

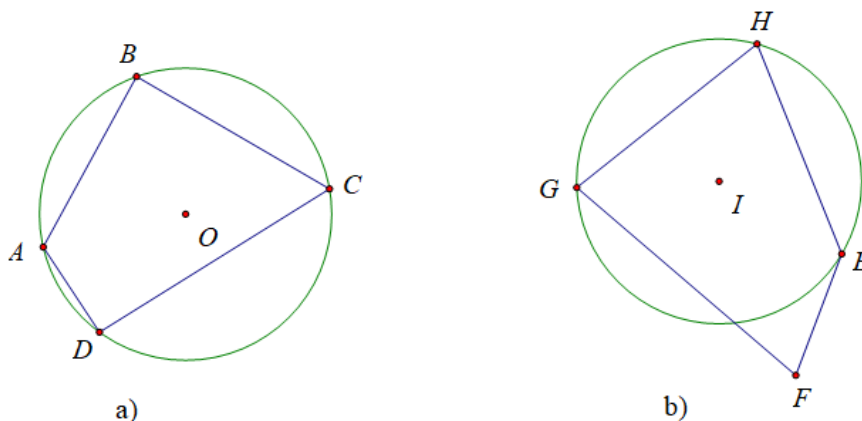
GIẢI BÀI TẬP SGK TOÁN LỚP 9 BÀI 7: TỨ GIÁC NỘI TIẾP

Giải bài tập SGK Toán lớp 9 trang 87, 88, 89, 90

Trả lời câu hỏi Toán 9 Tập 2 Bài 7 trang 87:

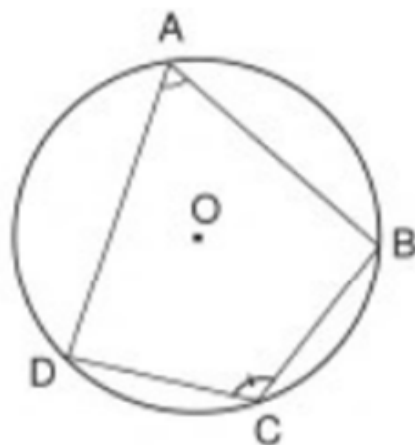
- Vẽ một đường tròn tâm O rồi vẽ một tứ giác có tất cả các đỉnh nằm trên đường tròn đó.
- Vẽ một đường tròn tâm I rồi vẽ một tứ giác có ba đỉnh nằm trên đường tròn đó còn đỉnh thứ tư thì không.

Lời giải



Trả lời câu hỏi Toán 9 Tập 2 Bài 7 trang 88:

Xem hình 45. Hãy chứng minh định lý trên.



Hình 45

Lời giải

Theo tính chất góc nội tiếp chắn cung, ta có:

$$\widehat{BAD} = \frac{1}{2} sđ\widehat{BCD}$$

$$\widehat{BCD} = \frac{1}{2} sđ\widehat{BAD}$$

$$\Rightarrow \widehat{BAD} + \widehat{BCD}$$

$$= \frac{1}{2} (sđ\widehat{BCD} + sđ\widehat{BAD})$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 360^\circ = 180^\circ$$

Vậy $\widehat{BAD} + \widehat{BCD} = 180^\circ$

Vậy trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối nhau bằng 180°

Bài 53 (trang 89 SGK Toán 9 Tập 2):

Biết ABCD là tứ giác nội tiếp. Hãy điền vào ô trống trong bảng sau (nếu có thể):

Trường hợp Góc	1)	2)	3)	4)	5)	6)
\widehat{A}	80°		60°			95°
\widehat{B}	70°			40°	65°	
\widehat{C}		105°			74°	
\widehat{D}		75°				98°

Phương pháp giải:

Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối nhau bằng 180° .

