

## GIẢI TOÁN 12 BÀI 3: LÔGARIT

Để giải các dạng bài tập Lôgarit lớp 12 các em học sinh cần nắm vững kiến thức lý thuyết và công thức tính logarit lớp 12 quan trọng, từ đó linh hoạt sử dụng trong việc ứng dụng vào giải bài tập.

**Trả lời câu hỏi SGK Toán Giải tích 12 Bài 3:**

**Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 3 trang 61:**

Tìm x để:

- a)  $2^x = 8$ ;
- b)  $2^x = 1/4$ ;
- c)  $3^x = 81$ ;
- d)  $5^x = 1/125$ .

**Lời giải:**

- a)  $2^x = 8 \Leftrightarrow 2^x = 2^3 \Leftrightarrow x = 3$ .
- b)  $2^x = 1/4 \Leftrightarrow 2^x = 2^{(-2)} \Leftrightarrow x = -2$ .
- c)  $3^x = 81 \Leftrightarrow 3^x = 3^4 \Leftrightarrow x = 4$ .
- d)  $5^x = 1/125 \Leftrightarrow 5^x = 5^{(-3)} \Leftrightarrow x = -3$ .

**Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 3 trang 62:**

- a) Tính  $\log_{1/2} 4$ ,  $\log_3 1/27$ .
- b) Có các số x, y nào để  $3^x = 0$ ,  $2^y = -3$  hay không ?

**Lời giải:**

- a)  $\log_{1/2} 4 = -2$ ,  $\log_3 1/27 = -3$ .
- b) Không có số x, y nào để  $3^x = 0$ ,  $2^y = -3$  vì  $3^x > 0$ ,  $2^y > 0$  với mọi x, y.

**Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 3 trang 62:**

Hãy chứng minh các tính chất trên

$$\log_a 1 = \log_a a^0 = 0$$

$$\log_a a = \log_a a^1 = 1$$

**Lời giải:**

Ta có:

$$a^{\log_a b} = a^\alpha \text{ với } \alpha = \log_a b. \text{ Từ định nghĩa ta có } a^\alpha = b \text{ nên } a^{\log_a b} = a^\alpha = b.$$

$$\text{Đặt } \log_a a^\alpha = b. \text{ Theo định nghĩa } a^\alpha = a^b \text{ nên } \alpha = b. \text{ Vậy } \log_a a^\alpha = b = \alpha.$$

**Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 3 trang 63 (1):**

*Tính  $4^{\log_2 \frac{1}{2}}, \left(\frac{1}{25}\right)^{\log_5 \frac{1}{3}}$ .*

**Lời giải:**

$$4^{\log_2 \frac{1}{2}} = 2^{2 \cdot \log_2 \frac{1}{2}} = (2^{\log_2 \frac{1}{2}})^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

$$\left(\frac{1}{25}\right)^{\log_5 \frac{1}{3}} = (5)^{-2 \cdot \log_5 \frac{1}{3}} = (5^{\log_5 \frac{1}{3}})^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$$

**Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 3 trang 63 (2):**

Cho  $b_1 = 2^3, b_2 = 2^5$ .

Tính  $\log_2 b_1 + \log_2 b_2; \log_2 b_1 b_2$  và so sánh các kết quả.

**Lời giải:**

$$\log_2 b_1 + \log_2 b_2 = \log_2 2^3 + \log_2 2^5 = 3 + 5 = 8.$$

$$\log_2 (b_1 b_2) = \log_2 (2^3 \cdot 2^5) = \log_2 (2^{3+5}) = \log_2 (2^8) = 8.$$

Vậy  $\log_2 b_1 + \log_2 b_2 = \log_2 b_1 b_2$

**Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 3 trang 64:** Tính  $\log_{1/2} 2 + 2\log_{1/2} 1/3 + \log_{1/2} 3/8$ .

