SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT THĂNG LONG

KỲ THI KHẢO SÁT LỚP 12 LẦN THỨ HAI
NĂM HỌC 2020 – 2021

Mã đề 184

ĐỀ THI MÔN: TOÁN
Đề thi có 06 trang
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề.

Họ và tên thí sinh: …………………………………………….Số báo danh:………………Lớp:…………

Câu 1. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm $I=\int\left[4x+1-f(x)\right]dx$.

A. $I=4x+1-F(x)+C$. **B.** $I=2x^2+x-F(x)$. **C.** $I=2x^2+x-F(x)+C$. **D.** $I=(2x^2+x)F(x)+C$.

Câu 2. Hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+5$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(4;+\infty)$.

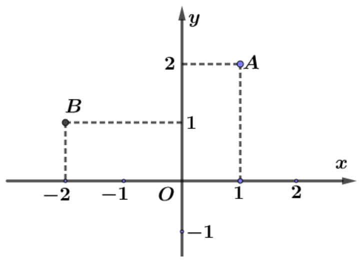
Câu 3. Trong các dãy số có công thức số hạng tổng quát sau, dãy nào là một cấp số nhân?

A. $u_n=n^2+1$. **B.** $u_n=n$. **C.** $u_n=2^n-1$. **D.** $u_n=\frac{1}{4^n}$.

Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\cos 3x$ là

A. $F(x)=-6\sin 3x+C$. **B.** $F(x)=6\sin 3x+C$. **C.** $F(x)=-\frac{2}{3}\sin 3x+C$. **D.** $F(x)=\frac{2}{3}\sin 3x+C$.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ, các điểm A và B trong hình vẽ dưới đây lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1 và z_2. Modul của số phức z_1-z_2 bằng



A. 3. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[-3;1]$, $f(-3)=2021$, $\int_{-3}^{1}f'(x)dx=2020$. Tính $f(1)$.

A. $f(1)=4041$. **B.** $f(1)=-1$. **C.** $f(1)=1$. **D.** $f(1)=-4041$.

Câu 7. Số nghiệm của phương trình $\log_3 x+\log_3(x+2)=1$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

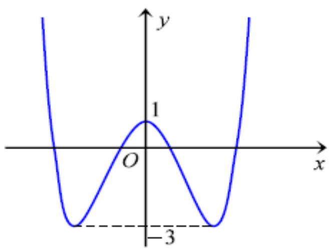
Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-9)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=3$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-3$.
C. Hàm số có 3 điểm cực trị. **D.** Hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 9. Từ thành phố A đến thành phố B có 5 con đường đi, từ thành phố B đến thành phố C có 6 con đường đi. Có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C, biết phải đi qua thành phố B?

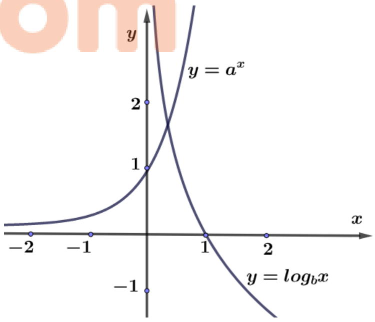
A. 5^6. **B.** 30. **C.** 11. **D.** $5!.6!$.

Câu 10. Cho hàm trùng phương $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.



A. $m=1$. **B.** $m>-1$. **C.** $-3<m<1$. **D.** $m<1$.

Câu 11. Cho đồ thị hai hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a>1, b>1$. **B.** $a>1, 0<b<1$. **C.** $0<a<1, 0<b<1$. **D.** $0<a<1, b>1$.

Câu 12. Trong tập số phức ℂ, có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

i) $\overline{z_1 z_2}=\overline{z_1}.\overline{z_2}$. ii) $z+\overline{z}$ là số thuần ảo.

iii) $|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$. iv) số 0 vừa là số thực, vừa là số ảo.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị của tham số m thoả mãn $\int\limits_0^m (3x^2-2x)\,dx=0$.

A. $m=0$ hoặc $m=2$. **B.** $m=1$ hoặc $m=2$. **C.** $m=0$ hoặc $m=\frac{2}{3}$. **D.** $m=0$ hoặc $m=1$.

Câu 14. Cho $a,b>0$, m,n là các số nguyên dương, $m\geq 2$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào ***sai***?

A. $\sqrt[m]{a}.\sqrt[m]{b}=\sqrt[m]{ab}$. **B.** $\sqrt[m]{a}+\sqrt[m]{b}=\sqrt[m]{a+b}$. **C.** $\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}=\sqrt[m]{\frac{a}{b}}$. **D.** $\left(\sqrt[m]{a}\right)^n=\sqrt[m]{a^n}$.

