GIẢI BÀI TẬP SGK TOÁN LỚP 9 BÀI 8: ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP. ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP

Giải bài tập Toán lớp 9 SGK Tập 2 trang 91, 92

Trả lời câu hỏi Toán 9 Tập 2 Bài 8 trang 91:

a) Vẽ đường tròn tâm O bán kính R = 2cm.

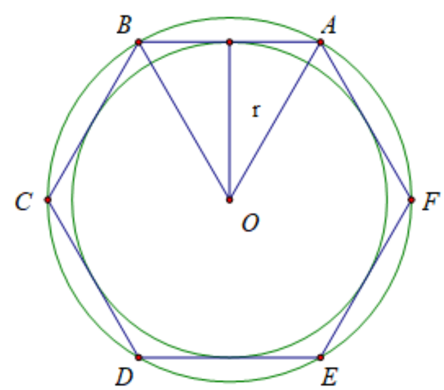
b) Vẽ một lục giác đều ABCDEF có tất cả các đỉnh nằm trên đường tròn (O).

c) Vì sao tâm O cách đều các cạnh của lục giác đều ? Gọi khoảng cách này là r.

d) Vẽ đường tròn (O; r).

Lời giải

a)



b) Cách vẽ lục giác đều có tất cả các đỉnh nằm trên đường tròn (O)

Vẽ các dây cung AB = BC = CD = DE = EF = FA = R = 2 cm

(Ta đã nêu được cách chia đường tròn thành sáu cung bằng nhau tại bài tập 10 SGK trang 71)

c) Vì các dây cung AB = BC = CD = DE = EF = FA bằng nhau nên khoảng cách từ O đến các dây là bằng nhau (định lý liên hệ giữa dây cung và khoảng cách từ tâm đến dây)

Bài 61 (trang 91 SGK Toán 9 Tập 2):

a) Vẽ đường tròn tâm O, bán kính 2cm.

b) Vẽ hình vuông nội tiếp đường tròn (O) ở câu a).

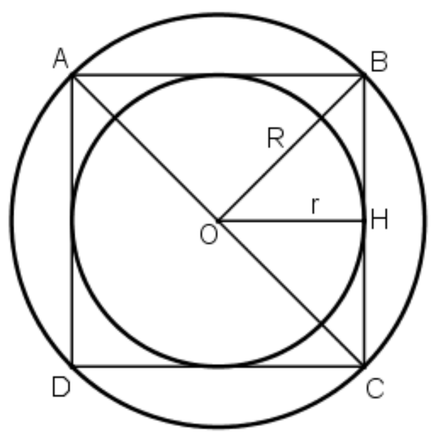
c) Tính bán kính r của đường tròn nội tiếp hình vuông ở câu b) rồi vẽ đường tròn (O; r).

Phương pháp giải:

+ Đường tròn ngoại tiếp đa giác nếu đường tròn đó đi qua tất cả các đỉnh của đa giác. Khi đó ta nói đa giác nội tiếp đường tròn.

+ Đường tròn nội tiếp đa giác là đường tròn tiếp xúc với tất cả các cạnh của đa giác. Khi đó ta nói đa giác ngoại tiếp đường tròn.

Lời giải



a) Chọn điểm O là tâm, mở compa có độ dài 2cm vẽ đường tròn tâm O, bán kính 2cm.

b) Vẽ đường kính AC và BD vuông góc với nhau. Nối A với B, B với C, C với D, D với A ta được tứ giác ABCD là hình vuông nội tiếp đường tròn (O; 2cm).

c) Vẽ $OH \perp BC$.

$\Rightarrow$ OH là khoảng cách từ từ tâm O đến BC

Vì AB = BC = CD = DA (ABCD là hình vuông) nên khoảng cách từ tâm O đến AB, BC, CD, DA bằng nhau (định lý lien hệ giữa dây cung và khoảng cách từ tâm đến dây)

$\Rightarrow$ O là tâm đường tròn nội tiếp hình vuông ABCD

OH là bán kính r của đường tròn nội tiếp hình vuông ABCD.

Tam giác vuông OBC có OH là đường trung tuyến $\Rightarrow$ OH = 1/2BC = BH.

