

Câu 1 (2,0 điểm). Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

1) $\frac{x-1}{3} = x+1$

2) $\sqrt{16x^2 + 8x + 1} - 2 = x$

3) $\begin{cases} 2x + y = 17 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$

Câu 2 (2,0 điểm).

1) Rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{1}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{x+6\sqrt{x}+9} + 1$ với $x > 0; x \neq 1$

2) Tìm m để hai đường thẳng $y = 2x + m$ và $y = x + m - 3$ cắt nhau tại một điểm thuộc trục hoành.

Câu 3 (2,0 điểm).

- Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là $630m^2$. Nếu giảm chiều dài đi 5m và tăng chiều rộng thêm 4m thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tìm chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn ban đầu.
- Cho phương trình $x^2 - x + m + 1 = 0$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho: $x_1^2 + x_1x_2 + 3x_2 = 7$

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho đường tròn tâm O đường kính AB , M là điểm chính giữa của cung AB , K là một điểm bất kỳ thuộc cung nhỏ BM (K không trùng với B, M). Gọi H là chân đường vuông góc của M xuống AK .

- Chứng minh tứ giác $AOHM$ nội tiếp.
- Chứng minh rằng OH là tia phân giác của góc MOK ;
- Gọi P là hình chiếu vuông góc của K lên AB . Xác định vị trí của K trên cung nhỏ BM để chu vi tam giác OPK lớn nhất.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho a, b, c là ba số thực không âm thỏa mãn: $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \sqrt{5a+4} + \sqrt{5b+4} + \sqrt{5c+4}$

----- Hết -----

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT
Môn thi: TOÁN 9
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 (2,0 điểm)

1)

$$\frac{x-1}{3} = x+1$$

$$\Leftrightarrow x-1=3(x+1)$$

$$\Leftrightarrow x-1=3x+3$$

$$\Leftrightarrow 2x=-4$$

$$\Leftrightarrow x=-2$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -2$

0,25đ

0,25đ

2)

$$\sqrt{16x^2+8x+1}-2=x \Leftrightarrow |4x+1|=x+2$$

0,25đ

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+1=x+2 \\ 4x+1=-x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ x=-\frac{3}{5} \end{cases}$$

0,25đ

Vậy phương trình có hai nghiệm $x_1 = \frac{1}{3}$; $x_2 = -\frac{3}{5}$

0,25đ

3)

$$\begin{cases} 2x+y=17 \\ x-2y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=17 \\ 2x-4y=2 \end{cases}$$

0,25đ

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5y=15 \\ x=1+2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ x=7 \end{cases}$$

0,25đ

Vậy hệ pt có nghiệm duy nhất $(x,y) = (7; 3)$

0,25đ

Câu 2 (2,0 điểm).

1) với $x > 0; x \neq 1$

$$P = \left(\frac{1}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{x+6\sqrt{x}+9} + 1$$
$$= \left(\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} - \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+3)^2} + 1 \quad (0,25d)$$

$$= \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{(\sqrt{x}+3)^2}{(\sqrt{x}-1)} + 1 \quad (0,25d)$$

$$= \frac{-(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}} + 1 = \frac{-\sqrt{x}-3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{-3}{\sqrt{x}} \quad (0,25d)$$

Vậy $P = \frac{-3}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1$ (0,25d)

2) Vì $2 \neq 1$ nên hai đường thẳng $y=2x + m$ và $y = x +m-3$ luôn cắt nhau với mọi m .

Đường thẳng $y = 2x + m$ cắt trục hoành nên $y = 0 \Rightarrow x = -\frac{m}{2}$ (0,25d)

Để hai đường thẳng trên cắt nhau tại điểm trên trục hoành thì đường thẳng

$$y = x + m - 3 \text{ đi qua điểm } \left(-\frac{m}{2}; 0 \right) \quad (0,25d)$$

$$\Leftrightarrow 0 = -\frac{m}{2} + m - 3 \quad (0,25d)$$

$$\Leftrightarrow -m + 2m = 6 \Leftrightarrow m = 6$$

Vậy với $m=6$ thì hai đường thẳng $y=3x- m$ và $y = x+m-2$ cắt nhau tại 1 điểm thuộc trục hoành. (0,25d)

Câu 3 (2,0 điểm).

