

GIẢI BÀI TẬP SGK TOÁN LỚP 9 BÀI 5: CÔNG THỨC NGHIỆM THU GỌN

Giải bài tập SGK Toán lớp 9 Tập 2 trang 48, 49

Trả lời câu hỏi Toán 9 Tập 2 Bài 5 trang 48:

Từ bảng kết luận của bài trước hãy dùng các đẳng thức $b = 2b'$, $\Delta = 4\Delta'$ để suy ra những kết luận sau:

Lời giải

Với $b = 2b'$, $\Delta = 4\Delta'$ ta có:

a) Nếu $\Delta' > 0$ thì $\Delta > 0$ phương trình có hai nghiệm

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b' + \sqrt{4\Delta'}}{2a} \\ &= \frac{2(-b' + \sqrt{\Delta'})}{2a} = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} \\ x_2 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b' - \sqrt{4\Delta'}}{2a} \\ &= \frac{2(-b' - \sqrt{\Delta'})}{2a} = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} \end{aligned}$$

b) Nếu $\Delta' = 0$ thì $\Delta = 0$ phương trình có nghiệm kép

$$x = (-b)/2a = (-2b')/2a = (-b')/a$$

c) Nếu $\Delta' < 0$ thì $\Delta < 0$ do đó phương trình vô nghiệm.

Trả lời câu hỏi Toán 9 Tập 2 Bài 5 trang 48:

Giải phương trình $5x^2 + 4x - 1 = 0$ bằng cách điền vào những chỗ trống:

$$a = \dots; \quad b' = \dots; \quad c = \dots;$$

$$\Delta' = \dots; \quad \sqrt{(\Delta')} = \dots$$

Nghiệm của phương trình:

$$x_1 = \dots; \quad x_2 = \dots$$

Lời giải

$$a = 5; \quad b' = 2; \quad c = -1;$$

$$\Delta' = (b')^2 - ac = 2^2 - 5 \cdot (-1) = 9; \quad \sqrt{(\Delta')} = 3$$

Nghiệm của phương trình:

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-2 + 3}{5} = \frac{1}{5};$$

$$x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-2 - 3}{5} = -1$$

Trả lời câu hỏi Toán 9 Tập 2 Bài 5 trang 49:

Xác định a, b', c rồi dùng công thức nghiệm thu gọn giải các phương trình:

a) $3x^2 + 8x + 4 = 0;$

b) $7x^2 - 6\sqrt{2}x + 2 = 0.$

Lời giải

a) $3x^2 + 8x + 4 = 0;$

$$a = 3; \quad b' = 4; \quad c = 4$$

$$\Delta' = (b')^2 - ac = 4^2 - 3 \cdot 4 = 4 \Rightarrow \sqrt{(\Delta')} = 2$$

Phương trình có 2 nghiệm:

$$x_1 = (-4 + 2)/3 = (-2)/3; \quad x_2 = (-4 - 2)/3 = -2$$

b) $7x^2 - 6\sqrt{2}x + 2 = 0$

$$a = 7; \quad b' = -3\sqrt{2}; \quad c = 2$$

$$\Delta' = (b')^2 - ac = (-3\sqrt{2})^2 - 7 \cdot 2 = 4 \Rightarrow \sqrt{(\Delta')} = 2$$

Phương trình có 2 nghiệm:

$$x_1 = (3\sqrt{2} + 2)/7; x_2 = (3\sqrt{2} - 2)/7$$

Bài 17 (trang 49 SGK Toán 9 Tập 2):

Xác định a, b', c rồi dùng công thức nghiệm thu gọn giải các phương trình:

a) $4x^2 + 4x + 1 = 0$;

b) $13852x^2 - 14x + 1 = 0$;

c) $5x^2 - 6x + 1 = 0$;

d) $-3x^2 + 4\sqrt{6}.x + 4 = 0$.

Phương pháp giải:

Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

+ Nếu $\Delta > 0$, phương trình có hai nghiệm phân biệt

+ Nếu $\Delta = 0$, phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$;

+ Nếu $\Delta < 0$, phương trình vô nghiệm.