Câu 15. Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3x-2}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 16. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Hàm số $y=\log_a x$ với $a>1$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

B. Hàm số $y=\log_a x$ với $0<a<1$ có tập xác định là ℝ.

C. Hàm số $y=\log_a x$ với $0<a<1$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

D. Đồ thị của hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_{\frac{1}{a}} x$ với $(0<a<1)$ đối xứng nhau qua trục hoành.

Câu 17. Hệ thức liên hệ giữa giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y=x^3-3x$ là:

A. $2y_{CT}=3y_{CĐ}$. **B.** $y_{CT}+y_{CĐ}=0$. **C.** $y_{CT}=2y_{CĐ}$. **D.** $y_{CT}=y_{CĐ}$.

Câu 18. Cho số phức $z=a+bi$ với $(a,b\in\mathbb{R})$. Mệnh đề nào sau đây ***sai***?

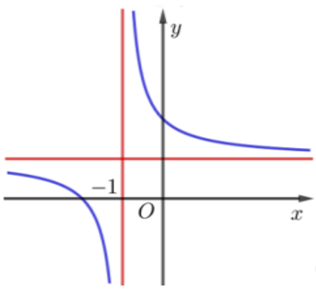
A. $\sqrt{a^2+b^2}$ là môđun của z. **B.** $a-bi$ là số phức liên hợp của z.

C. $-a-bi$ là số phức đối của z. **D.** bi là phần ảo của z.

Câu 19. Phương trình $\log_2(9-2^x)=3-x$ tương đương với phương trình nào dưới đây?

A. $x^2-3x=0$. **B.** $x^2+3x=0$. **C.** $9-2^x=3+2^{-x}$. **D.** $9-2^x=(3-x)^2$.

Câu 20. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.



A. $0<a<b$. **B.** $b<0<a$. **C.** $0<b<a$. **D.** $a<b<0$.

Câu 21. Cho một khối trụ (T) có bán kính đáy $R=1$, thể tích $V=4\pi$. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. $S=10\pi$. **B.** $S=9\pi$. **C.** $S=6\pi$. **D.** $S=5\pi$.

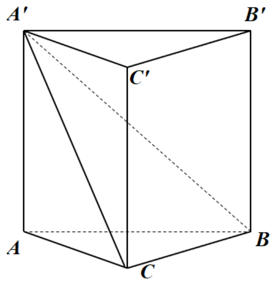
Câu 22. Một hình chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng a, có thể tích V, chiều cao h. Khi đó h được xác định bởi công thức nào sau đây?

A. $h=\dfrac{a^2}{3V}$. **B.** $h=\dfrac{3V}{a^2}$. **C.** $h=\dfrac{V}{a^2}$. **D.** $h=\dfrac{V}{3a^2}$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM}=3\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}, \overrightarrow{ON}=3\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$. Trọng tâm G của tam giác OMN là

A. $G(2;0;0)$. **B.** $G(2;1;-1)$. **C.** $G\left(\dfrac{4}{3};-1;\dfrac{5}{3}\right)$. **D.** $G\left(3;\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 24. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (*tham khảo hình vẽ*). Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC). Tính $\cos\alpha$.



A. $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. *B.* $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. *C.* $\dfrac{\sqrt{10}}{3}$. *D.* $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2+2xy+6z+4=0$. **B.** $x^2-y^2+z^2+2x-2y+4z+5=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z+15=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2+2x-4y+2z-1=0$.

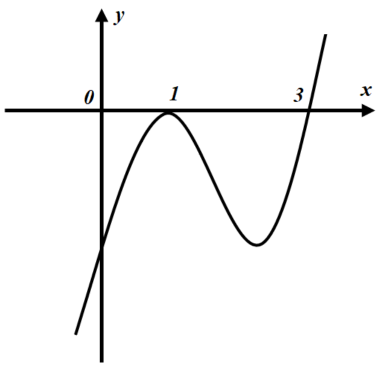
Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vectơ $\vec{u}=(1;-2;3)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng nào dưới đây?

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+t \\ z=3+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+3t \\ z=3+4t \end{cases}$. **C.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. **D.** $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 27. Gọi M và N lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x^3+x^2-5x+m$ (m là tham số) trên đoạn $[1;2]$. Khi đó $M-N$ có giá trị bằng

A. 19. **B.** -19. **C.** 9. **D.** -9.

Câu 28. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(-1;6;-5)$, $C(2;0;-1)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A,B và song song với đường thẳng OC có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_{(\alpha)}=(4;-10;-8)$. **B.** $\vec{n}_{(\alpha)}=(4;5;8)$. **C.** $\vec{n}_{(\alpha)}=(2;5;4)$. **D.** $\vec{n}_{(\alpha)}=(4;-10;8)$.

