

GIẢI BÀI TẬP SGK TOÁN LỚP 9 BÀI 6: CUNG CHỨA GÓC

Giải bài tập SGK Toán lớp 9 Tập 2 trang 84, 86, 87

Trả lời câu hỏi Toán 9 Tập 2 Bài 6 trang 84 (1):

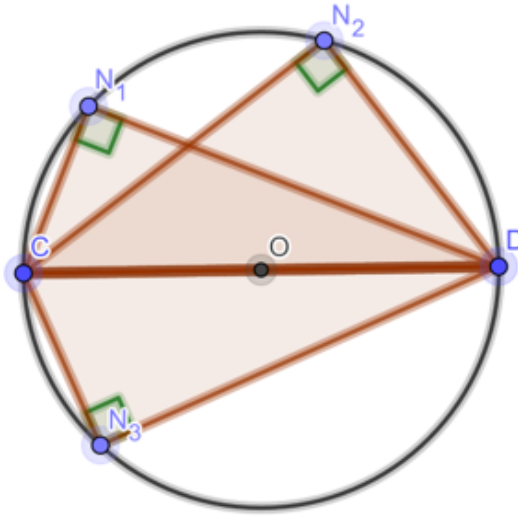
Cho đoạn thẳng CD

a) Vẽ ba điểm N_1, N_2, N_3 sao cho $\widehat{CN_1D} = \widehat{CN_2D} = \widehat{CN_3D} = 90^\circ$.

b) Chứng minh rằng các điểm N_1, N_2, N_3 nằm trên đường tròn đường kính CD.

Lời giải

Vẽ Hình



b) Vì Góc $\widehat{CN_1D} = 90^\circ$ nên góc $\widehat{CN_1D}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính CD hay N_1 nằm trên đường tròn đường kính CD

Tương tự như vậy ta chứng minh được N_2, N_3 nằm trên đường tròn đường kính CD

Vậy N_1, N_2, N_3 nằm trên đường tròn đường kính CD

Trả lời câu hỏi Toán 9 Tập 2 Bài 6 trang 84:

Vẽ một góc trên bìa cứng (chẳng hạn, góc 75°). Cắt ra, ta được một mẫu hình như phần gạch chéo ở hình 39. Đóng hai chiếc đỉnh A, B cách nhau 3cm trên một tấm gỗ phẳng.

Địch chuyển tấm bìa trong khe hở sao cho hai cạnh của góc luôn dính sát vào hai chiếc đinh A, B. Đánh dấu các vị trí $M_1, M_2, M_3, \dots, M_{10}$ của đỉnh góc ($\widehat{AM_1B} = \widehat{AM_2B} = \dots = \widehat{AM_{10}B} = 75^\circ$)

Qua thực hành, hãy dự đoán quỹ đạo chuyển động của điểm M.

Lời giải

Quỹ đạo chuyển động của điểm M là hai cung tròn đối xứng nhau qua dây AB

Bài 44 (trang 86 SGK Toán 9 Tập 2):

Cho tam giác ABC vuông ở A, có cạnh BC cố định. Gọi I là giao điểm của ba đường phân giác trong. Tìm quỹ tích điểm I khi A thay đổi.

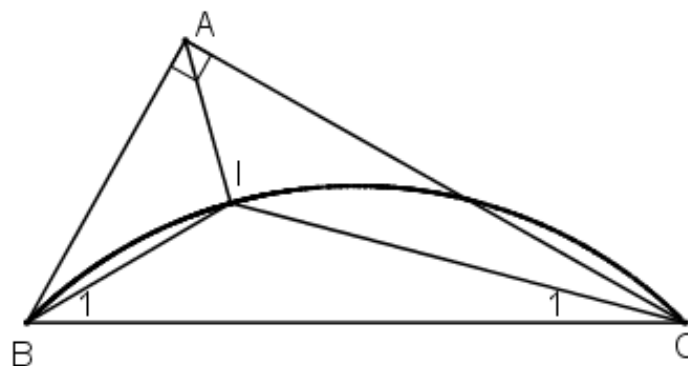
Phương pháp giải:

+ Thông thường, bài toán quỹ tích ta làm theo các bước :

- 1, Dự đoán quỹ tích
- 2, Chứng minh quỹ tích : gồm Phần thuận và Phần đảo
- 3, Kết luận.