Xét tam giác vuông OHB có: $r^2 + r^2 = OB^2 = 2^2 \Rightarrow 2r^2 = 4 \Rightarrow r^2 = 2 \Rightarrow r = \sqrt{2}$(cm)

Vẽ đường tròn (O; OH). Đường tròn này nội tiếp hình vuông, tiếp xúc bốn cạnh hình vuông tại các trung điểm của mỗi cạnh.

Bài 62 (trang 91 SGK Toán 9 Tập 2):

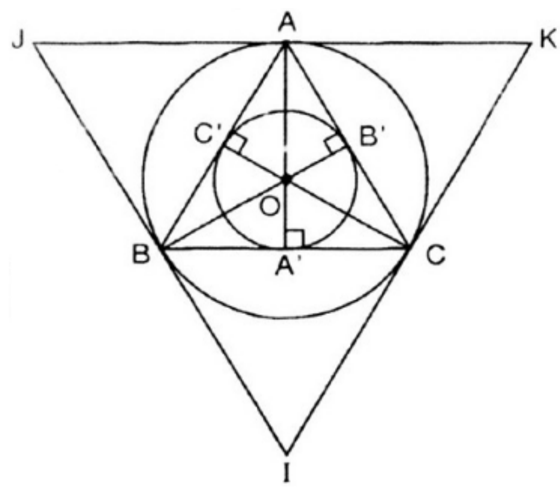
a) Vẽ tam giác đều ABC cạnh a = 3cm.

b) Vẽ tiếp đường tròn (O; R) ngoại tiếp tam giác đều ABC. Tính R.

c) Vẽ tiếp đường tròn (O; r) nội tiếp tam giác đều ABC. Tính r.

d) Vẽ tiếp tam giác đều IJK ngoại tiếp đường tròn (O; R).

Lời giải



a) Vẽ tam giác đều ABC có cạnh bằng 3cm (dùng thước thẳng và compa).

+ Dựng đoạn thẳng AB = 3cm .

+Dựng cung tròn (A, 3) và cung tròn (B, 3). Hai cung tròn này cắt nhau tại điểm C.

Nối A với C, B với C ta được tam giác đều ABC cạnh 3cm.

b) * Vẽ đường tròn:

Tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC là giao điểm của ba đường trung trực.

Dựng đường trung trực của đoạn thẳng BC và CA.

Hai đường trung trực cắt nhau tại O.

Vẽ đường tròn tâm O, bán kính OA = OB = OC ta được đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

* Tính bán kính đường tròn.

+ Gọi A' là trung điểm BC ⇒ A'C = BC/2 = a/2.

và AA' ⊥ BC

$$\Rightarrow AA' = \sqrt{AC^2 - A'C^2}$$

$$= \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

+ Do tam giác ABC là tam giác đều nên 3 đường trung trực đồng thời là ba đường trung tuyến

=> Giao điểm ba đường trung trực cũng là giao điểm ba đường trung tuyến

Suy ra O là trọng tâm tam giác ABC.

$$\Rightarrow OA = \frac{2}{3}.AA' = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{a}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}\ (cm)$$

Vậy R = $\sqrt{3}$ (cm).

c) * Vẽ đường tròn:

Gọi A'; B'; C' lần lượt là chân đường phân giác trong ứng với các góc $\widehat{BAC}, \widehat{ABC}, \widehat{ACB}$

Do tam giác ABC là tam giác đều nên A'; B'; C' đồng thời là trung điểm BC; CA; AB.

Đường tròn (O; r) là đường tròn tâm O; bán kính OA' = OB' = OC'.

* Tính r:

$$r = OA' = \frac{1}{3}.AA' = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\ (cm)$$

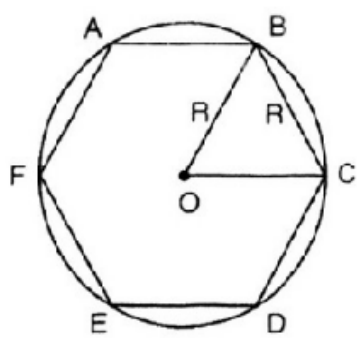
Vậy $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.

d) Vẽ các tiếp tuyến với đường tròn (O; R) tại A, B, C. Ba tiếp tuyến này cắt nhau tại I, J, K. Ta có ΔIJK là tam giác đều ngoại tiếp (O; R).