Câu 30. Một hộp đựng 21 tấm thẻ được đánh số liên tục 1 đến 21. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 tấm thẻ trong hộp. Gọi A là biến cố "hai tấm thẻ đều được đánh số chẵn". Tính xác suất của biến cố A.

A. $P(A)=\dfrac{3}{14}$. **B.** $P(A)=\dfrac{3}{7}$. **C.** $P(A)=\dfrac{10}{21}$. **D.** $P(A)=\dfrac{11}{21}$.

Câu 31. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết độ dài đường chéo $AC'=\sqrt{3}$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 32. Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $S_{xq}=\pi r\sqrt{r^2+h^2}$. **B.** $S_{xq}=\pi r\sqrt{h^2-r^2}$. **C.** $S_{xq}=\pi rh$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{1}{3}\pi rh$.

Câu 33. Tìm phần thực của số phức $w=(1+z)\overline{z}$, biết rằng số phức z thoả mãn biểu thức $(3+2i)z=4-6i$.

A. 2. **B.** -2. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 34. Biết $D=(a;b)$ là tập xác định của hàm số $y=(2-x)^e+\log_2\left(-1+\log_{\frac{1}{5}}x\right)$. Tính giá trị $a+b$.

A. $\dfrac{11}{5}$. **B.** $\dfrac{9}{5}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 35. Nếu $f(2)=1$ và $\int_0^1 xf(2x)dx=1$ thì $\int_0^2 x^2f'(x)dx$ bằng

A. -4. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 4.

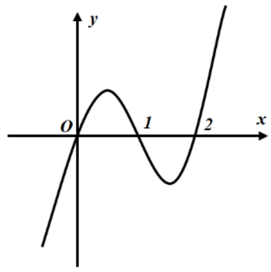
Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $\log_3\left(\dfrac{x^2+2x-m}{2x^2-x+1}\right)+x^2+7x-3m=0$ có nghiệm $x>-1$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2 **D.** 1.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $3(\overline{z}-i)+(i-1)z=5-4i$. Mô đun của z bằng

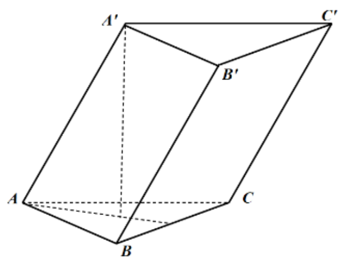
A. $|z|=\sqrt{10}$. **B.** $|z|=3$. **C.** $|z|=7$. **D.** $|z|=\sqrt{14}$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(1-x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng



A. $(-2;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-3;-2)$.

Câu 39. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết cạnh bên hợp với mặt đáy một góc bằng 30^o. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC.



A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{3a}{4}$. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 40. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;3)$ và $B(1;4;4)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(4;2;1)$ sao cho tổng khoảng cách từ hai điểm A và B đến đường thẳng Δ là lớn nhất. Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(10;a;b)$. Khi đó, $2a+b$ bằng

A. -6. **B.** 18. **C.** 8. **D.** 6.

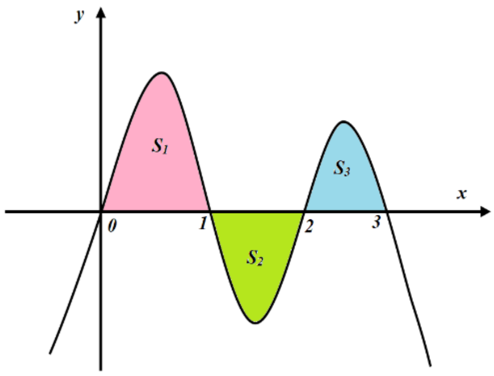
Câu 41. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB' và BC'. Tính thể tích khối $A.MNC'$ theo V.

A. $\dfrac{V}{8}$. **B.** $\dfrac{V}{12}$. **C.** $\dfrac{V}{24}$. **D.** $\dfrac{V}{6}$.

Câu 42. Biết $\int_1^e \dfrac{x-2}{x^2-2x\ln x}dx=\ln(ae-b)$ với a,b là các số nguyên dương. Tính giá trị biểu thức $T=2\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ, biết diện tích $S_1=4$, $S_2=3$, $S_3=2$. Tích phân $\int_{-4}^{1}\left[f(|x+1|)+x+1\right]dx$ bằng



A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{13}{2}$. **C.** 4. **D.** $-\dfrac{3}{2}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(4;0;0), B(0;0;2), C(0;-3;0), D(4;-3;2)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\sqrt{29}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{29}}{2}$. **C.** $\sqrt{11}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{11}}{2}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;\ -1;\ 3)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-2}$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M, cắt và vuông góc với Δ là

A. $d:\begin{cases}x=1+18t\\y=-1\\z=3+9t\end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases}x=3+2t\\y=-1\\z=2-t\end{cases}$. **C.** $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1-t\\z=3-t\end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=-1+3t\end{cases}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết $(x+2)f(x)+(x+1)f'(x)=e^{2020x}$ và $f(0)=\dfrac{1}{2021}$.