+ Quỹ tích các điểm M thỏa mãn góc $AMB = \alpha$ (với A, B cố định, α không đổi) là cung chứa góc α dựng trên đoạn AB. (Cách dựng xem SGK).

Lời giải



* Dự đoán : Quỹ tích điểm I là cung chứa góc 135° dựng trên đoạn BC.

* Chứng minh :

Phần thuận : Chứng minh mọi điểm I thỏa mãn điều kiện trên đều thuộc cung chứa góc 135° dựng trên đoạn BC.

$$BI \text{ là phân giác } \widehat{ABC} \Rightarrow \widehat{B_1} = \frac{1}{2} \cdot \widehat{B}$$

$$CI \text{ là phân giác } \widehat{ACB} \Rightarrow \widehat{C_1} = \frac{1}{2} \cdot \widehat{C}$$

$$\begin{aligned} \Delta BIC \text{ có } \widehat{BIC} &= 180^\circ - (\widehat{B_1} + \widehat{C_1}) \\ &= 180^\circ - \frac{1}{2} \cdot (\widehat{B} + \widehat{C}). \end{aligned}$$

$$\text{Mà } \Delta ABC \text{ vuông tại } A \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BIC} = 135^\circ$$

\Rightarrow I thuộc cung chứa góc 135° dựng trên đoạn thẳng BC.

Phần đảo: Chứng minh mọi điểm I thuộc cung chứa góc 135° dựng trên đoạn BC, đều có tam giác ABC thỏa mãn điều kiện.

+ Lấy I trên cung chứa góc 135° dựng trên đoạn BC

+ Kẻ tia Bx sao cho BI là phân giác của góc CBx

+ Kẻ tia Cy sao cho CI là phân giác của góc BCy

+ Bx cắt Cy tại A.

Khi đó I là giao điểm của hai đường phân giác trong tam giác ABC

$$\begin{aligned}
 \widehat{BAC} &= 180^0 - (\widehat{B} + \widehat{C}) \\
 &= 180^0 - 2 \cdot (\widehat{IBC} + \widehat{ICB}) \\
 &= 180^0 - 2 \cdot (180^0 - \widehat{BIC}) \\
 &= 180^0 - 2 \cdot (180^0 - 135^0) \\
 &= 90^0 .
 \end{aligned}$$

Vậy ΔABC vuông tại A thỏa mãn đề bài.

Kết luận : Quỹ tích điểm I là toàn bộ cung chứa góc 135^0 dựng trên đoạn BC (khác B và C).

Bài 45 (trang 86 SGK Toán 9 Tập 2):

Cho các hình thoi ABCD có cạnh AB cố định. Tìm quỹ tích giao điểm O của hai đường chéo của các hình thoi đó.

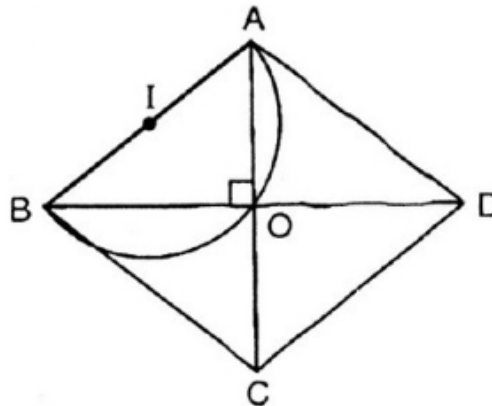
Phương pháp giải:

+ Thông thường, bài toán quỹ tích ta làm theo các bước:

- 1, Dự đoán quỹ tích
- 2, Chứng minh quỹ tích: gồm Phần thuận và Phần đảo
- 3, Kết luận.