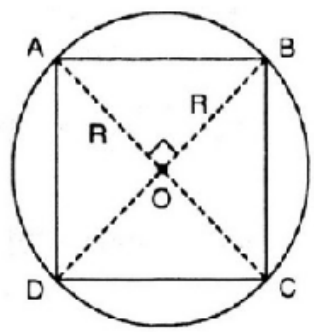
Bài 63 (trang 92 SGK Toán 9 Tập 2):

Vẽ hình lục giác đều, hình vuông, tam giác đều cùng nội tiếp đường tròn (O; R) rồi tính cạnh của các hình đó theo R.

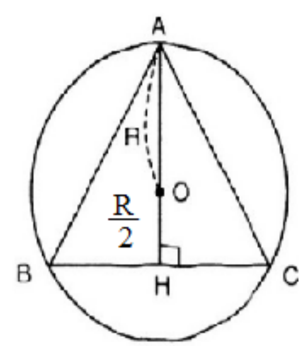
Lời giải



Hình a

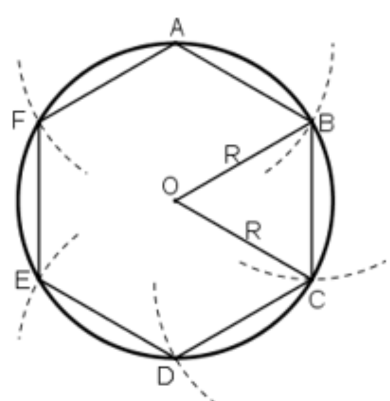


Hình b



Hình c

a)



* Vẽ lục giác đều nội tiếp (O; R) :

+ Lấy điểm A trên (O ; R).

+ Vẽ cung tròn (A; R) cắt (O; R) tại B và F => AB = AF = R

+ Vẽ cung tròn (B; R) cắt (O; R) tại C (khác A) => BC = R

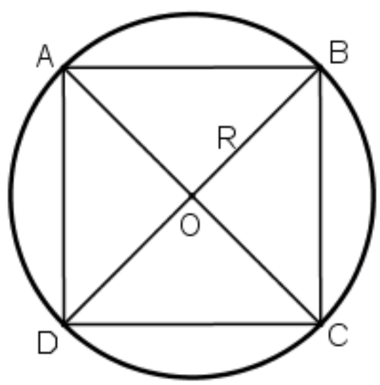
+ Vẽ cung tròn (C; R) cắt (O; R) tại D (khác B) => CD = R

+ Vẽ cung tròn (D; R) cắt (O; R) tại E (khác C)=> DE = R

ABCDEF là lục giác đều cần vẽ.

* Tính cạnh: AB = BC = CD = DE = EF = FA = R.

b)



* Vẽ hình vuông :

+ Vẽ đường kính AC của đường tròn tâm O.

+ Vẽ đường kính BD ⊥ AC

Tứ giác ABCD có hai đường chéo bằng nhau, vuông góc với nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên là hình vuông.

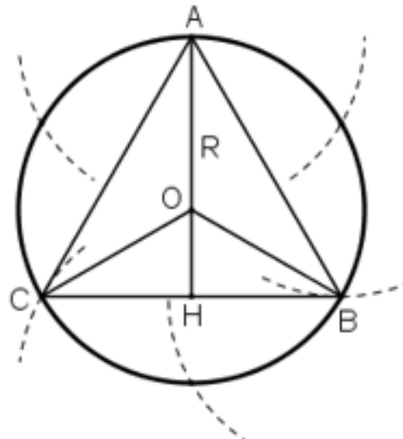
Nối A với B ; B với C ; C với D với A ta được hình vuông ABCD nội tiếp đường tròn (O).

* Tính cạnh :

ΔAOB vuông tại O

$\Rightarrow AB = \sqrt{AO^2 + OB^2} = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$

c)



* Vẽ tam giác đều:

Chia đường tròn thành 6 cung bằng nhau như phần a).

Nối các điểm như hình vẽ ta được tam giác đều nội tiếp đường tròn.

* Tính cạnh tam giác :

Gọi cạnh ΔABC đều là a.

Gọi H là trung điểm BC

⇒ HB = a/2

$$\Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Tam giác ABC là tam giác đều có O là tâm đường tròn ngoại tiếp đồng thời là trọng tâm tam giác

$$\Rightarrow OA = \frac{2}{3}.AH = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Mà OA = R ⇒ a = R√3.