Tính $f(1)$.

A. $\dfrac{e^{2021}}{2020}$. **B.** $\dfrac{1}{2}.\dfrac{e^{2020}}{2020}$. **C.** $\dfrac{1}{2}.\dfrac{e^{2021}}{2021}$. **D.** $\dfrac{e^{2020}}{2021}$.

Câu 47. Cho x,y,z là các số thực thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+z^2+21}(2x+4y-8z+m)\ge 1$ và $x+3y-2z-1=0$ (với m là số thực dương). Khi $m=m_o$ có duy nhất bộ $(x;y;z)$ thỏa mãn các điều kiện trên thì m_o thuộc khoảng nào?

A. $(1;6)$. **B.** $(11;14)$. **C.** $(13;17)$. **D.** $(5;13)$.

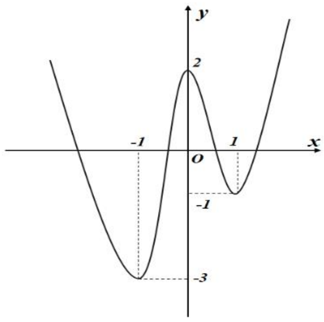
Câu 48. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\frac{64}{9}$. Trên tia Ox, Oy, Oz lần lượt lấy các điểm A, B, C thỏa mãn $\frac{1}{OA}+\frac{2}{OB}+\frac{2}{OC}=9$. Biết mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu (S).Thể tích khối chóp $OABC$ là

A. $\frac{1}{12}$.
B. $\frac{1}{24}$.
C. $\frac{1}{6}$.
D. $\frac{1}{4}$.

Câu 49. Cho các số phức $z; z_1; z_2$ thay đổi thỏa mãn $\left|3-4i-z.i^{2021}\right|=2$, phần thực của z_1 bằng phần ảo của z_2 và bằng -1. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=\left|z-z_1\right|^2+\left|z-z_2\right|^2$ bằng

A. 9.
B. 3.
C. 7.
D. 4.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(4x^2-4x\right)-\frac{8}{3}x^3+6x^2-4x+1$ là



A. 6.
B. 8.
C. 9.
D. 7.

------------- HẾT -------------

ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề [184]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	D	D	B	A	C	D	B	C	B	C	D	B	C	D	B	D	A	A	A	B	B	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	A	C	A	C	A	C	D	A	C	A	C	D	D	B	A	A	B	B	B	C	B	A	D

Mã đề [348]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	D	B	C	A	B	A	D	A	B	A	D	B	B	B	D	C	D	D	B	B	D	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	C	C	A	D	A	A	A	C	C	C	B	A	B	B	C	C	C	C	D	A	A	C	D

Mã đề [552]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	C	D	A	C	C	C	A	B	B	A	B	B	A	D	D	A	D	C	B	A	B	C	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	C	B	A	B	D	D	A	A	A	D	C	B	D	D	A	A	C	A	D	D	B	B	B

Mã đề [774]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	D	D	D	B	A	D	D	D	C	C	C	C	A	B	D	D	A	B	D	B	A	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	A	C	A	C	A	B	C	B	B	C	D	B	A	A	B	C	C	D	D	B	C	A	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT MỘT SỐ CÂU

Câu 1. Nếu $f(2)=1$ và $\int_0^1 xf(2x)dx=1$ thì $\int_0^2 x^2 f'(x)dx$ bằng

A. -4. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 4.

HDG. Đặt $t=2x\Rightarrow dt=2dx$ đổi cận.... $\int_0^1 xf(2x)dx=1\Leftrightarrow \int_0^2 \frac{t}{2}f(t)\frac{dt}{2}=1\Leftrightarrow \int_0^2 f(t)dt=4$.

Tính $\int_0^2 x^2 f'(x)dx$: Đặt $\begin{cases} u=x^2 \\ dv=f'(x)dx \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} du=2xdx \\ v=f(x) \end{cases}\Rightarrow I=x^2f(x)\Big|_0^2-2\int_0^2 xf(x)dx=2^2f(2)-2.4=-4$

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $\log_3\left(\frac{x^2+2x-m}{2x^2-x+1}\right)+x^2+7x-3m=0$ có nghiệm $x>-1$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2 **D.** 1.