+ Quỹ tích các điểm nhìn đoạn thẳng AB cho trước dưới một góc vuông là đường tròn đường kính AB.

Lời giải



Dự đoán: Quỹ tích cần tìm là nửa đường tròn đường kính AB.

Chứng minh phần thuận:

ABCD là hình thoi

⇒ $AC \perp BD$ (hình thoi có 2 đường chéo vuông góc với nhau)

⇒ góc AOB = 90°

Vậy quỹ tích của O là nửa đường tròn đường kính AB.

Chứng minh phần đảo: Chứng minh với mọi điểm O thuộc nửa đường tròn đường kính AB ta đều có hình thoi ABCD thỏa mãn đề bài.

+ Lấy điểm O thuộc nửa đường tròn đường kính AB

+ Lấy C đối xứng với A qua O

+ Lấy D đối xứng với B qua O.

Tứ giác ABCD có AC cắt BD tại O là trung điểm mỗi đường

⇒ ABCD là hình bình hành.

Mà O thuộc nửa đường tròn đường kính AB

⇒ góc AOB = 90°

⇒ $AC \perp DB$

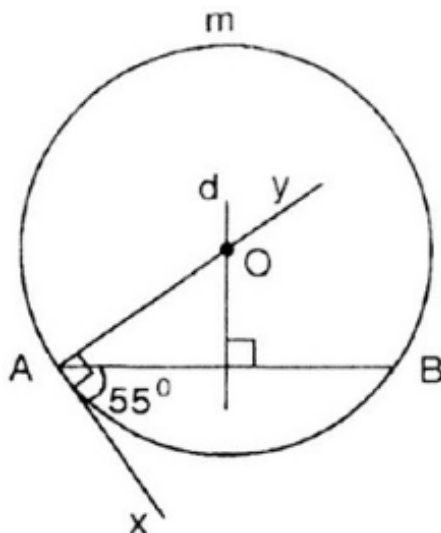
⇒ Hình bình hành ABCD là hình thoi.

Kết luận: Quỹ tích điểm O là nửa đường tròn đường kính AB (khác A và B)

Bài 46 (trang 86 SGK Toán 9 Tập 2):

Dựng một cung chứa góc 55° trên đoạn thẳng $AB = 3\text{cm}$.

Lời giải



Cách dựng:

- + Dựng đoạn thẳng $AB = 3\text{cm}$.
 - + Dựng góc $xAB = 55^\circ$
 - + Dựng tia Ay vuông góc với tia Ax.
 - + Dựng đường trung trực d của đoạn thẳng AB.
 - + d cắt Ay tại O.
 - + Dựng đường tròn tâm O, bán kính OA.
- Cung AmB là cung chứa góc 55° cần dựng.

Chứng minh:

- + O thuộc đường trung trực của AB
- $\Rightarrow OA = OB$
- $\Rightarrow B$ thuộc đường tròn $(O; OA)$.

$Ax \perp AO \Rightarrow Ax$ là tiếp tuyến của $(O; OA)$.

$\Rightarrow \widehat{BAx}$ là góc tạo bởi tiếp tuyến Ax và dây AB

Lấy $M \in \widehat{AmB} \Rightarrow \widehat{AMB}$ là góc nội tiếp chắn cung nhỏ AB

$\Rightarrow \widehat{BAx} = \widehat{AMB}$

$\Rightarrow \widehat{AMB} = 55^\circ$.

$\Rightarrow AmB$ là cung chứa góc 55° dựng trên đoạn $AB = 3\text{cm}$.

Kết luận: Bài toán có một nghiệm hình.