Lời giải

Tứ giác nội tiếp có tổng hai góc đối bằng 180° nên:

$$\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \text{ và } \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

- Điền vào ô trống:

Trường hợp Góc	1)	2)	3)	4)	5)	6)
\hat{A}	80°	75°	60°	100°	106	95°
\hat{B}	70°	105°	70°	40°	65°	82°
\hat{C}	100°	105°	120°	80°	74°	85°
\hat{D}	110°	75°	110°	140°	115	98°

- Cách tính:

- Trường hợp 1:

$$\text{Ta có: } \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - \hat{A} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{D} = 180^\circ - \hat{B} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

- Trường hợp 2:

$$\text{Ta có } \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - \hat{C} = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - \hat{D} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

- Trường hợp 3:

$$\text{Ta có: } \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - \hat{A} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\text{Còn lại: } \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

$$\text{Chẳng hạn chọn } \hat{B} = 70^\circ, \hat{D} = 110^\circ$$

- Trường hợp 4:

$$\widehat{D} = 180^\circ - \widehat{B} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

Còn lại: $\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$.

Chẳng hạn chọn $\widehat{A} = 100^\circ$, $\widehat{C} = 80^\circ$

- Trường hợp 5:

$$\widehat{A} = 180^\circ - \widehat{C} = 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$$

$$\widehat{D} = 180^\circ - \widehat{B} = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

- Trường hợp 6:

$$\widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$$

$$\widehat{B} = 180^\circ - \widehat{D} = 180^\circ - 98^\circ = 82^\circ$$

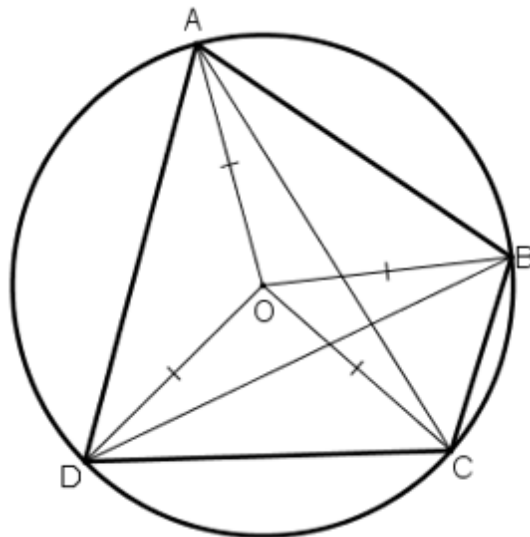
Bài 54 (trang 89 SGK Toán 9 Tập 2):

Tứ giác ABCD có góc $ABC + \text{góc } ADC = 180^\circ$. Chứng minh rằng các đường trung trực của AC, BD, AB cùng đi qua một điểm.

Phương pháp giải:

+ Nếu một tứ giác có tổng số đo hai góc đối nhau bằng 180° thì tứ giác đó nội tiếp một đường tròn.

Lời giải



Tứ giác ABCD có góc $ABC + \text{góc } ADC = 180^\circ$

\Rightarrow ABCD là tứ giác nội tiếp

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABCD

$$\Rightarrow OA = OB = OC = OD = R$$

Do $OA = OC$ nên $\triangle OAC$ cân tại O , đường trung tuyến kẻ từ O cũng chính là đường cao của tam giác. Suy ra, O thuộc đường trung trực của AC .

Do $OB = OD$ nên $\triangle OBD$ cân tại O , đường trung tuyến kẻ từ O cũng chính là đường cao của tam giác. Suy ra, O thuộc đường trung trực của BD .

Do $OA = OB$ nên $\triangle OAB$ cân tại O , đường trung tuyến kẻ từ O cũng chính là đường cao của tam giác. Suy ra, O thuộc đường trung trực của AB .

$\Rightarrow O$ thuộc đường trung trực của AC, BD, AB .

Vậy các đường trung trực của AC, BD, AB cùng đi qua O .

