  $-x + y = 1$  hay (d') :  $y = x + 1$ .

Chọn  $x = 0 \Rightarrow y = 1$

Chọn  $y = 0 \Rightarrow x = -1$ .

$\Rightarrow$  (d') đi qua hai điểm (0; 1) và (-1; 0).



Nhận thấy (d) và (d') cắt nhau tại A (1; 2).

Thử lại , thay  $x = 1, y = 2$  vào các phương trình của hệ (II) ta được:

$$\begin{cases} 2 \cdot 1 + 2 = 4 \\ -1 + 2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 4 \\ 1 = 1 \end{cases} \text{ ( luôn đúng )}$$

Vậy hệ phương trình (II) có đúng một nghiệm là (1; 2).

**Bài 6 (trang 11-12 SGK Toán 9 Tập 2): Đố:**

Bạn Nga nhận xét: Hai hệ phương trình bậc nhất hai ẩn vô nghiệm thì luôn tương đương với nhau.

Bạn Phương khẳng định: Hai hệ phương trình bậc nhất hai ẩn cùng có vô số nghiệm thì cũng luôn tương đương với nhau.

Theo em, các ý kiến đó đúng hay sai? Vì sao? (Có thể cho một ví dụ hoặc minh họa bằng đồ thị).

**Phương pháp giải:**

Hai hệ phương trình được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập nghiệm.

**Lời giải**

- Bạn Nga đã nhận xét **đúng** vì hai hệ phương trình cùng vô nghiệm có nghĩa là chúng cùng có tập nghiệm bằng  $\emptyset$ .

- Bạn Phương nhận xét **sai**.

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x - 2y = 0 \end{cases}$$
 và
 
$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 3x + 3y = 0 \end{cases}$$

Ví dụ: Xét hai hệ

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x - 2y = 0 \end{cases}$$
 Hệ có vô số nghiệm. Tập nghiệm của (I) được biểu diễn bởi đường thẳng  $x - y = 0$ .

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 3x + 3y = 0 \end{cases}$$
 Hệ có vô số nghiệm. Tập nghiệm của (II) được biểu diễn bởi đường thẳng  $x + y = 0$ .

Nhận thấy, tập nghiệm của hai hệ (I) và hệ (II) được biểu diễn bởi hai đường thẳng khác nhau nên hai hệ không tương đương.

**Bài 7 (trang 12 SGK Toán 9 Tập 2):**

Cho hai phương trình  $2x + y = 4$  và  $3x + 2y = 5$ .

- a) Tìm nghiệm tổng quát của mỗi phương trình trên.
- b) Vẽ các đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình trong cùng một hệ trục tọa độ, rồi xác định nghiệm chung của chúng.

**Lời giải**



a) + Xét phương trình  $2x + y = 4$  (1)  $\Leftrightarrow y = -2x + 4$

Vậy phương trình (1) có nghiệm tổng quát là  $(x; -2x + 4)$  ( $x \in \mathbb{R}$ ).

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$$

+ Xét phương trình  $3x + 2y = 5$  (2)  $\Leftrightarrow$

$$\left( x; \frac{-3}{2}x + \frac{5}{2} \right)$$

Vậy phương trình (2) có nghiệm tổng quát là :  $\left( x; \frac{-3}{2}x + \frac{5}{2} \right)$  ( $x \in \mathbb{R}$ ).

b) Đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình (1) là đường thẳng (d) :  $y = -2x + 4$ .

Chọn  $x = 0 \Rightarrow y = 4$

Chọn  $y = 0 \Rightarrow x = 2$ .

$\Rightarrow$  (d) đi qua hai điểm  $(0; 4)$  và  $(2; 0)$ .

Đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình (2) là đường thẳng (d')

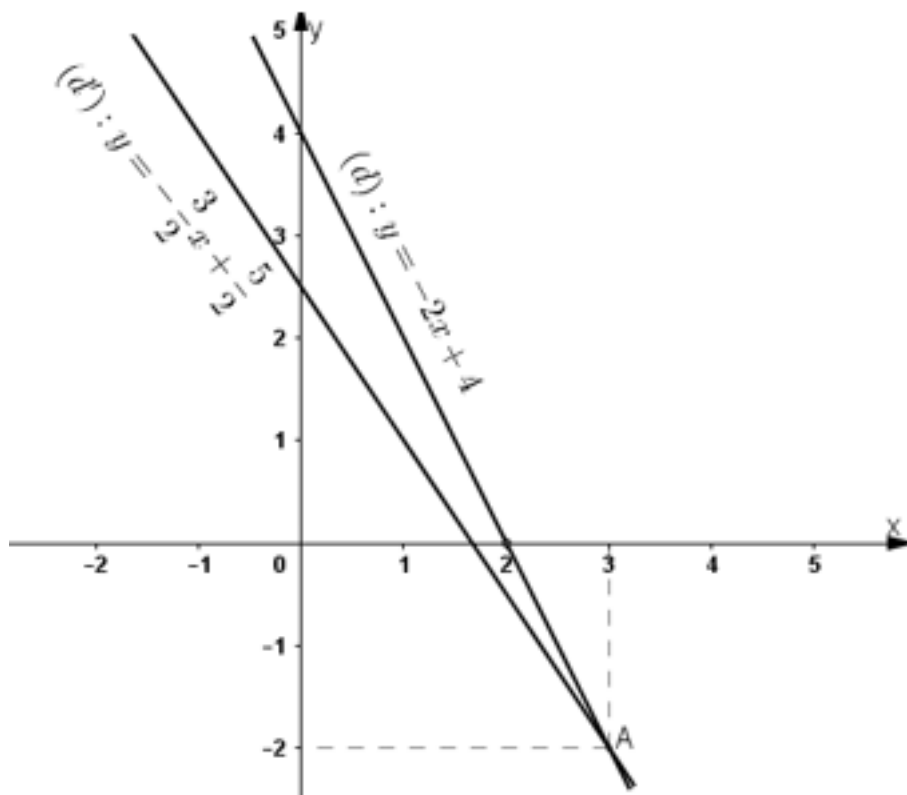
$$: y = \frac{-3}{2}x + \frac{5}{2}$$

Chọn  $x = 0 \Rightarrow y = 2,5$ .

$$x = \frac{5}{3}$$

Chọn  $y = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  (d') đi qua hai điểm  $(0; 2,5)$  và  $(5/3; 0)$



Hai đường thẳng cắt nhau tại A(3; -2).

Vậy (3; -2) là nghiệm chung của hai phương trình (1) và (2).

**Bài 8 (trang 12 SGK Toán 9 Tập 2):**

Cho các hệ phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} x = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases};$$

b) 
$$\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2y = 4 \end{cases}.$$

Trước hết, hãy đoán nhận số nghiệm của mỗi hệ phương trình trên (giải thích rõ lí do). Sau đó, tìm tập nghiệm của các hệ đã cho bằng cách vẽ hình.

**Lời giải**

$$a) \begin{cases} x = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

Đường thẳng (d):  $x = 2$  song song với trục tung.

Đường thẳng (d'):  $2x - y = 3$  không song song với trục tung

⇒ (d) cắt (d')

