

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài I (2 điểm). Cho các biểu thức

$$P = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3} + \frac{x+\sqrt{x}+6}{9-x} \text{ và } Q = \frac{5-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + 1 \text{ với } x > 0; x \neq 9$$

- Tính giá trị Q khi $x = 4$.
- Rút gọn P .
- Với $Q > 0$, hãy so sánh P và $\frac{1}{2}$.

Bài II (2,5 điểm).

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một đám đất hình chữ nhật có chu vi là 104 mét. Nếu giữ nguyên chiều dài và tăng chiều rộng để mảnh đất trở thành hình vuông thì diện tích mảnh đất tăng lên 240 mét vuông. Tính diện tích mảnh vườn ban đầu.

2. Bài toán thực tế.

Một cốc thủy tinh chứa nước có dạng hình trụ tròn có đường kính đáy là 8 cm. Người ta bỏ thêm vào cốc nước 10 viên đất nặn (đặc) hình lập phương (như hình bên) có cạnh là 2 cm.

Hỏi sau khi thêm đất nặn vào thì mực nước dâng lên thêm bao nhiêu cm so với ban đầu.

(Biết bề dày thành cốc không đáng kể, đất nặn chìm hoàn toàn trong nước, lấy $\pi = 3,14$ và làm tròn kết quả đến số thập phân thứ 2)



Bài III (2 điểm).

1. Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} + \frac{1}{y+2} = \frac{3}{2} \\ 2\sqrt{x+2} - \frac{3}{2(y+2)} = \frac{19}{4} \end{cases}$$

2. Trên mặt phẳng tọa độ xOy , cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x - m + 1$

a. Tìm m để (P) cắt (d) tại một điểm có hoành độ bằng -2 . Tìm tọa độ giao điểm còn lại.

b. Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $\frac{x_1}{x_1^2 + 2x_1 + 1} + \frac{x_2}{x_2^2 + 2x_2 + 1} = \frac{1}{4}$.

Bài IV (3 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp (O) ($AB < AC$). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Đường thẳng BH cắt (O) tại giao điểm thứ hai là G , đường thẳng BO cắt AC và cắt đường tròn (O) lần lượt tại M, K (K khác B).

1. Chứng minh: tứ giác $AEDB$ và $AEHF$ là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh: $\widehat{BHF} = \widehat{BAC}$ và tam giác AHG cân.

3. Gọi I là giao điểm của BE và FD , đường thẳng qua I vuông góc với BC cắt AB tại điểm N .

Chứng minh: $\frac{BH}{BK} = \frac{BF}{BC}$ và $NE \parallel AG$.

Bài V (0,5 điểm). Với a, b các số thực không âm thỏa mãn $a^2 + b^2 = 4$, tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{3-a^2} + \sqrt{3-b^2}$.

Chúc em làm bài tốt!