Bài 55 (trang 89 SGK Toán 9 Tập 2):

Cho $ABCD$ là một tứ giác nội tiếp đường tròn tâm M , biết:

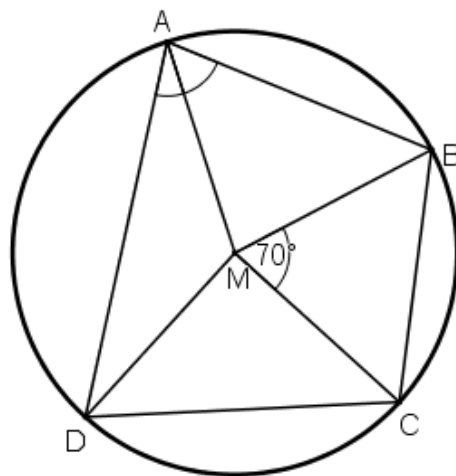
$$\widehat{DAB} = 80^\circ; \widehat{DAM} = 30^\circ; \widehat{BMC} = 70^\circ$$

Hãy tính số đo các góc

$$\widehat{MAB}, \widehat{BCM}, \widehat{AMB}, \widehat{DMC},$$

$$\widehat{AMD}, \widehat{MCD}, \widehat{BCD}$$

Lời giải



Ta có : $\widehat{MAB} = \widehat{DAB} - \widehat{DAM} = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ$ (1)

- ΔMBC là tam giác cân ($MB = MC$)

nên $\widehat{BCM} = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$ (2)

- ΔMAB là tam giác cân ($MA = MB$)

nên $\widehat{MBA} = 50^\circ$ (theo (1))

Vậy $\widehat{AMB} = 180^\circ - 2.50^\circ = 80^\circ$ (3)

- $\widehat{BAD} = \frac{1}{2}sđ\widehat{BCD}$ (số đo góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn).

$\Rightarrow sđ\widehat{BCD} = 2. \widehat{BAD} = 2. 80^\circ = 160^\circ$

Mà $sđ\widehat{BC} = \widehat{BMC} = 70^\circ$

(số đo ở tâm bằng số đo cung bị chắn).

Vậy $\widehat{DC} = 160^\circ - 70^\circ = 90^\circ$

(vì điểm C nằm trên cung nhỏ \widehat{BD}).

Suy ra $\widehat{DMC} = 90^\circ$ (4)

- ΔMAD là tam giác cân ($MA = MD$).

Suy ra $\widehat{AMD} = 180^\circ - 2. 30^\circ = 120^\circ$ (5)

- ΔMCD là tam giác vuông cân

($MC = MD$ và $\widehat{DMC} = 90^\circ$)

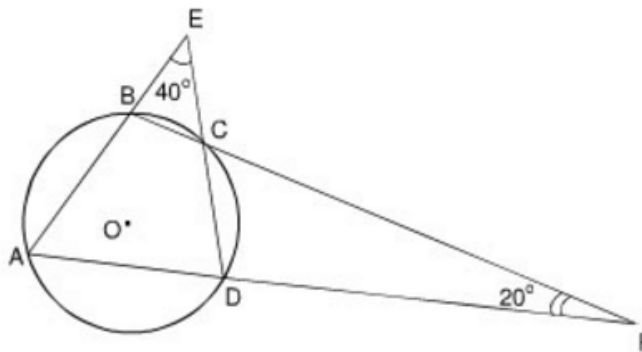
Suy ra $\widehat{MDC} = \widehat{MCD} = 45^\circ$

- $\widehat{BCD} = \widehat{BCM} + \widehat{MCD} = 55^\circ + 45^\circ = 100^\circ$

(theo (2) và (6) và vì Cm là tia nằm giữa hai tia CB, CD).

Bài 56 (trang 89 SGK Toán 9 Tập 2):

Xem hình 47. Hãy tìm số đo các góc của tứ giác ABCD.



Hình 47

Phương pháp giải:

+ Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối nhau bằng 180° .

+ Trong một tam giác, số đo của góc ngoài bằng tổng hai góc trong không kề với nó.

