

Câu 1: (2,0 điểm). Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a, $\sqrt{3x} = \sqrt{27}$

b, $\begin{cases} 2x + 4 = 0 \\ y - |x| = 3 \end{cases}$

Câu 2: (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y = (2m - 1)x + m + 2$ (d) với $m \neq \frac{1}{2}$. Tìm m để đồ thị hàm số (d) cắt đường thẳng $y = -x + 1$ tại một điểm nằm trên trục hoành.

2) Cho biểu thức : $P = \left(\frac{3\sqrt{x} - 1}{x - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{1}{x + \sqrt{x}}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

Tìm x để $2P - x = 3$.

Câu 3: (2,0 điểm)

1) Cho phương trình ẩn x sau: $x^2 + (2m + 1)x + 2m = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 3$.

2)) Một công ty vận tải điều một số xe tải đến kho hàng để chở 21 tấn hàng. Khi đến kho hàng thì có 1 xe bị hỏng nên để chở hết lượng hàng đó, mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn so với dự định ban đầu. Hỏi lúc đầu công ty đã điều đến kho hàng bao nhiêu xe. Biết rằng khối lượng hàng chở ở mỗi xe là như nhau .

Câu 4. (30điểm)

Cho đường tròn (O), dây cung BC (BC không là đường kính). Điểm A di động trên cung nhỏ BC (A khác B và C; độ dài đoạn AB khác AC). Kẻ đường kính AA' của đường tròn (O), D là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC. Hai điểm E, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ B, C đến AA'. Chứng minh rằng:

- 1) Bốn điểm A, B, D, E cùng nằm trên một đường tròn.
- 2) $BD.AC = AD.A'C$.
- 3) DE vuông góc với AC.
- 4) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF là một điểm cố định.

Câu 5. (1,0 điểm):

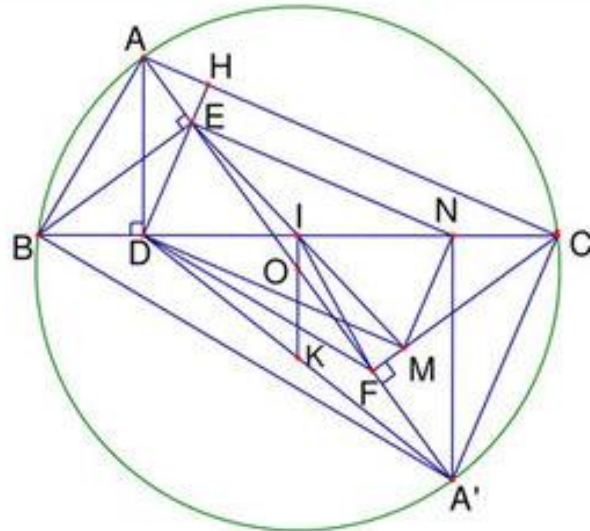
Cho ba số dương x, y và z thỏa mãn $xyz = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{x^2 + 2y^2 + 3} + \frac{1}{y^2 + 2z^2 + 3} + \frac{1}{z^2 + 2x^2 + 3} \leq \frac{1}{2}$$