Bài 47 (trang 86 SGK Toán 9 Tập 2):

Gọi cung chứa góc 55° ở bài tập 46 là cung AmB . Lấy điểm M_1 nằm bên trong và điểm M_2 nằm bên ngoài đường tròn chứa cung này sao cho M_1, M_2 và cung AmB nằm cùng một phía đối với đường thẳng AB . Chứng minh rằng:

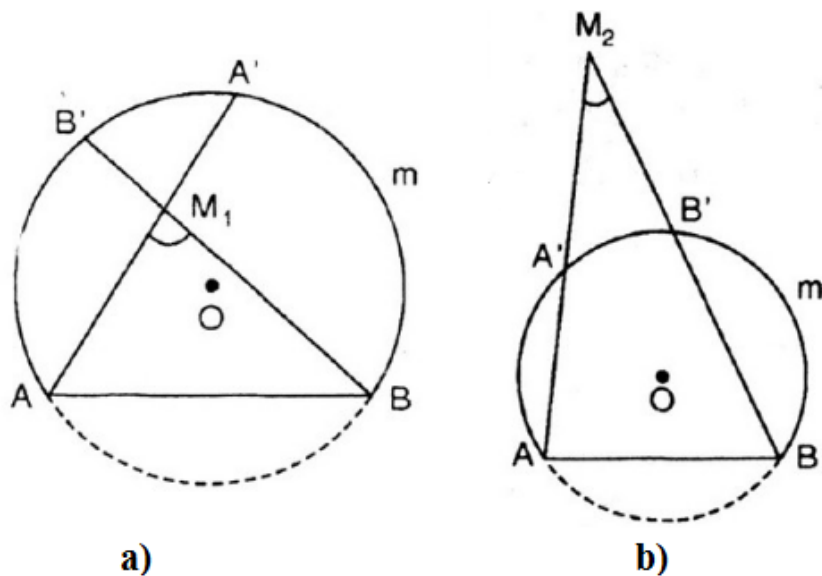
a) $\widehat{AM_1B} > 55^\circ$; b) $\widehat{AM_2B} < 55^\circ$

Phương pháp giải:

+ Số đo của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn

+ Số đo của góc có đỉnh nằm bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo hai cung bị chắn

Lời giải



a) hình a

M_1 là điểm bất kì nằm trong cung chứa góc 55°

Gọi A' và B' lần lượt là giao điểm của M_1A , M_1B với đường tròn.

Vì góc $\widehat{AM_1B}$ là góc có đỉnh nằm trong đường tròn nên:

$$\widehat{AM_1B} = \frac{1}{2} \cdot (\text{sđ } \widehat{AB} + \text{sđ } \widehat{A'B'}) = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AB} + \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{A'B'}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 110^\circ + (\text{một số dương})$$

$$= 55^\circ + (\text{một số dương}) > 55^\circ \text{ (điều phải chứng minh)}$$

b) hình b)

Điểm M_2 là điểm nằm ngoài đường tròn

Gọi M_2A và M_2B cắt đường tròn lần lượt tại A' , B' .

Vì góc $\widehat{AM_2B}$ là góc có đỉnh nằm ngoài đường tròn nên:

$$\widehat{AM_2B} = \frac{1}{2} \cdot (\text{sđ } \widehat{AB} - \text{sđ } \widehat{A'B'}) = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AB} - \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{A'B'}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 110^\circ - (\text{một số dương})$$

$$= 55^\circ - (\text{một số dương}) < 55^\circ \text{ (điều phải chứng minh)}$$

Bài 48 (trang 87 SGK Toán 9 Tập 2):

Cho hai điểm A, B cố định. Từ A vẽ các tiếp tuyến với các đường tròn tâm B có bán kính không lớn hơn AB. Tìm quỹ tích các tiếp điểm.