Lời giải

Ta có: $\widehat{BCE} = \widehat{DCF}$ (hai góc đối đỉnh)

Đặt $x = \widehat{BCE} = \widehat{DCF}$. Theo tính chất góc ngoài tam giác, ta có:

$$\widehat{ABC} = x + 40^0 \quad (1)$$

$$\widehat{ADC} = x + 20^0 \quad (2)$$

$$\text{Lại có: } \widehat{ABC} + \widehat{ADC} = 180^0 \quad (3)$$

(hai góc đối diện tứ giác nội tiếp).

Từ (1),(2),(3) suy ra:

$$180^0 = 2x + 60^0 \Rightarrow x = 60^0$$

$$\text{Từ (1), ta có: } \widehat{ABC} = 60^0 + 40^0 = 100^0$$

$$\text{Từ (2), ta có: } \widehat{ADC} = 60^0 + 20^0 = 80^0$$

$$\widehat{BCD} = 180^0 - x \text{ (hai góc kề bù)}$$

$$\Rightarrow \widehat{BCD} = 120^0$$

$$\widehat{BAD} = 180^0 - \widehat{BCD} \text{ (hai góc đối diện của tứ giác nội tiếp)}$$

$$\Rightarrow \widehat{BAD} = 180^0 - 120^0 = 60^0$$

Bài 57 (trang 89 SGK Toán 9 Tập 2):

Trong các hình sau, hình nào nội tiếp được trong một đường tròn:

Hình bình hành, hình chữ nhật, hình vuông, hình thang, hình thang vuông, hình thang cân? Vì sao?

Phương pháp giải:

+ Một tứ giác có tổng số đo hai góc đối nhau bằng 180^0 thì tứ giác đó nội tiếp được đường tròn.

Lời giải

Các hình nội tiếp được trong một đường tròn là:

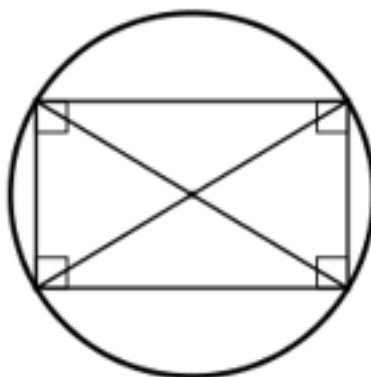
+ Hình chữ nhật:

Hình chữ nhật ABCD có:

$$\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^{\circ}$$

$$\Rightarrow \widehat{A} + \widehat{C} = 180^{\circ}$$

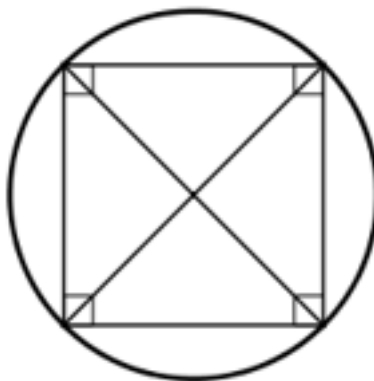
\Rightarrow ABCD nội tiếp trong một đường tròn. Đường tròn đó là đường tròn đường kính AC.



+ Hình vuông:

Vì hình vuông là hình chữ nhật

\Rightarrow Hình vuông cũng nội tiếp trong một đường tròn.



+ Hình thang cân:

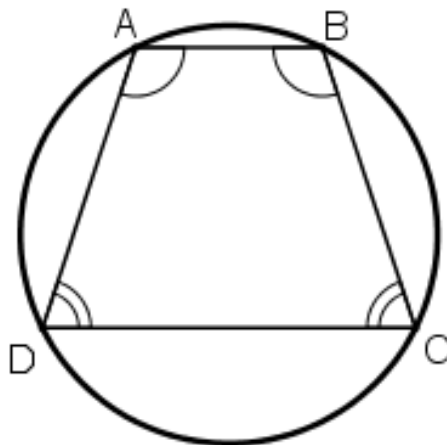
Hình thang cân ABCD có:

$$AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{A} + \widehat{D} = 180^{\circ} \text{ (hai góc trong cùng phía)}$$

$$\widehat{C} = \widehat{D} \text{ (vì là hình thang cân)}$$

$$\Rightarrow \widehat{A} + \widehat{C} = 180^{\circ}$$

⇒ ABCD nội tiếp trong một đường tròn.