Lời giải

a) Phương trình bậc hai $4x^2 + 4x + 1 = 0$

Có $a = 4$; $b' = 2$; $c = 1$; $\Delta' = (b')^2 - ac = 2^2 - 4.1 = 0$

Phương trình có nghiệm kép là:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b'}{a} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

b) Phương trình $13852x^2 - 14x + 1 = 0$

Có $a = 13852$; $b' = -7$; $c = 1$; $\Delta' = (b')^2 - ac = (-7)^2 - 13852.1 = -13803 < 0$

Vậy phương trình vô nghiệm.

c) Phương trình bậc hai $5x^2 - 6x + 1 = 0$

Có: $a = 5$; $b' = -3$; $c = 1$; $\Delta' = (b')^2 - ac = (-3)^2 - 5.1 = 4 > 0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{3 + \sqrt{4}}{5} = 1;$$

$$x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{3 - \sqrt{4}}{5} = \frac{1}{5}$$

d) Phương trình bậc hai: $-3x^2 + 4\sqrt{6}x + 4 = 0$

Có $a = -3$; $b' = 2\sqrt{6}$; $c = 4$;

$$\Delta' = (b')^2 - ac = (2\sqrt{6})^2 - (-3).4 = 36 > 0.$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt :

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-2\sqrt{6} + \sqrt{36}}{-3} = \frac{2\sqrt{6} - 6}{3};$$

$$x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-2\sqrt{6} - \sqrt{36}}{-3} = \frac{2\sqrt{6} + 6}{3}.$$

Bài 18 (trang 49 SGK Toán 9 Tập 2):

Đưa các phương trình sau về dạng $ax^2 + 2b'x + c = 0$ và giải chúng. Sau đó, dùng bảng số hoặc máy tính để viết gần đúng nghiệm tìm được (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai):

a) $3x^2 - 2x = x^2 + 3$;

b) $(2x - \sqrt{2})^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$;

c) $3x^2 + 3 = 2(x + 1)$;

$$d) 0,5x(x + 1) = (x - 1)^2.$$

Lời giải

$$a) 3x^2 - 2x = x^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 2x - x^2 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 3 = 0 (*)$$

$$\text{Có } a = 2; b' = -1; c = -3; \Delta' = b'^2 - ac = (-1)^2 - 2 \cdot (-3) = 7 > 0$$

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{1 + \sqrt{7}}{2} \approx 1,82;$$

$$x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{1 - \sqrt{7}}{2} \approx -0,82.$$

$$b) (2x - \sqrt{2})^2 - 1 = (x + 1)(x - 1);$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 2 \cdot 2x \cdot \sqrt{2} + 2 - 1 = x^2 - 1$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot x + 2 - 1 - x^2 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot x + 2 = 0$$

$$\text{Có: } a = 3; b' = -2\sqrt{2}; c = 2; \Delta' = b'^2 - ac = (-2\sqrt{2})^2 - 3 \cdot 2 = 2 > 0$$

Vì $\Delta' > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt là:

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{2}}{3} = \sqrt{2} \approx 1,41;$$

$$x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{3} \approx 0,47$$

$$c) 3x^2 + 3 = 2(x + 1)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3 = 2x + 2$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3 - 2x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 2x + 1 = 0$$

Phương trình có $a = 3$; $b' = -1$; $c = 1$; $\Delta' = b'^2 - ac = (-1)^2 - 3.1 = -2 < 0$

Vậy phương trình vô nghiệm.

d) $0,5x(x + 1) = (x - 1)^2$

$$\Leftrightarrow 0,5x^2 + 0,5x = x^2 - 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 - 0,5x^2 - 0,5x = 0$$

$$\Leftrightarrow 0,5x^2 - 2,5x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 2 = 0$$

Có $a = 1$; $b' = \frac{-5}{2}$; $c = 2$;

$$\Delta' = b'^2 - ac = \left(\frac{-5}{2}\right)^2 - 1.2 = \frac{17}{4} > 0$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \approx 4,56;$$

$$x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \approx 0,44.$$

Bài 19 (trang 49 SGK Toán 9 Tập 2):

Đố. Đố em biết vì sao khi $a > 0$ và phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm thì $ax^2 + bx + c > 0$ với mọi giá trị của x ?

Lời giải

$$\begin{aligned}
 & ax^2 + bx + c \\
 &= a \cdot \left(x^2 + \frac{b}{a} \cdot x \right) + c \\
 &= a \cdot \left[x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \right] + c \\
 &= a \cdot \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} \right] + c \\
 &= a \cdot \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c \\
 &= a \cdot \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}
 \end{aligned}$$

Ta có: $a > 0$ (gt), $\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 \geq 0$ với mọi $x, a, b \Rightarrow a \cdot \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 \geq 0$

Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm nên

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0$$

$$a > 0 \rightarrow \frac{b^2 - 4ac}{4a} < 0$$

$$\rightarrow -\frac{b^2 - 4ac}{4a} > 0$$

Vậy $ax^2 + bx + c = a \cdot \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} > 0$ với mọi x .