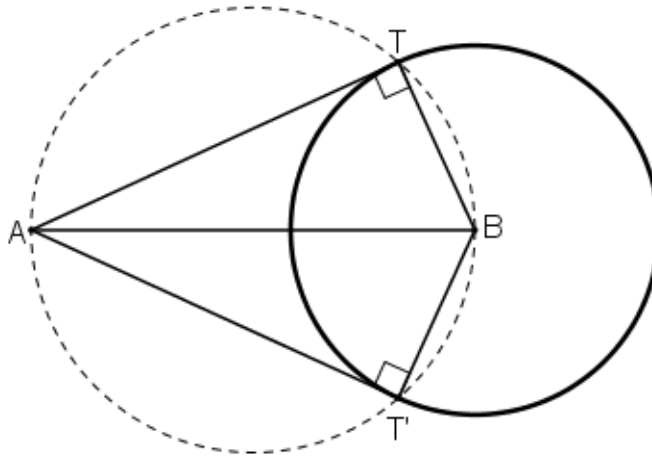
Phương pháp giải:

+ Thông thường, bài toán quỹ tích ta làm theo các bước:

- 1, Dự đoán quỹ tích
- 2, Chứng minh quỹ tích: gồm Phần thuận và Phần đảo
- 3, Kết luận.

+ Quỹ tích các điểm nhìn đoạn thẳng AB cho trước dưới một góc vuông là đường tròn đường kính AB.

Lời giải



Dự đoán: Quỹ tích là đường tròn đường kính AB.

Chứng minh:

+ Phần thuận:

AT là tiếp tuyến của đường tròn tâm B

$\Rightarrow AT \perp BT$

$\Rightarrow \text{góc } ATB = 90^\circ$

⇒ T thuộc đường tròn đường kính AB.

+ Phần đảo:

Lấy T thuộc đường tròn đường kính AB

⇒ góc ATB = 90°

⇒ AT ⊥ TB và BT < AB

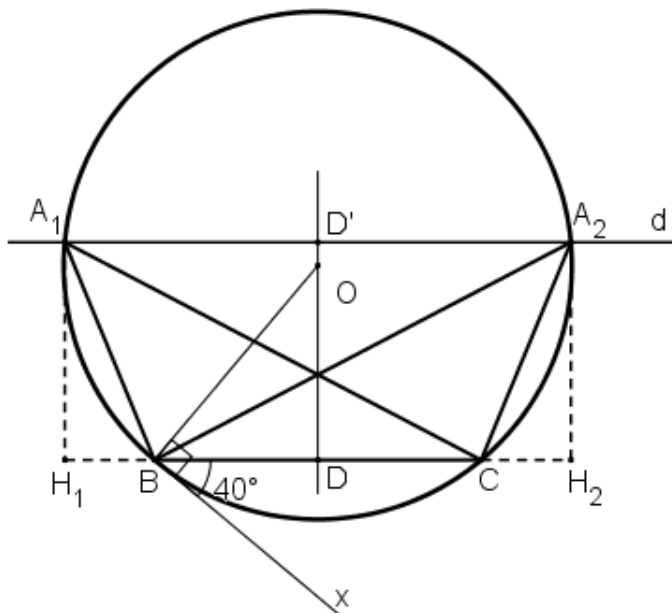
⇒ AT tiếp xúc với đường tròn tâm B, bán kính BT < BA.

Kết luận: Quỹ tích các tiếp điểm là đường tròn đường kính AB.

Bài 49 (trang 87 SGK Toán 9 Tập 2):

Dựng tam giác ABC, biết BC = 6cm, góc A = 40° và đường cao AH = 4cm.

Lời giải



Cách dựng:

+ Dựng đoạn thẳng BC = 6cm.

+ Dựng cung chứa góc 40° trên đoạn thẳng BC (trung tự bài 46) :

Dựng tia Bx sao cho góc CBx = 40°

Dựng tia By ⊥ Bx.

Dựng đường trung trực của BC cắt By tại O.

Dựng đường tròn (O; OB).

Cung lớn BC chính là cung chứa góc 40° dựng trên đoạn BC.

+ Dựng đường thẳng d song song với BC và cách BC một đoạn 4cm:

Lấy D là trung điểm BC.

Trên đường trung trực của BC lấy D' sao cho $DD' = 4\text{cm}$.

Dựng đường thẳng d đi qua D' và vuông góc với DD' .

+ Đường thẳng d cắt cung lớn BC tại A.