HDG. Ptr $\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{x^2+2x-m}{2x^2-x+1}\right)=-x^2-7x+3m\Leftrightarrow \log_3\frac{3x^2+6x-3m}{2x^2-x+1}=\left(2x^2-x+1\right)-\left(3x^2+6x-3m\right)$

$2x^2-x+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$. ĐKXĐ $x^2+2x-m>0$

$\Leftrightarrow \log_3\left(3x^2+6x-3m\right)+\left(3x^2+6x-3m\right)=\log_3\left(2x^2-x+1\right)+\left(2x^2-x+1\right)$

Xét hs $f(t)=\log_3 t+t$ luôn đồng biến trên $(0;+\infty)$

mà $f\left(3x^2+6x-3m\right)=f\left(2x^2-x+1\right)\Leftrightarrow 3x^2+6x-3m=2x^2-x+1\Leftrightarrow 3m=x^2+7x-1$

Lập bbt của hs $g(x)=x^2+7x-1$ trên khoảng $(-1;+\infty)$ suy ra $m>-\dfrac{7}{3}$

Suy ra có 2 giá trị $m\in\{-2;-1\}$ thỏa mãn.

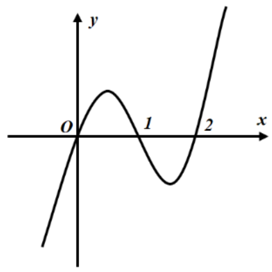
Câu 3. Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}-i)+(i-1)z=5-4i$. Mô đun của z bằng

A. $|z|=\sqrt{10}$. **B.** $|z|=3$. **C.** $|z|=7$. **D.** $|z|=\sqrt{14}$.

HDG. Đặt $z=x+yi$ ta có $3(x-yi-i)+(i-1)(x+yi)=5-4i \Leftrightarrow 3x-3yi-3i+xi-x+yi^2-yi=5-4i$

$\Leftrightarrow (2x-y)+(x-4y-3)i=5-4i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=5 \\ x-4y-3=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$. Số phức $z=3+i$ có mô đun $|z|=\sqrt{10}$

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(1-x)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng



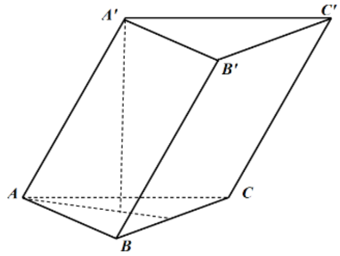
A. $(-2;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-3;-2)$.

HDG. Đặt $x=1-t \Leftrightarrow t=1-x$ Ta có: $y=f(x)=f(1-t)\Rightarrow y'=-f'(1-t)$.

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến $\Leftrightarrow y'=-f'(1-t)>0 \Leftrightarrow f'(1-t)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t<0 \\ 1<t<2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-x<0 \\ 1<1-x<2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ -1<x<0 \end{array}\right.$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 5. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết cạnh bên hợp với mặt đáy một góc bằng 30^o. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC.



A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{3a}{4}$. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

HDG. Gọi I là trung điểm BC. Dễ thấy mp$(A'AI)\perp BC$, kẻ $IK\perp AA'$ suy ra $d(AA',BC)=IK$.

ΔIKA vuông tại K và có $IAK=30^0 \Rightarrow IK=\dfrac{1}{2}AI=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;3)$ và $B(1;4;4)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(4;2;1)$ sao cho tổng khoảng cách từ hai điểm A và B đến đường thẳng Δ là lớn nhất. Đường thẳng Δ có một vecto chỉ phương là $\vec{u}=(10;a;b)$. Khi đó, $2a+b$ bằng

A. -6. **B.** 18. **C.** 8. **D.** 6.

HDG. Ta có: $d(A,(\Delta))\le AM; d(B,(\Delta))\le BM$. Do đó tổng $d(A,(\Delta))+d(B,(\Delta))\le AM+BM$. đạt giá trị lớn nhất khi $AM\perp\Delta; BM\perp\Delta$. Khi đó $VTCP\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{AM}; VTCP\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{BM}$ suy ra: $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{BM}\right]=(-10;3;-12)$

Vậy $a=-3; b=12\Rightarrow 2a+b=6$.

Câu 7. Cho hình lăng trụ *ABC. A'B'C'* có thể tích *V*. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của AB' và BC'. Tính thể tích khối $A.MNC'$ theo V.