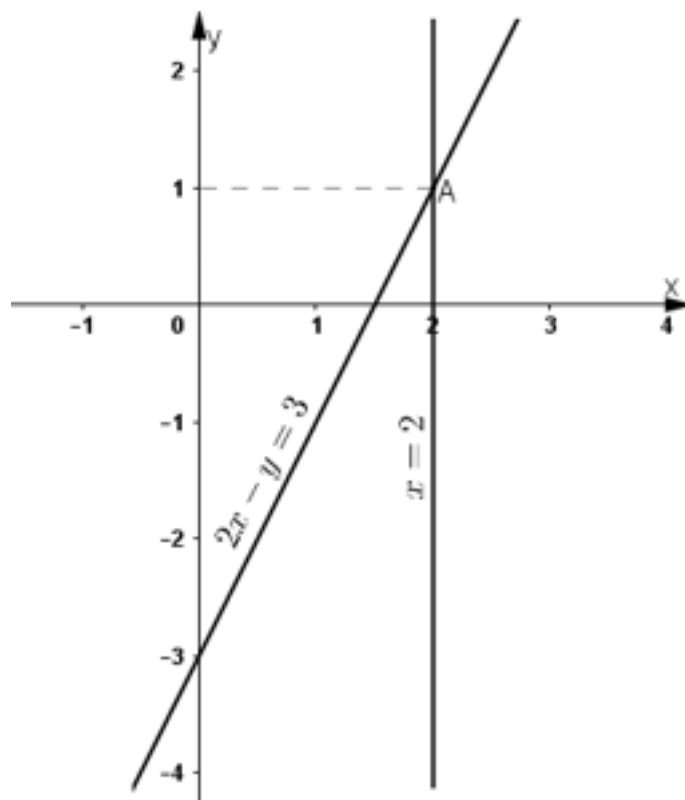
⇒ Hệ có nghiệm duy nhất.

Vẽ (d):  $x = 2$  là đường thẳng đi qua  $(2 ; 0)$  và song song với trục tung.

Vẽ (d'):  $2x - y = 3$

- Cho  $x = 0 \Rightarrow y = -3$  được điểm  $(0; -3)$ .

- Cho  $y = 0 \Rightarrow x = 1,5$  được điểm  $(1,5 ; 0)$ .



Ta thấy hai đường thẳng (d) và (d') cắt nhau tại  $A(2; 1)$ .

Vậy hệ phương trình có nghiệm (2; 1).

$$b) \begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2y = 4 \end{cases}$$

Đường thẳng (d):  $x + 3y = 2$  không song song với trục hoành

Đường thẳng (d'):  $2y = 4$  hay  $y = 2$  song song với trục hoành

⇒ (d) cắt (d')

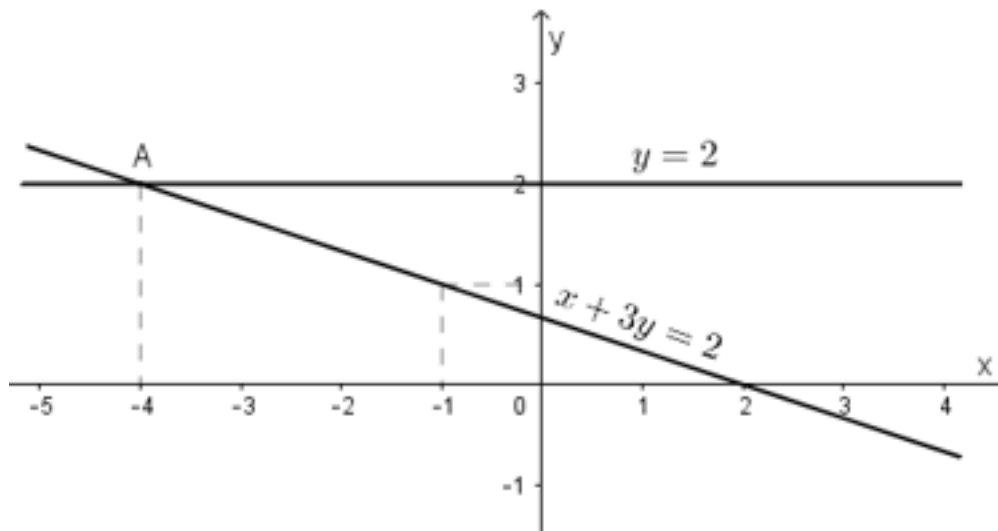
⇒ Hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Vẽ (d<sub>1</sub>):  $x + 3y = 2$

- Cho  $y = 0 \Rightarrow x = 2$  được điểm (2; 0).

