

GIẢI TOÁN 12 BÀI 5: PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

Để giải các bài toán về phương trình mũ và lôgarit, các em cần nắm vững lý thuyết và các công thức tính lôgarit lớp 12 quan trọng và linh hoạt trong việc sử dụng các công thức đó trong từ dạng toán.

Trả lời câu hỏi SGK Toán Giải tích 12 Bài 5:

Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 5 trang 80:

Giải phương trình $6^{(2x - 3)} = 1$ bằng cách đưa về dạng $a^{A(x)} = a^{B(x)}$ và giải phương trình $A(x) = B(x)$.

Lời giải:

$$6^{(2x - 3)} = 1 \Leftrightarrow 6^{(2x - 3)} = 6^0 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3/2.$$

Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 5 trang 81:

Giải phương trình $1/5 \cdot 5^{2x} + 5 \cdot 5^x = 250$ (1) bằng cách đặt ẩn phụ $t = 5^x$.

Lời giải:

$$\text{Đặt } t = 5^x, \text{ ta có (1)} \Leftrightarrow 1/5 \cdot t^2 + 5t = 250 \Leftrightarrow t^2 + 25t - 1250 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 25 \text{ hoặc } t = -50(\text{loại})$$

$$\Leftrightarrow 5^x \Leftrightarrow x = 2.$$

Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 5 trang 82:

Cho phương trình $\log_9 \sqrt{x} + \log_9 \sqrt{x} = 6$. Hãy đưa các lôgarit ở vế trái về cùng cơ số.

Lời giải:

$\log_9 \sqrt{x} = \log_3^2 x = 1/2 \log_3 x$. Vậy phương trình đã cho tương đương với phương trình:

$$\log_3 \sqrt{x} + 1/2 \log_3 x = 6.$$

Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 5 trang 83 (1):

Giải phương trình $(\log_2 x)^2 - 3\log_2 \sqrt{x} + 2 = 0$ bằng cách đặt ẩn phụ $t = \log_2 \sqrt{x}$.

Lời giải:

Với $t = \log_2 x$. Ta có phương trình đã cho tương đương với phương trình:

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 5 trang 83 (2):

Giải phương trình $\log_{1/2} x + (\log_2 x)^2 = 2$.

Lời giải:

$$\log_{\frac{1}{2}} x + (\log_2 x)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_{2^{-1}} x + (\log_2 x)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow -\log_2 x + (\log_2 x)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}$$

Giải bài tập SGK Toán Giải tích lớp 12 Bài 5:

Bài 1 (trang 84 SGK Giải tích 12):

Giải các phương trình mũ:

a) $(0,3)^{3x-2} = 1;$

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 25;$

c) $2^{x^2-3x+2} = 4;$

d) $(0,5)^{x+7} \cdot (0,5)^{1-2x} = 2.$

Lời giải:

$$\text{a) } (0,3)^{3x-2} = 1$$

$$\Leftrightarrow (0,3)^{3x-2} = (0,3)^0$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{3}.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{2}{3}$.

$$\text{b) } \left(\frac{1}{5}\right)^x = 25$$

$$\Leftrightarrow 5^{-x} = 5^2$$

$$\Leftrightarrow x = -2.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -2$.

$$c) 2^{x^2-3x+2} = 4$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-3x+2} = 2^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy phương trình có

tập nghiệm $S = \{0; 3\}$.

$$d) (0,5)^{x+7} \cdot (0,5)^{1-2x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x+7} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{1-2x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{8-x} = 2$$

$$\Leftrightarrow 2^{x-8} = 2^1$$

$$\Leftrightarrow x - 8 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 9.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 9$.

Bài 2 (trang 84 SGK Giải tích 12):

Giải các phương trình mũ:

a) $3^{2x-1} + 3^{2x} = 108$;

b) $2^{x+1} + 2^{x-1} + 2^x = 28$;

c) $64^x - 8^x - 56 = 0$;

d) $3 \cdot 4^x - 2 \cdot 6^x = 9^x$.

Lời giải:

$$a) 3^{2x-1} + 3^{2x} = 108$$

$$\Leftrightarrow 3^{2x-1} + 3^{2x-1} \cdot 3 = 108$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 3^{2x-1} = 108$$

$$\Leftrightarrow 3^{2x-1} = 27$$

$$\Leftrightarrow 3^{2x-1} = 3^3$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = 3$$

$$\Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$.

$$b) 2^{x+1} + 2^{x-1} + 2^x = 28$$

$$\Leftrightarrow 2^{x-1} \cdot 2^2 + 2^{x-1} + 2^{x-1} \cdot 2 = 28$$

$$\Leftrightarrow 2^{x-1} \cdot (2^2 + 1 + 2) = 28$$

$$\Leftrightarrow 2^{x-1} \cdot 7 = 28$$

$$\Leftrightarrow 2^{x-1} = 4$$

$$\Leftrightarrow 2^{x-1} = 2^2$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 2$$

$$\Leftrightarrow x = 3.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 3$.

$$c) 64^x - 8^x - 56 = 0$$

$$\Leftrightarrow (8^x)^2 - 8^x - 56 = 0$$

(Phương trình bậc hai ẩn 8^x)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8^x = -7 \\ 8^x = 8 \end{cases}$$

(Loại $8^x = -7$ vì $8^x > 0$)

$$\Leftrightarrow 8^x = 8$$

$$\Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 1$.

d) $3.4^x - 2.6^x = 9^x$

$$\Leftrightarrow 3.4^x - 2.6^x - 9^x = 0$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot \frac{4^x}{9^x} - 2 \cdot \frac{6^x}{9^x} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^x - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 1 = 0$$

$$\text{Đặt } \left(\frac{2}{3}\right)^x = t > 0,$$

phương trình trở thành:

$$3.t^2 - 2t - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{-1}{3} \end{cases} \quad (\text{L})$$

$$\text{Với } t = 1 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 0$.