Ta được ΔABC cần dựng.

Chứng minh:

+ Theo cách dựng có $BC = 6\text{cm}$.

+ $A \in$ cung chứa góc 40° dựng trên đoạn BC

\Rightarrow góc BAC = 40°

+ $A \in d$ song song với BC và cách BC 4cm

$\Rightarrow AH = DD' = 4\text{cm}$.

Vậy ΔABC thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Biện luận: Do d cắt cung lớn BC tại hai điểm nên bài toán có hai nghiệm hình.

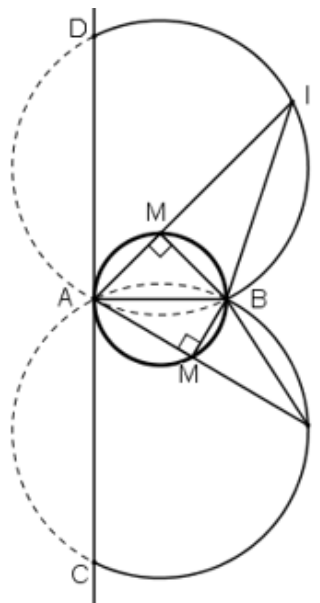
Bài 50 (trang 87 SGK Toán 9 Tập 2):

Cho đường tròn đường kính AB cố định, M là một điểm chạy trên đường tròn. Trên tia đối của tia MA lấy điểm I sao cho $MI = 2MB$.

a) Chứng minh góc AIB không đổi

b) Tìm tập hợp các điểm I nói trên

Lời giải



a) $M \in$ đường tròn đường kính AB

$$\Rightarrow \widehat{AMB} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BMI} = 90^\circ$$

ΔBMI vuông tại M

$$\Rightarrow \tan I = MB / MI = 1/2$$

$$\Rightarrow \hat{I} \approx 26^\circ 34'$$

Vậy góc \widehat{AIB} không đổi.

b) Dự đoán: Quỹ tích điểm I là hai cung DB và BC là các cung chứa góc $26^\circ 34'$ dựng trên đoạn AB.

Chứng minh:

+ Phần thuận :

Theo phần a): $\widehat{AIB} = 26^\circ 34'$ không đổi

I nằm trên cung chứa góc $26^\circ 34'$ dựng trên đoạn AB cố định

Kẻ tiếp tuyến của đường tròn tại A cắt hai cung chứa góc $26^\circ 34'$ dựng trên đoạn AB tại C và D

Khi M di động trên đường tròn đường kính AB cố định thì I di động trên cung BC và BD
 \Rightarrow I nằm trên hai cung BD và BC chứa góc $26^{\circ}34'$ dựng trên đoạn AB cố định.

+ Phần đảo:

Lấy điểm I bất kỳ nằm trên hai cung BD và BC nhìn AB dưới 1 góc $26^{\circ}34'$.

AI cắt đường tròn đường kính AB tại M.

$$\Rightarrow \widehat{AMB} = 90^{\circ}$$

$$\Rightarrow \Delta MBI \text{ có } \widehat{BMI} = 90^{\circ}$$

$$\Rightarrow BM/MI = \tan I = 1/2.$$

$$\Rightarrow BM/MI = \tan I = 1/2.$$

Kết luận: Quỹ tích điểm I là hai cung BD và BC nhìn AB dưới góc $26^{\circ}34'$ (hình vẽ).

Bài 51 (trang 87 SGK Toán 9 Tập 2):

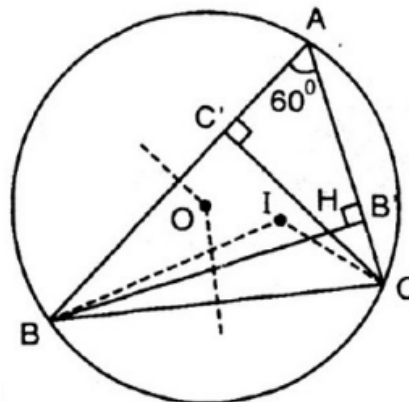
Cho I, O lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC với $A = 60^{\circ}$. Gọi H là giao điểm của các đường cao BB' và CC'.