Bài 20 (trang 49 SGK Toán 9 Tập 2):

Giải các phương trình:

a) $25x^2 - 16 = 0;$

b) $2x^2 + 3 = 0$;

c) $4,2x^2 + 5,46x = 0$;

d) $4x^2 - 2\sqrt{3}x = 1 - \sqrt{3}$.

Lời giải

a) $25x^2 - 16 = 0$

$$\Leftrightarrow 25x^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{16}{25}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{5} \text{ hoặc } x = \frac{-4}{5}.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm

$$x_1 = \frac{4}{5} \text{ và } x_2 = \frac{-4}{5}.$$

b) $2x^2 + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow 2x^2 = -3$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{-3}{2}$$

Phương trình vô nghiệm vì $x^2 \geq 0$ với mọi x .

c) $4,2x^2 + 5,46x = 0$

$$\Leftrightarrow x.(4,2x + 5,46) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } 4,2x + 5,46 = 0$$

$$+\text{Nếu } 4,2x + 5,46 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-5,46}{4,2} = \frac{-13}{10}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm $x_1 = 0$ và $x_2 = -13/10$

d) $4x^2 - 2\sqrt{3}x = 1 - \sqrt{3}$.

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 2\sqrt{3}x - 1 + \sqrt{3} = 0$$

Có $a = 4$; $b' = -\sqrt{3}$; $c = -1 + \sqrt{3}$;

$$\Delta' = b'^2 - ac = (-\sqrt{3})^2 - 4(-1 + \sqrt{3}) = 7 - 4\sqrt{3} = 4 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = (2 - \sqrt{3})^2.$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}}{4} = \frac{1}{2};$$

$$x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}}{4} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$$

Bài 21 (trang 49 SGK Toán 9 Tập 2):

Giải vài phương trình của An Khô-va-ri-zmi (xem Toán 7, Tập 2, tr.26):

a) $x^2 = 12x + 288$;

b) $\frac{1}{12}x^2 + \frac{7}{12}x = 19$

Lời giải

a) $x^2 = 12x + 288$

$$\Leftrightarrow x^2 - 12x - 288 = 0$$

Có $a = 1$; $b' = -6$; $c = -288$; $\Delta' = b'^2 - ac = (-6)^2 - 1 \cdot (-288) = 324 > 0$

Phương trình có hai nghiệm:

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{6 + \sqrt{324}}{1} = 24;$$

$$x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{6 - \sqrt{324}}{1} = -12$$

Vậy phương trình có hai nghiệm $x_1 = 24$ và $x_2 = -12$.

$$b) \frac{1}{12}x^2 + \frac{7}{12}x = 19$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x = 228$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x - 228 = 0$$

$$\text{Có } a = 1; b = 7; c = -228; \Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4.1.(-228) = 961 > 0$$

Phương trình có hai nghiệm:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 + \sqrt{961}}{2.1} = 12;$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 - \sqrt{961}}{2.1} = -19.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm $x_1 = 12$ và $x_2 = -19$.

Bài 22 (trang 49 SGK Toán 9 Tập 2):

Không giải phương trình, hãy cho biết mỗi phương trình sau có bao nhiêu nghiệm?

$$a) 15x^2 + 4x - 2005 = 0;$$

$$b) -\frac{19}{5}x^2 - \sqrt{7}x + 1890 = 0$$

Phương pháp giải:

Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có a và c trái dấu, tức là $a.c < 0$ thì phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt. (Chú ý trang 45 SGK).

Lời giải

$$a) \text{ Phương trình } 15x^2 + 4x - 2005 = 0 \text{ có } a = 15; c = -2005 \text{ trái dấu}$$

\Rightarrow Phương trình có hai nghiệm phân biệt.

$$b) \text{ Phương trình } -\frac{19}{5}x^2 - \sqrt{7}x + 1890 = 0 \text{ có } a = -19/5; c = 1890 \text{ trái dấu}$$

\Rightarrow Phương trình có hai nghiệm phân biệt.