A. $\frac{V}{8}$. **B.** $\frac{V}{12}$ **C.** $\frac{V}{24}$ **D.** $\frac{V}{6}$

HDG. Gọi E là trung điểm AC'. $V_{A.C'MN}=2V_{A.MNE}=2.\frac{1}{3}.\frac{h}{2}.S_{\Delta MNE}=2.\frac{1}{3}.\frac{h}{2}.\frac{1}{4}S_{\Delta ABC}=\frac{V}{12}$

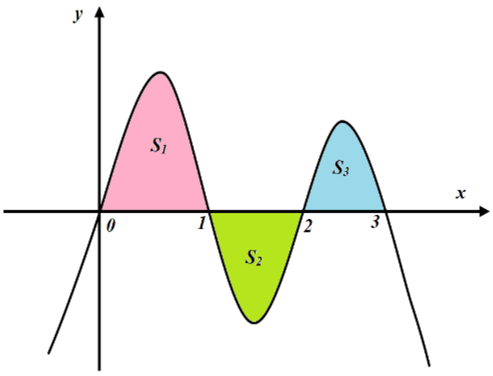
Câu 8. Biết $\int_1^e \frac{x-2}{x^2-2x\ln x}dx=\ln(ae-b)$ với a,b là các số nguyên dương. Tính giá trị biểu thức $T=2\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

HDG. $\int_1^e \frac{x-2}{x^2-2x\ln x}dx=\int_1^e \frac{x-2}{x(x-2\ln x)}dx=\int_1^e \frac{1-\frac{2}{x}}{x-2\ln x}dx=\int_1^e \frac{d(x-2\ln x)}{x-2\ln x}=\ln(x-2\ln x)\Big|_1^e$.

$=\ln(e-2)=\ln(ae-b)$ Vậy $a=1;b=2$ nên $T=2\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=2.\frac{1}{2}+\frac{2}{1}=3$

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên ℝ có đồ thị như hình dưới đây, biết diện tích $S_1=4$, $S_2=3$, $S_3=2$. Tích phân $\int_{-4}^{1}\left[f(|x+1|)+x+1\right]dx$ bằng



A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{13}{2}$. **C.** 4. **D.** $-\frac{3}{2}$.

HDG. $\int_{-4}^{1}\left[f(|x+1|)+x+1\right]dx=\int_{-4}^{1}f(|x+1|)dx+\int_{-4}^{1}(x+1)dx=\int_{-4}^{-1}f(-x-1)dx+\int_{-1}^{1}f(x+1)dx-\frac{5}{2}$

$=\int_0^3 f(t)dt+\int_0^2 f(u)du-\frac{5}{2}=S_1-S_2+S_3+S_1-S_2-\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$ (với $t=-x-1$ và $u=x+1$).

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(4;0;0), B(0;0;2), C(0;-3;0), D(4;-3;2)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\sqrt{29}$. **B.** $\frac{\sqrt{29}}{2}$. **C.** $\sqrt{11}$. **D.** $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

HDG. Dễ thấy tâm mặt cầu $I\left(2;-\frac{3}{2};1\right); R=OI=ID=\frac{\sqrt{29}}{2}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;\ -1;\ 3)$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-3}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-2}$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M, cắt và vuông góc với Δ là

A. $d:\begin{cases}x=1+18t\\y=-1\\z=3+9t\end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases}x=3+2t\\y=-1\\z=2-t\end{cases}$. **C.** $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1-t\\z=3-t\end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=-1+3t\end{cases}$.

HDG. Gọi N là hình chiếu vuông góc của M trên đt Δ Tọa độ $N(3-t;-1+2t;2-2t)\Rightarrow \overrightarrow{MN}=(2-t;2t;-1-2t)$

$\overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{u_\Delta}=(-1;2;-2)\Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_\Delta}=0\Leftrightarrow -1(2-t)+2(2t)-2(-1-2t)=0\Leftrightarrow t=0$. $\overrightarrow{MN}=(2;0;-1)$

Suy ra một VTCP của đt d là $\overrightarrow{u_d}=(2;0;-1)$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết $(x+2)f(x)+(x+1)f'(x)=e^{2020x}$ và $f(0)=\dfrac{1}{2021}$.

Tính $f(1)$.

A. $\dfrac{e^{2021}}{2020}$. **B.** $\dfrac{1}{2}.\dfrac{e^{2020}}{2020}$. **C.** $\dfrac{1}{2}.\dfrac{e^{2021}}{2021}$. **D.** $\dfrac{e^{2020}}{2021}$.

HDG Ta có: $(x+2)f(x)+(x+1)f'(x)=e^{2020x}\Leftrightarrow(x+2)f(x).e^{x}+(x+1).f'(x).e^{x}=e^{2021x}$

$\Leftrightarrow\left[(x+1).f(x).e^{x}\right]'=e^{2021x}\Rightarrow(x+1)f(x)e^{x}=\int e^{2021x}dx=\dfrac{1}{2021}e^{2021x}+C$, với $f(0)=\dfrac{1}{2021}$ suy ra $C=0$

Do đó $f(x)=\dfrac{e^{2020x}}{2020(x+1)}$ Vậy $f(1)=\dfrac{1}{2}.\dfrac{e^{2020}}{2020}$.