Chứng minh các điểm B, C, O, H, I cùng thuộc một đường tròn.

Phương pháp giải:

+ Các điểm cùng nhìn một đoạn thẳng cố định dưới cùng một góc α thì đều thuộc cùng một đường tròn.

Lời giải



+ Xét trên đường tròn (O):

\widehat{BOC} là góc ở tâm chắn cung BC

\widehat{BAC} là góc nội tiếp chắn cung BC

$$\Rightarrow \widehat{BOC} = 2 \cdot \widehat{BAC} = 120^\circ.$$

+ Tứ giác AC'HB' có:

$$\widehat{A} + \widehat{B'} + \widehat{C'} + \widehat{B'HC'} = 360^\circ$$

$$\text{Mà } \widehat{B'} = \widehat{C'} = 90^\circ; \widehat{A} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{B'HC'} = 120^\circ$$

Do đó, $\widehat{BHC} = \widehat{B'HC'} = 120^\circ$ (hai góc đối đỉnh)

$$\begin{aligned} + \Delta BIC \text{ có: } \widehat{BIC} &= 180^\circ - (\widehat{IBC} + \widehat{ICB}) \\ &= 180^\circ - \frac{1}{2} \cdot (\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) \\ &= 180^\circ - \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - \widehat{A}) \\ &= 180^\circ - \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - 60^\circ) \\ &= 120^\circ. \end{aligned}$$

Ta có: $\widehat{BOC} = \widehat{BIC} = \widehat{BHC} = 120^\circ$

\Rightarrow B, O, I, H, C cùng thuộc đường tròn chứa cung 120° dựng trên đoạn BC.

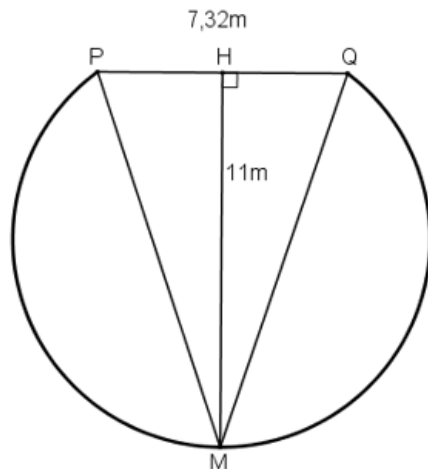
Bài 52 (trang 87 SGK Toán 9 Tập 2):

"Góc sút" của quả phạt đền 11 mét là bao nhiêu độ? Biết rằng chiều rộng cầu môn là 7,32m. Hãy chỉ ra hai vị trí khác trên sân có cùng "góc sút" như quả phạt đền 11 mét.

Phương pháp giải:

+ Trong một tam giác vuông, $\tan \alpha = \text{cạnh đối} / \text{cạnh huyền}$.

Lời giải



Gọi vị trí đặt quả bóng để sút phạt đền là M, và bề ngang cầu môn là PQ thì M nằm trên đường trung trực của PQ.

Gọi H là trung điểm của PQ, ta có:

$$HP = HQ = \frac{PQ}{2} = 3,66$$

Gọi $\widehat{PMH} = \alpha$.

Do M nằm trên đường trung trực của PQ nên MH vuông góc PQ.

Tam giác MPH vuông tại H, áp dụng tỉ số lượng giác trong tam giác vuông ta có:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{PH}{HM} = \frac{3,66}{11} \approx 0,333 \text{ nên } \alpha = 18^{\circ}36'$$

Vậy góc sút phạt đền là $2\alpha \approx 37^{\circ}12'$

+ Vẽ cung chứa góc $37^{\circ}12'$ dựng trên đoạn thẳng PQ. Bất cứ điểm nào trên cung vừa vẽ cũng có cùng “góc sút” như quả phạt đền 11m.