Gọi chiều dài của mảnh vườn ban đầu là x (m), $x > 5$

$$\Rightarrow \text{Chiều rộng của mảnh vườn ban đầu là } \frac{630}{x} \text{ (m);} \quad 0,25$$

Nếu giảm chiều dài đi 5m thì chiều dài mới là $x - 5$ (m) và tăng chiều rộng

thêm 4m thì chiều rộng mới là $\frac{630}{x} + 4$ (m)

Theo bài ra ta có pt: $x - 5 = \frac{630}{x} + 4$ (1) 0,25

$$\Rightarrow x^2 - 9x - 630 = 0, \Delta = 81 + 4.630 = 2601 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 51$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{9+51}{2} = 30(\text{TM}), x_2 = \frac{9-51}{2} = -21 \text{ (loại)} \quad 0,25$$

Vậy chiều dài của mảnh vườn ban đầu là 30 (m), chiều rộng của mảnh vườn ban đầu là: $\frac{630}{30} = 21$ (m) 0,25

3) phương trình $x^2 - x + m + 1 = 0$ (m là tham số)

$$\Delta = -4m - 3$$

Để pt có hai nghiệm phân biệt với mọi m thì $m < -3/4$. (0,25đ)

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = 1$ (1)
 $x_1 \cdot x_2 = m + 1$ (2)

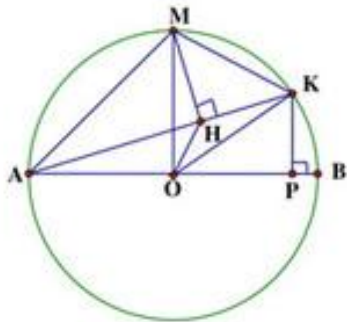
$$\text{Theo đề: } x_1^2 + x_1 x_2 + 3x_2 = 7 \Leftrightarrow x_1(x_1 + x_2) + 3x_2 = 7 \Leftrightarrow x_1 + 3x_2 = 7 \quad (3) \quad (0,25đ)$$

Từ (1) và (2) ta giải được $x_2 = 3; x_1 = -2$ (0,25đ)

Khi đó: thay các giá trị của x_1 và x_2 vào (2) ta được: $m = -7$ (t/m) (0,25đ)

Vậy $m = -7$ là giá trị cần tìm.

Câu 4 (3,0 điểm).



0,25

1) Vì M là điểm chính giữa của cung AB, nên $\widehat{AM} = 90^\circ$

0,25

$\Rightarrow \widehat{AOM} = 90^\circ$

$MH \perp AK$ (gt) $\Rightarrow \widehat{AHM} = 90^\circ$

0,25

Xét tứ giác AOHM có $\widehat{AOM} = \widehat{AHM} = 90^\circ$ suy ra 2 đỉnh liền kề O, H cùng nhìn đoạn chứa 2 cạnh còn lại dưới cùng 1 góc 90° nên tứ giác AOHM nội tiếp.

0,25

2) Xét tam giác vuông MHK có $\widehat{MKH} = \frac{1}{2} \widehat{AM} = 45^\circ$

0,25

Nên tam giác MHK là tam giác vuông cân tại H

Vì tam giác MHK cân tại H nên : $HM = HK$

0,25

Xét $\triangle MHO$ và $\triangle KHO$ có

$HM = HK$ (cm trên)

0,25

HO cạnh chung

$OM = OK = R$

Suy ra $\triangle MHO = \triangle KHO$ (c-c-c)

0,25

Nên $\widehat{MOH} = \widehat{KOH}$, Do vậy OH là phân giác của góc MOK

3) Ta có chu vi của tam giác OPK bằng $OP + PK + OK$.

0,25

Mà $OK = R$ không đổi, nên chu vi tam giác OPK lớn nhất

0,25

$\Leftrightarrow OP + PK$ lớn nhất

Chứng minh và áp dụng bất đẳng thức :

$$(ax + by)^2 \leq (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \text{ ta có} \quad 0,25$$

$$(OP + PK)^2 \leq (1^2 + 1^2)(OP^2 + PK^2) = 2R^2$$

Vậy $(OP + PK)^2$ lớn nhất bằng $2R^2$, nên $OP + PK$ lớn nhất bằng $\sqrt{2}R$.

Do đó chu vi của tam giác OPK lớn nhất bằng: $\sqrt{2}R + R = (\sqrt{2} + 1)R$, khi $OP = PK$ hay K là điểm chính giữa của cung MB 0,25

Câu 5 (1,0 điểm).

Do a, b, c là ba số thực không âm và $a + b + c = 1$ nên:

$$0 \leq a, b, c \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} a(1-a) \geq 0 \\ b(1-b) \geq 0 \\ c(1-c) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \geq a^2 \\ b \geq b^2 \\ c \geq c^2 \end{cases} \quad 0,25$$

$$\text{Suy ra: } \sqrt{5a+4} \geq \sqrt{a^2+4a+4} = \sqrt{(a+2)^2} = a+2 \quad 0,25$$

$$\text{Tương tự: } \sqrt{5b+4} \geq b+2, \sqrt{5c+4} \geq c+2$$

$$\text{Do đó: } \sqrt{5a+4} + \sqrt{5b+4} + \sqrt{5c+4} \geq a+b+c+6 = 7 \quad 0,25$$

\Rightarrow GTNN của P là 7 khi trong ba số a, b, c có hai số bằng 0 và một số bằng 1 0,25

Ghi chú: Học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.