Câu 13. Cho x,y,z là các số thực thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+z^2+21}(2x+4y-8z+m)\geq 1$và $x+3y-2z-1=0$ (với m là số thực dương). Khi $m=m_o$ có duy nhất bộ $(x;y;z)$ thỏa mãn các điều kiện trên thì m_o thuộc khoảng nào?

A. $(1;6)$. **B.** $(11;14)$. **C.** $(13;17)$. **D.** $(5;13)$.

HDG. Ycbt $\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2+21\leq 2x+4y-8z+m\\ x+3y-2z-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2\leq m(1)\\ x+3y-2z-1=0 \qquad (2)\end{cases}$

Bộ $(x;y;z)$ thỏa mãn bất phương trình (1) là các phần khối cầu (S) tâm $I(1;2;-4)$ bán kính $R=\sqrt{m}$

Mặt khác tập hợp điểm $M(x;y;z)$ thỏa mãn phương trình (2)là mặt phẳng $(\alpha):x+3y-2z-1=0$.

Do đó để hệ có duy nhất bộ số $(x;y;z)$ $\Leftrightarrow$ mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S)có tâm $I(1;2;-4)$ và bán kính $R=\sqrt{m}\Leftrightarrow d(I,(\alpha))=R\Leftrightarrow\dfrac{|1+3.2-2.(-4)-1|}{\sqrt{1^2+3^2+(-2)^2}}=\sqrt{m}\Leftrightarrow m=14$.

Câu 14. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\dfrac{64}{9}$. Trên tia Ox,Oy,Oz lần lượt lấy các điểm A,B,C thỏa mãn $\dfrac{1}{OA}+\dfrac{2}{OB}+\dfrac{2}{OC}=9$. Biết mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu (S).Thể tích khối chóp $OABC$ là

A. $\dfrac{1}{12}$. **B.** $\dfrac{1}{24}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

HDG.Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$; $C(0;0;c)$ suy ra phương trình mặt phẳng $(ABC):\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$

Mp (ABC) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $d(I,(ABC))=R\Leftrightarrow\dfrac{\left|\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{2}{c}-1\right|}{\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}}=\dfrac{8}{3}\Leftrightarrow\dfrac{8}{\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}}=\dfrac{8}{3}$

$\Leftrightarrow\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}=9$ (1). Mà theo giả thiết ta có $\dfrac{1}{OA}+\dfrac{2}{OB}+\dfrac{2}{OC}=9\Leftrightarrow\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{2}{c}=9$ (2)

Xét hệ (1) và (2) Đặt $x=\dfrac{1}{a};y=\dfrac{1}{b};z=\dfrac{1}{c}$ ta được $\begin{cases}x+2y+2z=9\\ x^2+y^2+z^2=9\end{cases}$

Nhận thấy $(x+2y+2z)\leq\sqrt{(1^2+2^2+2^2)(x^2+y^2+z^2)}=\sqrt{9.9}=9$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{2}=1$

Ta được $x=1;y=2;z=2$ suy ra $a=1;b=\dfrac{1}{2};c=\dfrac{1}{2}$. Ta được $A(1;0;0),B\left(0;\dfrac{1}{2};0\right),C\left(0;0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Vậy thể tích khối chóp $OABC$ là: $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}OA.OB.OC=\dfrac{1}{6}.1.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{24}$.

Câu 14. Cho các số phức $z; z_1; z_2$ thay đổi thỏa mãn $\left|3-4i-z.i^{2021}\right|=2$, phần thực của z_1 bằng phần ảo của z_2 và bằng -1. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=\left|z-z_1\right|^2+\left|z-z_2\right|^2$ bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 4.

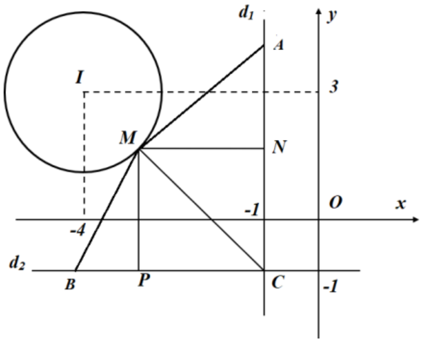
HDG. Đặt $z=x+yi; x,y\in\mathbb{R}$, ta có điểm $M(z)=M(x,y)$ là điểm biểu diễn số phức z

Khi đó $\left|3-4i-z.i^{2021}\right|=2\Leftrightarrow\left|3-4i-(x+yi).i\right|=2\Leftrightarrow\left|(3-y)-(4+x)i\right|=2\Leftrightarrow(x+4)^2+(y-3)^2=4$

Tập hợp điểm M là đường tròn $(I;R)$ tâm $I(-4;3)$ và bán kính $R=2$.