Bài 64 (trang 92 SGK Toán 9 Tập 2):

Trên đường tròn bán kính R lần lượt đặt theo cùng một chiều, kể từ điểm A, ba cung AB, BC, CD sao cho

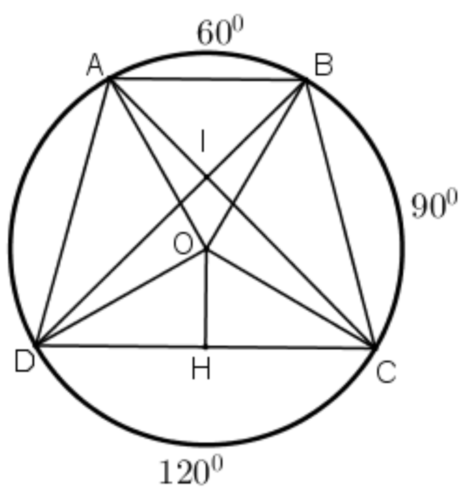
sđ$\overset{\frown}{AB} = 60^0$, sđ$\overset{\frown}{BC} = 90^0$ và sđ$\overset{\frown}{CD} = 120^0$.

a) Tứ giác ABCD là hình gì?

b) Chứng minh rằng hai đường chéo của tứ giác ABCD vuông góc với nhau.

c) Tính độ dài các cạnh của tứ giác ABCD theo R.

Lời giải



a)

+ $\widehat{BAD}$ là góc nội tiếp chắn cung $\overset{\frown}{BCD}$

$$\Rightarrow \widehat{BAD} = \frac{1}{2}.\text{sđ}\overset{\frown}{BCD}$$

$$= \frac{1}{2}.(\text{sđ }\overset{\frown}{BC} + \text{sđ}\overset{\frown}{CD})$$

$$= \frac{1}{2}.\left(90^0 + 120^0\right) = 105^0.$$

+ $\widehat{ADC}$ là góc nội tiếp chắn cung $\overset{\frown}{ABC}$

$\Rightarrow \widehat{BCD} = \frac{1}{2}.sđ\overset{\frown}{BAD}$

$= \frac{1}{2}.(sđ\ \overset{\frown}{BA} + sđ\ \overset{\frown}{AD})$

$= \frac{1}{2}.(60^0 + 90^0) = 75^0$

$\Rightarrow \widehat{BCD} = \widehat{ADC}$

$\Rightarrow$ Hình thang ABCD cân.

b) Gọi $AC \cap DB = I$

Góc $\widehat{AIB}$ có đỉnh I nằm bên trong

đường tròn

$\Rightarrow \widehat{AIB} = \frac{1}{2}.(sđ\overset{\frown}{AB} + sđ\ \overset{\frown}{CD})$

$= \frac{1}{2}.\left(60^0 + 120^0\right) = 90^0$

$\Rightarrow AI \perp BI$ hay $AC \perp BD$ (đpcm).

c) + ΔOAB có

OA = OB; $\widehat{AOB}$ = sđ $\overset{\frown}{AB}$ = 60^0.

⇒ ΔOAB đều

⇒ AB = OA = OB = R.

+ ΔOBC có $\widehat{BOC}$ = sđ $\overset{\frown}{BC}$ = 90^0; OB = OC = R.

Áp dụng định lí Pytago vào tam giác OBC ta có:

$BC^2 = OB^2 + OC^2 = R^2 + R^2 = 2R^2$

⇒ BC = $R\sqrt{2}$.

+ ABCD là hình thang cân

⇒ AD = BC = $R\sqrt{2}$.

+ Gọi H là trung điểm CD.

Ta có : OD = OC

⇒ ΔOCD cân tại O

⇒ OH đồng thời là đường cao và đường phân giác

Mà $\widehat{DOC}$ = sđ $\overset{\frown}{DC}$ = 120^0

$\Rightarrow \widehat{DOH} = \frac{1}{2}.\widehat{DOC} = 60^0$

ΔODH vuông, áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có

$DH = OD.\sin\widehat{DOH} = R.\sin 60^0 = \frac{R\sqrt{3}}{2}$

⇒ CD = 2.DH = $R\sqrt{3}$.