

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN LONG BIÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 9
NĂM HỌC 2020-2021

Môn: Toán

Ngày khảo sát 21/5/2021
Thời gian làm bài: 120 phút
(không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{x+1}{\sqrt{x+2}-1}$ và $Q = \left(\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} - \frac{6x}{x-4} \right) : \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 4$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức P tại $x = 23$.
- 2) Chứng minh $Q = 3$.
- 3) Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức $P = Q$.

Câu 2: (2,0 điểm).

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc lập hệ phương trình:

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là 224 m^2 . Nếu giảm chiều dài đi 1 m và tăng chiều rộng thêm 1 m thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

2) Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 5 cm , chiều cao là 15 cm . Hãy tính diện tích toàn phần của hình trụ (lấy $\pi \approx 3,14$).

Câu 3: (2,0 điểm).

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - 2|y| = -1 \\ x + 3|y| = 7 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 2x - m + 1$ và parabol $(P): y = x^2$. Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_1^2 x_2^2 = 35$.

Câu 4: (3,5 điểm).

Cho nửa đường tròn (O) , đường kính $AB = 2R$. Gọi C là điểm cố định thuộc đoạn thẳng OB (C khác O và B). Dựng đường thẳng d vuông góc với AB tại điểm C , cắt nửa đường tròn (O) tại điểm M . Trên cung nhỏ MB lấy điểm N bất kỳ (N khác M và B), tia AN cắt đường thẳng d tại điểm F , tia BN cắt đường thẳng d tại điểm E . Đường thẳng AE cắt nửa đường tròn (O) tại điểm D (D khác A).

1) Chứng minh bốn điểm B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh ba điểm B, F, D thẳng hàng và $AF \cdot AN + BF \cdot BD = 4R^2$.

3) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF . Chứng minh rằng điểm I luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm N thay đổi trên cung nhỏ MB (N khác M và B).

Câu 5: (0,5 điểm).

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: $\begin{cases} a \geq b \geq c \\ a + b + c = 3 \end{cases}$. Tìm giá trị

nhỏ nhất của $P = \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + 3b$.

----- Hết -----

NHÓM TOÁN TIỂU HỌC-THCS-THPT-VN

Môn thi : Toán

Câu	ý	Nội dung trình bày	Điểm
1	1	Tính giá trị của biểu thức P tại $x = 23$.	0,5 đ
		Thay $x = 23$ (TMDK) vào biểu thức P ta được: $P = \frac{23+1}{\sqrt{23+2}-1} = \frac{24}{4} = 6$	0,5đ
	2	Chứng minh $Q = 3$	0,75đ
		$Q = \left(\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} - \frac{6x}{x-4} \right) : \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ $Q = \left[\frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{6x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right] : \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$	0,25đ
		$Q = \frac{-3x-6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} : \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ $Q = \frac{-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$	0,25đ
		$Q = 3$ (đpcm)	0,25đ
3	1	Tìm x để $P = Q$.	0,75đ
		$\frac{x+1}{\sqrt{x+2}-1} = 3$ với $x > 0, x \neq 4$.	
		$\Leftrightarrow \frac{(x+1)(\sqrt{x+2}+1)}{(\sqrt{x+2}-1)(\sqrt{x+2}+1)} = 3 \Leftrightarrow \frac{(x+1)(\sqrt{x+2}+1)}{(x+2)-1} = 3$	0,25đ
		$\Leftrightarrow \sqrt{x+2}+1 = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = 2$	0,25đ
		$\Leftrightarrow x+2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ (t/m). Vậy $x = 2$ thì $P=Q$.	0,25đ
2	1	Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là 224 m^2 . Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.	1,5đ
		Gọi chiều dài của mảnh vườn là x (m). ĐK: $x > 1$. Chiều rộng của mảnh vườn là: $\frac{224}{x}$ (m).	0,25đ
		Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn có: - Chiều dài là $x - 1$ (m). - Chiều rộng là $\frac{224}{x} + 1$ (m).	0,25đ

NHÓM TOÁN TIỂU HỌC-THCS-THPT-VN

	Vì mảnh vườn trở thành hình vuông nên ta có phương trình: $\frac{224}{x} + 1 = x - 1$	0,25đ
	$\Rightarrow 224 + x = x^2 - x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 224 = 0$	0,25đ
	$\Leftrightarrow (x - 16)(x + 14) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \text{ (thoả mãn)} \\ x = -14 \text{ (loại)} \end{cases}$	0,25đ
	Vậy mảnh vườn có chiều dài là 16m, chiều rộng là $224:16 = 14\text{m}$.	0,25đ
2	Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 5cm, chiều cao là 15cm. Hãy tính diện tích toàn phần của hình trụ (lấy $\pi \approx 3,14$)	0,5 đ
	Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2$	0,25đ
	$S_{tp} = 2\pi \cdot 5 \cdot 15 + 2\pi \cdot 5^2 = 200\pi \text{ (cm}^2\text{)} \approx 628 \text{ (cm}^2\text{)}$	0,25đ
3	1 Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - 2 y = -1 \\ x + 3 y = 7. \end{cases}$	1,0 đ
	Ta có: $\begin{cases} 3x - 2 y = -1 \\ x + 3 y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2 y = -1 \\ 3x + 9 y = 21 \end{cases}$	0,25đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 11 y = 22 \\ x + 3 y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x + 6 = 7 \end{cases}$	0,25đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \\ y = -2 \\ x = 1 \end{cases}$	0,25đ
	Vậy hệ phương trình có các nghiệm (x,y) là: $(1;2), (1;-2)$.	0,25đ
2	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = 2x - m + 1$ và parabol $(P): y = x^2$. Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 x_2^2 = 35$.	1,0 đ
	- Ta có PT hoành độ giao điểm: $x^2 - 2x + m - 1 = 0 (*)$ Pt $(*)$ có $a = 1 \neq 0$ suy ra pt $(*)$ là pt bậc hai. Ta có: $\Delta' = 1 - (m - 1) = 1 - m + 1 = 2 - m$ ĐK để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ là :	
	$\Delta' > 0 \Leftrightarrow 2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2.$	0,25đ
	Áp dụng hệ thức Viét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 & (1) \\ x_1 x_2 = m - 1 & (2) \end{cases}$	0,25đ
	Theo bài cho: $x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 x_2^2 = 35$	