Số phức $z_1=-1+bi \Rightarrow A(z_1)=A(-1;b)$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z_1 là đường thẳng $d_1: x=-1$.

Số phức $z_2=a-i\Rightarrow B(z_2)=B(a;-1)$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z_2 là đường thẳng $d_2: y=-1$.



Dễ thấy $C=d_1\cap d_2\Rightarrow C(-1;-1)$

Gọi N, P lần lượt là hình chiếu của điểm M trên $d_1; d_2$.

Ta có: $T=\left|z-z_1\right|^2+\left|z-z_2\right|^2=MA^2+MB^2\geq MN^2+MP^2=MC^2$.

T đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi: $A\equiv N; B\equiv P$ và I, M, C theo thứ tự thẳng hàng.

Phương trình đường thẳng $IC:\begin{cases}x=-1+3t\\y=-1-4t\end{cases}$ $M\in IC\Rightarrow M(-1+3t;-1-4t)$

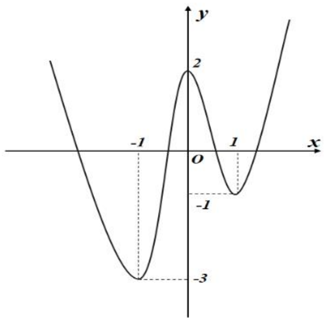
Mặt khác $M\in(C)\Rightarrow(-1+3t+4)^2+(-1-4t-3)^2=4\Leftrightarrow 25(t+1)^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-\frac{3}{5}\\t=-\frac{7}{5}\end{array}\right.$.

+) Với $t=-\frac{7}{5}\Rightarrow M\left(-\frac{26}{5};\frac{23}{5}\right)$ (loại)

+) Với $t=-\frac{3}{5}\Rightarrow M\left(-\frac{14}{5};\frac{7}{5}\right)$ Số phức $z=-\frac{14}{5}+\frac{7}{5}i$; $z_1=-1+\frac{7}{5}i$; $z_2=-\frac{14}{5}-i$.

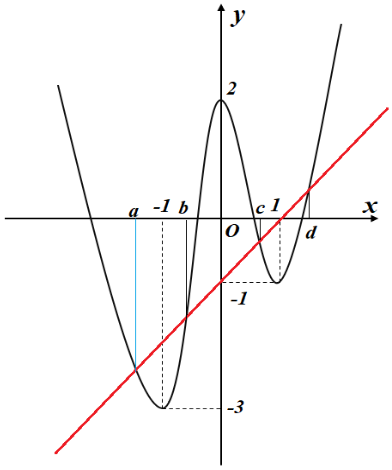
Suy ra $MC_{\min}=IC-IM=IC-R=5-2=3$.Vậy $T_{\min}=3^2=9$ khi $z=-\frac{14}{5}+\frac{7}{5}i$; $z_1=-1+\frac{7}{5}i$; $z_2=-\frac{14}{5}-i$

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(4x^2-4x\right)-\frac{8}{3}x^3+6x^2-4x+1$ là



A. 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 7.

HDG. Giải: Xét hàm số $y=f\left(4x^2-4x\right)-\frac{8}{3}x^3+6x^2-4x+1$ có



$y'=\left(4x^2-4x\right)'.f'\left(4x^2-4x\right)-8x^2+12x-4$

$\Leftrightarrow y'=4(2x-1).f'\left(4x^2-4x\right)-4(2x-1)(x-1)$

$\Leftrightarrow y'=4(2x-1)\left[f'\left(4x^2-4x\right)-(x-1)\right]=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-1=0\\ f'\left(4x^2-4x\right)=x-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}x=\frac{1}{2} & \\ 4x^2-4x=a\in(-\infty;-1) & (1)\\ 4x^2-4x=b\in(-1;0) & (2)\\ 4x^2-4x=c\in(0;1) & (3)\\ 4x^2-4x=d\in(1;2) & (4)\end{array}\right.$$

Phương trình $4x^2-4x=m \Leftrightarrow 4x^2-4x-m=0$ có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta'=4+4m\geq 0\Leftrightarrow m\geq -1$
$m=-1$ phương trình có nghiệm kép, tuy nhiên a,b,c,d khác -1

Do đó, các phương trình $(2);(3);(4)$ luôn có 2 nghiệm phân biệt. Phương trình (1) vô nghiệm do đó hàm số đã cho có 7 cực trị.

------------- **HẾT** -------------