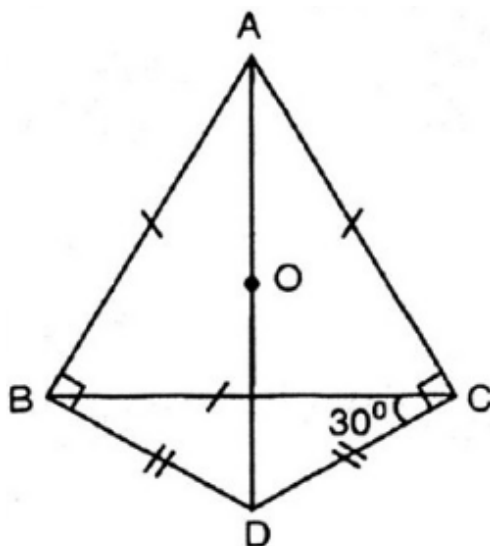


Bài 58 (trang 90 SGK Toán 9 Tập 2):

Cho tam giác đều ABC. Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa đỉnh A, lấy điểm D sao cho $DB = DC$ và góc $DCB = 1/2 \cdot \text{góc } ACB$

- a) Chứng minh tứ giác ABDC là tứ giác nội tiếp.
- b) Xác định tâm của đường tròn đi qua bốn điểm A, B, D, C.

Lời giải



a) Do tam giác ABC là tam giác đều nên $\widehat{ACB} = 60^\circ$

$$\widehat{DCB} = \frac{1}{2} \widehat{ACB} = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ$$

+ $DB = DC \Rightarrow \triangle DBC$ cân tại D

$$\Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{DCB} = 30^\circ$$

$$+ \widehat{ACD} = \widehat{ACB} + \widehat{BCD} = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

$$\widehat{ABD} = \widehat{ABC} + \widehat{DBC} = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \text{Tứ giác ABDC có: } \widehat{ACD} + \widehat{ABD} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

\Rightarrow ABDC là tứ giác nội tiếp.

b) Ta có: $\widehat{ABD} = 90^\circ$

\Rightarrow AD là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD Mà ABDC là tứ giác nội tiếp

\Rightarrow AD là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABDC.

\Rightarrow tâm O là trung điểm AD.

Vậy tâm đường tròn đi qua bốn điểm A, B, D, C là trung điểm AD.

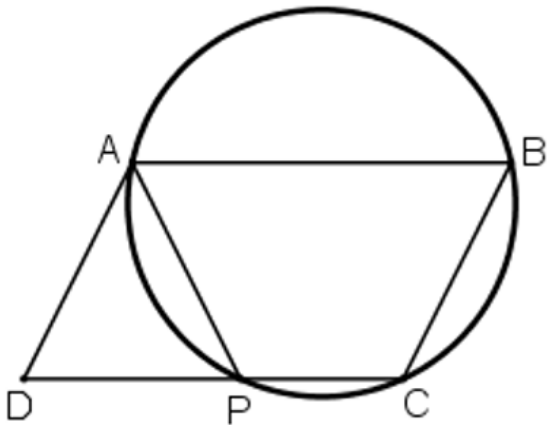
Bài 59 (trang 90 SGK Toán 9 Tập 2):

Cho hình bình hành ABCD. Đường tròn đi qua ba đỉnh A, B, C cắt đường thẳng CD tại P khác C. Chứng minh $AP = AD$.

Phương pháp giải:

+ Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng 180° .

Lời giải



+ Do ABCD là hình bình hành nên $AB \parallel CD$

$$\Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{BCP} = 180^\circ \text{ (hai góc trong cùng phía) (1)}$$

+ ABCP là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{PAB} + \widehat{BCP} = 180^\circ \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{PAB} = \widehat{ABC}$

+ Tứ giác ABCP có: $AB \parallel CP$ (vì $AB \parallel CD$)

\Rightarrow tứ giác ABCP là hình thang.