Hết

Câu	Phần	Đáp án	Điểm
Câu 1 2,0 điểm	1 1,0 điểm	Ta có: $\sqrt{3}x = \sqrt{27} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$ $\Rightarrow x = \sqrt{9}$ $\Rightarrow x = 3$ Vậy $S = \{ 3 \}$	0,25 0,5 0,25
	2 1,0 điểm	Ta có $\begin{cases} 2x+4=0 & (1) \\ y- x =3 & (2) \end{cases}$ Từ (1) $\Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$ Thay vào (2) ta có $y - -2 = 3 \Rightarrow y - 2 = 3 \Rightarrow y = 5$ Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = (-2;5)$	0,25 0,5 0,25
Câu 2 2,0 điểm	1 1,0 điểm	Ta có $y = (2m-1)x + m + 2$ (d) và $y = -x + 1$ (d') Ta có A giao điểm của đường thẳng (d') với trục hoành Ox $\Leftrightarrow A(1;0)$ Để đường thẳng (d) cắt đường thẳng (d') tại một điểm trên trục hoành $\Leftrightarrow A(1;0) \in (d)$ $\Leftrightarrow (2m-1) \cdot 1 + m + 2 = 0 \Leftrightarrow 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-1}{3}$ So sánh với điều kiện $m \neq \frac{1}{2}$ nên ta có $m = \frac{-1}{3}$ Vậy $m = \frac{-1}{3}$ thì (d) cắt (d') tại một điểm nằm trên trục hoành.	0,25 0,25 0,25 0,25
	2 1,0 điểm	Điều kiện: $x > 0$ và $x \neq 1$ Rút gọn $P = 2\sqrt{x}$ (với $x > 0$ và $x \neq 1$) Đề $2P - x = 3$ thì $x - 4\sqrt{x} + 3 = 0$ Tìm được $x = 1$ (không thỏa mãn $x \neq 1$);	0,25 0,25 0,25

		$x = 9$ (thỏa mãn $x > 0$ và $x \neq 1$). Vậy $x = 9$ là giá trị cần tìm.	0,25
Câu 3 2,0 điểm	1 1,0 điểm	Ta có $x^2 + (2m+1)x + 2m = 0$ Ta có $\Delta = (2m+1)^2 - 4.2m \Leftrightarrow \Delta = 4m^2 - 4m + 1 \Leftrightarrow \Delta = (2m-1)^2$ Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow (2m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$. Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m-1 \\ x_1 x_2 = 2m \end{cases}$ Ta có $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 3 \Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{(x_1 x_2)^2} = 3 \Leftrightarrow \frac{(-2m-1)^2 - 2.2m}{(2m)^2} = 3$ ĐK: $m \neq 0$ $\Rightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 4m = 12m^2 \Leftrightarrow 8m^2 = 1 \Leftrightarrow m^2 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{\sqrt{2}}{4} \\ m = -\frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases}$ So sánh với điều kiện $m \neq \frac{1}{2}; m \neq 0$ ta có $m = \frac{\sqrt{2}}{4}$ hoặc $m = -\frac{\sqrt{2}}{4}$ Vậy $m = \frac{\sqrt{2}}{4}$ hoặc $m = -\frac{\sqrt{2}}{4}$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 3$.	0,25 0,25 0,25
	2 1,0 điểm	Gọi số xe đã điều đến kho hàng lúc đầu là x ($x \in \mathbb{N}, x > 1$) Nên số xe thực tế chở hàng là $x - 1$ xe; Dự định mỗi xe chở $\frac{21}{x}$ tấn hàng Thực tế mỗi xe chở $\frac{21}{x-1}$ tấn hàng. Thực tế, mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn so với dự định ban đầu nên: $\frac{21}{x-1} - \frac{21}{x} = 0,5$. Suy ra: $x^2 - x - 42 = 0$ $x_1 = 7$ (thỏa mãn $x \in \mathbb{N}, x > 1$) $x_2 = -6$ (loại). Vậy số xe lúc đầu là 7 xe	0,25 0,25 0,25
Câu 4 3,0 điểm			