NHÓM TOÁN TIỂU HỌC-THCS-THPT-VN

	$\Leftrightarrow x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 x_2^2 = 35 \Leftrightarrow (x_1 + x_2) \left[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 \right] + x_1^2 x_2^2 = 35 \quad (3).$	
	Thay (1), (2) vào (3) ta được: $2 \cdot [2^2 - 3(m-1)] + (m-1)^2 = 35 \Leftrightarrow m^2 - 8m - 20 = 0 \Leftrightarrow (m+2)(m-10) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 10 \end{cases}$	0,25đ
	Kết hợp với ĐK: $m < 2$ suy ra $m = -2 (t / m)$	0,25đ
4		0,25đ
1	Chứng minh bốn điểm B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn.	0,75đ
	Xét (O) có: $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{BDE} = 90^\circ$	0,25đ
	Do $CE \perp AB$ tại C $\Rightarrow \widehat{BCE} = 90^\circ$.	0,25đ
	$\Rightarrow \widehat{BDE} = \widehat{BCE} = 90^\circ \Rightarrow$ bốn điểm B, C, D, E cùng thuộc đường tròn đường kính BE.	0,25đ
2	Chứng minh ba điểm B, F, D thẳng hàng.	1,0đ
	Xét $\triangle ABE$ có: EC vuông góc với AB \Rightarrow CE là đường cao AN vuông góc với BE \Rightarrow AN là đường cao. Mà CE cắt AN tại F. Suy ra: F là trực tâm \Rightarrow BF vuông góc với AE(t/c trực tâm)(1)	0,25đ
	Xét (O) có: $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) \Rightarrow BD vuông góc với AE(2)	0,25đ
	Từ (1) và (2) suy ra BF, BD trùng nhau hay B, F, D thẳng hàng.	0,25đ
	Chứng minh $AF \cdot AN + BF \cdot BD = 4R^2$	1,0đ
	Xét $\triangle ACF$ và $\triangle ANB$ có: $\widehat{ACF} = \widehat{ANB} = 90^\circ$ \widehat{CAF} chung Suy ra $\triangle ACF$ đồng dạng với $\triangle ANB$ (g.g)	

NHÓM TOÁN TIỂU HỌC-THCS-THPT-VN

	$\Rightarrow \frac{AF}{AB} = \frac{AC}{AN} \Rightarrow AF \cdot AN = AC \cdot AB \quad (3)$	0,25đ
	<p>Xét $\triangle BCF$ và $\triangle BDA$ có:</p> $\widehat{BCF} = \widehat{BDA} = 90^\circ$ <p>\widehat{CBF} chung</p> <p>Suy ra $\triangle BCF$ đồng dạng với $\triangle BDA$ (g.g)</p> $\Rightarrow \frac{BC}{BD} = \frac{BF}{AB} \Rightarrow BF \cdot BD = BC \cdot AB \quad (4)$	0,25đ
	<p>Từ (3) và (4) suy ra:</p> $AF \cdot AN + BF \cdot BD = AC \cdot AB + BC \cdot AB = AB(AC + BC) = AB \cdot AB = AB^2$	0,25đ
	<p>Mà $AB = 2R$ (gt) $\Rightarrow AF \cdot AN + BF \cdot BD = 4R^2$</p>	0,25đ
3	<p>Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF. Chứng minh rằng điểm I luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm N thay đổi trên cung nhỏ MB (N khác M và B).</p>	0,5đ
	<p>Gọi điểm H đối xứng với điểm B qua C. Do B và C cố định nên H cố định.</p>	
	<p>Khi đó: $\triangle FBH$ cân tại F (vì có FC vừa là đường cao, vừa là trung tuyến)</p> $\Rightarrow \widehat{FHB} = \widehat{FBH}$	
	<p>Mà $\widehat{FBH} = \widehat{AEC}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BCDE$)</p> $\Rightarrow \widehat{FHB} = \widehat{AEC} \text{ hay } \widehat{FHB} = \widehat{AEF}$ $\Rightarrow AEFH \text{ là tứ giác nội tiếp (Theo dấu hiệu nhận biết)}$	0,25đ
	<p>\Rightarrow Đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF đi qua hai điểm A, H cố định.</p> <p>\Rightarrow Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AH cố định.</p>	0,25đ
5	<p>Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: $\begin{cases} a \geq b \geq c \\ a + b + c = 3 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + 3b$.</p>	0,5 đ
	<p>Ta có: $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$ với mọi $x \geq 0, y \geq 0$.</p> $\Leftrightarrow x + y \geq 2\sqrt{xy} \quad (*) \text{ với mọi } x \geq 0, y \geq 0. \text{ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } x = y.$ <p>Áp dụng BĐT (*) ta có:</p> $+/\frac{a}{c} + ac \geq 2a \Leftrightarrow \frac{a}{c} \geq 2a - ac$ $+/\frac{c}{b} + bc \geq 2c \Leftrightarrow \frac{c}{b} \geq 2c - bc$ $\Rightarrow P = \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + 3b \geq 2a - ac + 2c - bc + 3b$	