- Cho  $x = 0 \Rightarrow y = 2/3$  được điểm (0; 2/3).

Vẽ (d<sub>2</sub>):  $y = 2$  là đường thẳng đi qua (0; 2) và song song với trục hoành.



Ta thấy hai đường thẳng (d) và (d') cắt nhau tại A(-4; 2).

Vậy hệ phương trình có nghiệm (-4; 2).

**Bài 9 (trang 12 SGK Toán 9 Tập 2):**

Đoán nhận số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau, giải thích vì sao:

$$a) \begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 2 \end{cases};$$

$$b) \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -6x + 4y = 0 \end{cases}$$

Lời giải

$$a) (I): \begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 2 \end{cases}$$

Xét (d):  $x + y = 2$  hay (d):  $y = -x + 2$  có  $a = -1$ ;  $b = 2$ .

(d')  $3x + 3y = 2$  hay (d'):  $y = -x + 2/3$  có  $a' = -1$ ;  $b' = 2/3$

Ta có:  $a = a'$ ;  $b \neq b' \Rightarrow (d) // (d')$

$\Rightarrow$  Hệ (I) vô nghiệm.

$$b) (II): \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -6x + 4y = 0 \end{cases}$$

Xét: (d):  $3x - 2y = 1$  hay (d):

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -6x + 4y = 0 \end{cases}$$

(d'):  $-6x + 4y = 0$  hay (d'):

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \text{ có } a = \frac{3}{2}; b = -\frac{1}{2}$$

Ta có:  $a = a'$ ;  $b \neq b' \Rightarrow (d) // (d')$

⇒ Hệ (II) vô nghiệm.

**Bài 10 (trang 12 SGK Toán 9 Tập 2):**

Đoán nhận số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau, giải thích vì sao:

$$\text{a) } \begin{cases} 4x - 4y = 2 \\ -2x + 2y = -1 \end{cases};$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{3}x - y = \frac{2}{3} \\ x - 3y = 2 \end{cases}.$$

**Lời giải**

a)

$$(I): \begin{cases} 4x - 4y = 2 \\ -2x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$\text{Xét (d): } 4x - 4y = 2$$

$$\Leftrightarrow y = x - \frac{1}{2}$$

$$(d'): -2x + 2y = -1$$

$$\Leftrightarrow y = x - \frac{1}{2}$$

Nhận thấy  $a = a' = 1$ ,

$$b = b' = -\frac{1}{2}$$

do đó (d) và (d') trùng nhau

Vậy hệ phương trình có vô số nghiệm.

b)

$$(II): \begin{cases} \frac{1}{3}x - y = \frac{2}{3} \\ x - 3y = 2 \end{cases}$$

Xét

$$(d): \frac{1}{3}x - y = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$$

$$(d'): x - 3y = 2$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$$

Nhận thấy  $a = a' = \frac{1}{3}$ ,

$$b = b' = -\frac{2}{3}$$

do đó (d) và (d') trùng nhau

Vậy hệ phương trình có vô số nghiệm.

**Bài 11 (trang 12 SGK Toán 9 Tập 2):**

Nếu tìm thấy hai nghiệm phân biệt của một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn (nghĩa là hai nghiệm được biểu diễn bởi hai điểm phân biệt) thì ta có thể nói gì về số nghiệm của hệ phương trình đó? Vì sao?



**Phương pháp giải:**

Một hệ phương trình bậc nhất hai ẩn chỉ có thể có nghiệm duy nhất hoặc vô nghiệm hoặc vô số nghiệm.

**Lời giải**

Nếu một hệ phương trình bậc nhất hai ẩn có hai nghiệm phân biệt

⇒ Hệ đó có vô số nghiệm.

Vì hệ có hai nghiệm phân biệt nghĩa là hai đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình của hệ có hai điểm chung phân biệt, suy ra chúng trùng nhau.