1. (0,5đ)	Vì $\angle ADB = \angle AEB = 90^\circ \Rightarrow$ bốn điểm A, B, D, E cùng thuộc đường tròn đường kính AB.	0,5
2. (0,75đ)	Xét $\triangle ADB$ và $\triangle ACA'$ có: $\angle ADB = \angle ACB = 90^\circ$ ($\angle ACB = 90^\circ$ vì là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn); $\angle ABD = \angle AA'C$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC) $\Rightarrow \triangle ADB \sim \triangle ACA'$ (g.g)	0,5
	$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{BD}{A'C} \Rightarrow BD \cdot AC = AD \cdot A'C$ (đpcm).	0,25
	Gọi H là giao điểm của DE với AC. Tứ giác AEDB nội tiếp $\Rightarrow \angle HDC = \angle BAE = \angle BAA'$.	0,25
3. (1,0đ)	$\angle BAA'$ và $\angle BCA$ là hai góc nội tiếp của (O) nên: $\angle BAA' = \frac{1}{2} \text{sd} \widehat{BA'}; \quad \angle BCA = \frac{1}{2} \text{sd} \widehat{BA}.$	0,25
	$\Rightarrow \angle BAA' + \angle BCA = \frac{1}{2} \text{sd} \widehat{BA'} + \frac{1}{2} \text{sd} \widehat{BA} = \frac{1}{2} \text{sd} \widehat{ABA'} = 90^\circ$ (do AA' là đường kính)	0,25
	Suy ra: $\angle HDC + \angle HCD = \angle BAA' + \angle BCA = 90^\circ \Rightarrow \triangle CHD$ vuông tại H. Do đó: $DE \perp AC$.	0,25
4. (0,75đ)	Gọi I là trung điểm của BC, K là giao điểm của OI với DA', M là giao điểm của EI với CF, N là điểm đối xứng với D qua I. Ta có: $OI \perp BC \Rightarrow OI \parallel AD$ (vì cùng $\perp BC$) $\Rightarrow OK \parallel AD$. $\triangle ADA'$ có: $OA = OA'$ (gt), $OK \parallel AD \Rightarrow KD = KA'$. $\triangle DNA'$ có $ID = IN, KD = KA' \Rightarrow IK \parallel NA'$; mà $IK \perp BC$ (do $OI \perp BC$) $\Rightarrow NA' \perp BC$.	0,5

	<p>Tứ giác BENA' có $\angle BEA' = \angle BNA' = 90^\circ$ nên nội tiếp được đường tròn $\Rightarrow EA'B = ENB$.</p> <p>Ta lại có: $\angle EA'B = \angle AA'B = \angle ACB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB của (O)). $\Rightarrow ENB = ACB \Rightarrow NE \parallel AC$ (vì có hai góc ở vị trí đồng vị bằng nhau). Mà $DE \perp AC$, nên $DE \perp EN$ (1)</p>	
	<p>Xét $\triangle IBE$ và $\triangle ICM$ có:</p> <p style="text-align: center;">$\angle EIB = \angle CIM$ (đối đỉnh) $IB = IC$ (cách dựng) $\angle IBE = \angle ICM$ (so le trong, $BE \parallel CF$ (vì cùng $\perp AA'$))</p> <p>$\Rightarrow \triangle IBE = \triangle ICM$ (g.c.g) $\Rightarrow IE = IM$ $\triangle EFM$ vuông tại F, $IE = IM = IF$.</p> <p>Tứ giác DENM có $IE = IM$, $ID = IN$ nên là hình bình hành (2) Từ (1) và (3) suy ra DENM là hình chữ nhật $\Rightarrow IE = ID = IN = IM$ $\Rightarrow ID = IE = IF$. Suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEF$. I là trung điểm của BC nên I cố định. Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF là một điểm cố định.</p>	0,25
<p>Câu 5 (1 điểm)</p>	<p>Ta có: $x^2 + 2y^2 + 3 = (x^2 + y^2) + (y^2 + 1) + 2 \geq 2xy + 2y + 2$ Tương tự: $y^2 + 2z^2 + 3 \geq 2yz + 2z + 2$, $z^2 + 2x^2 + 3 \geq 2zx + 2x + 2$ Suy ra:</p> $\frac{1}{x^2 + 2y^2 + 3} + \frac{1}{y^2 + 2z^2 + 3} + \frac{1}{z^2 + 2x^2 + 3} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{xy + y + 1} + \frac{1}{yz + z + 1} + \frac{1}{zx + x + 1} \right)$ $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{xy + y + 1} + \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{xy} + 1} + \frac{1}{\frac{1}{y} + x + 1} \right) = \frac{1}{2}$ <p style="text-align: center;">Dấu "=" xảy ra khi $x = y = z = 1$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25

Lưu ý: Mọi cách làm khác nếu đúng đều cho điểm tối đa

Hết