Bài 3 (trang 84 SGK Giải tích 12):

Giải các phương trình lôgarit:

a) $\log_3(5x + 3) = \log_3(7x + 5);$

b) $\log(x - 1) - \log(2x - 11) = \log 2;$

c) $\log_2(x - 5) + \log_2(x + 2) = 3;$

d) $\log(x^2 - 6x + 7) = \log(x - 3).$

Lời giải:

a) Điều kiện:

$$\begin{cases} 5x + 3 > 0 \\ 7x + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{-3}{5} \\ x > \frac{-5}{7} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{-3}{5}$$

Với điều kiện trên phương trình: $\log_3(5x + 3) = \log_3(7x + 5)$ tương đương:

$$5x + 3 = 7x + 5$$

$$\Leftrightarrow 5x - 7x = 5 - 3$$

$$\Leftrightarrow -2x = 2$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ (không thỏa mãn đkxđ)}.$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

b) Điều kiện:

$$\begin{cases} x - 1 > 0 \\ 2x - 11 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x > \frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{11}{2}$$

$$\log(x - 1) - \log(2x - 11) = \log 2$$

$$\Leftrightarrow \log \frac{x - 1}{2x - 11} = \log 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{2x-11} = 2$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 2 \cdot (2x - 11)$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 4x - 22$$

$$\Leftrightarrow 3x = 21$$

$$\Leftrightarrow x = 7 \text{ (thỏa mãn đk)}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 7$

c) Điều kiện:

$$\begin{cases} x-5 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 5$$

$$\log_2(x-5) + \log_2(x+2) = 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2[(x-5)(x+2)] = 3$$

$$\Leftrightarrow (x-5)(x+2) = 2^3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 2x - 10 = 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \text{ (t/m)} \\ x = -3 \text{ (L)} \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 6$.

d) Điều kiện:

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 7 > 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 + \sqrt{2} \\ x < 3 - \sqrt{2} \Leftrightarrow x > 3 + \sqrt{2} \\ x > 3 \end{cases}$$

Với điều kiện trên ta có:

$$\log(x^2 - 6x + 7) = \log(x - 3)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 7 = x - 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 7 - x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (L)} \\ x = 5 \text{ (t/m)} \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 5$.

Bài 4 (trang 85 SGK Giải tích 12):

Giải phương trình:

$$\text{a) } \frac{1}{2} \log(x^2 + x - 5) = \log 5x + \log \frac{1}{5x};$$

$$\text{b) } \frac{1}{2} \log(x^2 - 4x - 1) = \log 8x - \log 4x$$

$$\text{c) } \log_{\sqrt{2}} x + 4 \log_4 x + \log_8 x = 13$$

Lời giải:

a) Điều kiện:

$$\begin{cases} x^2 + x - 5 > 0 \\ 5x > 0 \\ \frac{1}{5x} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \\ x < \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \\ x > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$$

Với điều kiện trên ta có:

$$\frac{1}{2} \log(x^2 + x - 5) = \log 5x + \log \frac{1}{5x}$$

$$\Leftrightarrow \log \sqrt{x^2 + x - 5} = \log \left(5x \cdot \frac{1}{5x} \right)$$

$$\Leftrightarrow \log \sqrt{x^2 + x - 5} = \log 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x - 5} = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 5 = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \text{ (L)} \\ x = 2 \text{ (t.m)} \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$

b) Điều kiện:

$$\begin{cases} x^2 - 4x - 1 > 0 \\ 8x > 0 \\ 4x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 + \sqrt{5} \\ x < 2 - \sqrt{5} \\ x > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2 + \sqrt{5}$$

Với điều kiện trên ta có:

$$\frac{1}{2} \log(x^2 - 4x - 1) = \log 8x - \log 4x$$

$$\Leftrightarrow \log \sqrt{x^2 - 4x - 1} = \log \frac{8x}{4x}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 4x - 1} = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (L)} \\ x = 5 \text{ (t.m)} \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 5$.

c) Điều kiện: $x > 0$

$$\log_{\sqrt{2}} x + 4\log_4 x + \log_8 x = 13$$

$$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2^2}} x + 4.\log_{2^2} x + \log_{2^3} x = 13$$

$$\Leftrightarrow 2.\log_2 x + 4.\frac{1}{2}\log_2 x + \frac{1}{3}\log_2 x = 13$$

$$\Leftrightarrow 2\log_2 x + 2\log_2 x + \frac{1}{3}\log_2 x = 13$$

$$\Leftrightarrow \left(2 + 2 + \frac{1}{3}\right)\log_2 x = 13$$

$$\Leftrightarrow \frac{13}{3}.\log_2 x = 13$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x = 3$$

$$\Leftrightarrow x = 2^3$$

$$\Leftrightarrow x = 8 \text{ (t.m.)}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 8$.