

**Câu 1 (2,0 điểm):**

Giải các phương trình sau:

1)  $\frac{1}{x-3} + 1 = \frac{6-x}{x-3}$

2)  $\sqrt{x+1} = x-1$

**Câu 2 (2,0 điểm):**

1) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A(1; 2) và B(-2; 5)

2) Rút gọn biểu thức:  $A = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1}\right)$  (với  $x > 0, x \neq 1$ )

**Câu 3 (2,0 điểm):**

1) Cho phương trình:  $x^2 - 4x + m + 1 = 0$  (1). Tìm các giá trị của m để phương trình

(1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(x_1 - x_2)^2 = 4$ .

2) Hai người thợ cùng làm chung một công việc thì sau 16 giờ hoàn thành. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người làm trong bao lâu thì hoàn thành công việc.

**Câu 4 (3,0 điểm):**

Cho  $\Delta ABC$  có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. M là một điểm trên cung nhỏ AC, sao cho  $AM > CM$ . Từ M hạ ME vuông góc với AC, MF vuông góc với BC. P là trung điểm của AB, Q là trung điểm của FE.

1) Chứng minh tứ giác MECF nội tiếp.

2) Chứng minh  $BM \cdot EF = BA \cdot FM$

3) Chứng minh  $PM^2 = PQ^2 + QM^2$

**Câu 5 (1,0 điểm):** Tìm cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn:  $2xy^2 + 2x + 3y^2 = 4$

**I) HƯỚNG DẪN CHUNG.**

- Thí sinh làm bài theo cách riêng nhưng đáp ứng được yêu cầu cơ bản vẫn cho đủ điểm.
- Sau khi cộng điểm toàn bài, điểm lẻ đến 0,25 điểm.

**II) ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM.**

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	1	ĐKXD: $x \neq 3$	0,25
		Biến đổi về dạng $1 + x - 3 = 6 - x$	0,25
		Giải pt: $x = 4$	0,25
		Đối chiếu và kết luận	0,25
	2	ĐKXD: $x \geq 1$	0,25
		$\sqrt{x+1} = x-1$ $\Rightarrow x+1 = (x-1)^2$	0,25
		$\Leftrightarrow x+1 = x^2 - 2x + 1$ $\Leftrightarrow x(x-3) = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (Không TMDK)} \\ x = 3 \text{ (TMDK)} \end{cases}$	
Vậy phương trình có nghiệm $x = 3$		0,25	
1	Vì $x_A \neq x_B, y_A \neq y_B$ nên đường thẳng AB có dạng $y = ax + b$ (d)		0,25
	Điểm A, B thuộc đường thẳng (d) nên ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a + b = 2 \\ -2a + b = 5 \end{cases}$		0,25
	Giải hệ ta được $\begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$		0,25
	Vậy đường AB có dạng $y = -x + 3$		0,25
	Với $x > 0, x \neq 1$ . Biến đổi		0,25
$A = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{2}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x-1})}\right]$			
2	Biến đổi đến $A = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} \cdot \left[\frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1} - 2}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x-1})}\right]$		0,25

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
		Biến đổi đến $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
		Biến đổi đến $A = \frac{2}{\sqrt{x}}$ .	0,25
		Cho phương trình: $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ (1). Tính được: $\Delta = 3 - m$	0,25
	1	Lập luận tìm được đk để phương trình có hai nghiệm phân biệt: $m < 3$ Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = m + 1 \end{cases}$	0,25
		Biến đổi: $(x_1 - x_2)^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4$ . Biến đổi, lập luận tìm được $m = 2$ (TMDK)	0,25
		Vậy với $m = 2$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $(x_1 - x_2)^2 = 4$	0,25
		Gọi thời gian để người thứ nhất, người thứ hai làm một mình xong công việc lần lượt là x (giờ), y (giờ) (ĐK: $x > 16, y > 16$ )	0,25
		Một giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc) Một giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc) Hai người thợ cùng làm chung một công việc thì sau 16 giờ hoàn thành công việc nên 1 giờ cả hai người làm được $\frac{1}{16}$ (công việc). Do đó ta có pt: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \quad (1)$	0,25
	2	Người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì được 25% công việc nên ta có pt: $\frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \quad (2)$ Từ (1), (2) ta có hpt: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases}$	0,25
		Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x = 24 \text{ (TMDK)} \\ y = 48 \text{ (TMDK)} \end{cases}$	
		Vậy thời gian để người thứ nhất, người thứ hai làm một mình xong công việc lần lượt là 24 (giờ), 48 (giờ)	0,25



Câu	Ý	Nội dung	Điểm	
1			Vẽ hình	0,25
			$MEC = 90^0$ (ME vuông góc với AC)	0,25
			$MFC = 90^0$ (MF vuông góc với BC)	
			$MEC + MFC = 90^0 + 90^0 = 180^0$	0,25
			Xét tứ giác MECF có: $MEC + MFC = 90^0 + 90^0 = 180^0$ (cmt) Suy ra tứ giác MECF nội tiếp	0,25
2		Chứng minh $ABM = MFE$	0,25	
		Chứng minh $AMB = FME$	0,25	
		Suy ra $\Delta BMA \sim \Delta FME$ (g.g)	0,25	
		$\Rightarrow \frac{BM}{BA} = \frac{FM}{EF} \Leftrightarrow BM \cdot EF = BA \cdot FM$	0,25	
3		Tia FE cắt AB tại N Chứng minh tứ giác BFMN nội tiếp ( $NBM = NFM$ ) Suy ra $MNP = 90^0$	0,25	
		$\Delta BMA \sim \Delta FME \Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{EF}{EM} \Rightarrow \frac{AP}{AM} = \frac{EQ}{EM}$	0,25	
		$PAM = QEM$ Suy ra $\Delta APM \sim \Delta EQM$ (c.g.c) $\Rightarrow NPM = NQM$	0,25	
		Do đó tứ giác MNPQ nội tiếp. Suy ra $PQM = 90^0$ Suy ra tam giác PQM vuông tại Q. Theo định lí Pi-ta-go ta có $PM^2 = PQ^2 + QM^2$	0,25	
		$2xy^2 + 2x + 3y^2 = 4$ $\Leftrightarrow (y^2 + 1)(2x + 3) = 7$	0,25	
5		Vì $y^2 + 1 \geq 1$ với mọi y Ta có:	0,25	
		TH1: $\begin{cases} y^2 + 1 = 1 \\ 2x + 3 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 2 \end{cases}$		
		TH2: $\begin{cases} y^2 + 1 = 7 \\ 2x + 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \pm\sqrt{6} \text{ (Loại vì } xy \text{ là số nguyên)} \\ x = -1 \end{cases}$ (Loại vì y không phải là số nguyên)	0,25	
		Vậy cặp số $(x; y)$ cần tìm là $(x; y) = (2; 0)$	0,25	