Lại có: $\widehat{PAB} = \widehat{ABC}$ nên ABCP là hình thang cân.

$$\Rightarrow AP = BC \text{ (3)}$$

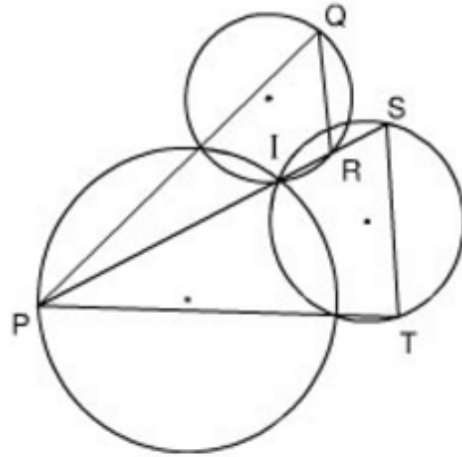
Mà ABCD là hình bình hành $\Rightarrow AD = BC$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $AP = AD$ (đpcm).

Bài 60 (trang 90 SGK Toán 9 Tập 2):

Xem hình 48. Chứng minh $QR \parallel ST$.

Hướng dẫn: Xét cặp góc so le trong PST và SRQ

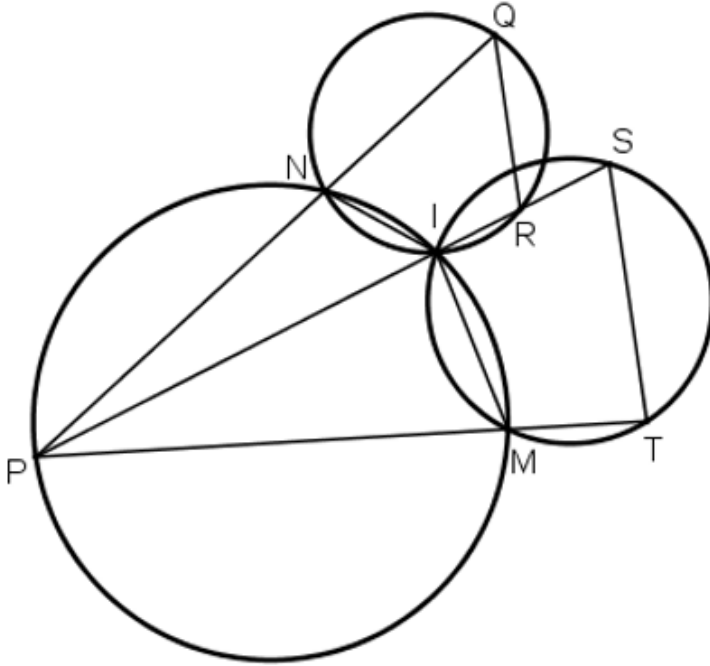


Hình 48

Phương pháp giải:

+ Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng 180° .

Lời giải



Gọi các điểm M, N như hình vẽ.

+ Tứ giác IMTS nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{IST} + \widehat{IMT} = 180^\circ$$

Mà $\widehat{IMP} + \widehat{IMT} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

$$\Rightarrow \widehat{IST} = \widehat{IMP} \quad (1).$$

+ Tứ giác INQR nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{INQ} + \widehat{QRI} = 180^\circ$$

Mà $\widehat{QRI} + \widehat{QRS} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

$$\Rightarrow \widehat{INQ} = \widehat{QRS} \quad (2).$$

+ Tứ giác PNIM nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{PNI} + \widehat{PMI} = 180^\circ$$

Mà $\widehat{INQ} + \widehat{PNI} = 180^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{PMI} = \widehat{INQ} \quad (3)$$

Từ (1); (2) ; (3) $\Rightarrow \widehat{IST} = \widehat{SRQ} \Rightarrow QR // ST$ (đpcm).