**Lời giải:**

$$\begin{aligned} &\log_{1/2} 2 + 2\log_{1/2} 1/3 + \log_{1/2} 3/8 \\ &= \log_{1/2} 2 + \log_{1/2} 1/3 + \log_{1/2} 1/3 + \log_{1/2} 3/8 \\ &= \log_{1/2} (2 \cdot 1/3 \cdot 1/3 \cdot 3/8) = \log_{1/2} 1/12. \end{aligned}$$

**Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 3 trang 64:**

Cho  $b_1 = 2^5$ ,  $b_2 = 2^3$ . Tính  $\log_2 b_1 - \log_2 b_2$ ,  $\log_2 b_1/b_2$  và so sánh các kết

**Lời giải:**

$$\log_2 b_1 - \log_2 b_2 = \log_2 2^5 - \log_2 2^3 = 5 - 3 = 2$$

$$\log_2 \frac{b_1}{b_2} = \log_2 \frac{2^5}{2^3} = \log_2 2^2 = 2.$$

$$\text{Vậy } \log_2 b_1 - \log_2 b_2 = \log_2 \frac{b_1}{b_2}$$

**Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 3 trang 65:**

Cho  $a = 4$ ,  $b = 64$ ,  $c = 2$ . Tính  $\log_a b$ ,  $\log_c a$ ,  $\log_c b$ .

Tìm một hệ thức liên hệ giữa ba kết quả thu được.

**Lời giải:**

$$\log_a b = \log_4 64 = \log_4 4^3 = 3.$$

$$\log_c a = \log_2 4 = 2.$$

$$\log_c b = \log_2 64 = \log_2 2^6 = 6.$$

Vậy  $\log_c b = \log_c a \cdot \log_a b$

**Giải bài tập SGK Toán Giải tích 12 Bài 3:**

**Bài 1 (trang 68 SGK Giải tích 12):**

Không sử dụng máy tính, hãy tính:

a)  $\log_2 \frac{1}{8}$ ;

b)  $\log_{\frac{1}{4}} 2$ ;

c)  $\log_3 \sqrt[4]{3}$ ;

d)  $\log_{0,5} 0,125$ .

**Lời giải:**

a)  $\log_2 \frac{1}{8}$

$$= \log_2 (2^{-3}) = -3 \cdot \log_2 2 = -3$$

b)  $\log_{\frac{1}{4}} 2$

$$= \log_{2^{-2}} 2 = \frac{1}{-2} \cdot \log_2 2 = \frac{-1}{2}$$

c)  $\log_3 \sqrt[4]{3}$

$$= \log_3 3^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \cdot \log_3 3 = \frac{1}{4}$$

d)  $\log_{0,5} 0,125$

$$= \log_{0,5} (0,5)^3 = 3 \cdot \log_{0,5} 0,5 = 3$$

**Bài 2 (trang 68 SGK Giải tích 12):**

Tính

a)  $4^{\log_2 3}$ ;

b)  $27^{\log_9 2}$ ;

c)  $9^{\log_{\sqrt{3}} 2}$ ;

d)  $4^{\log_8 27}$ .

Lời giải:

$$\text{a) } 4^{\log_2 3}$$

$$= (2^2)^{\log_2 3} = 2^{2 \cdot \log_2 3}$$

$$= (2^{\log_2 3})^2 = 3^2 = 9.$$

b) Ta có:

$$\log_9 2$$

$$= \log_{3^2} 2 = \frac{1}{2} \log_3 2 = \log_3 \sqrt{2}$$

Do đó:

$$27^{\log_9 2} = 3^{3 \cdot \log_3 \sqrt{2}} = \left(3^{\log_3 \sqrt{2}}\right)^3$$

$$= \left(\sqrt{2}\right)^3 = 2\sqrt{2}.$$

$$c) 9^{\log_{\sqrt{3}} 2} = \left(\sqrt{3}^4\right)^{\log_{\sqrt{3}} 2} = \left(\sqrt{3}\right)^{4 \cdot \log_{\sqrt{3}} 2}$$

$$= \left[\left(\sqrt{3}\right)^{\log_{\sqrt{3}} 2}\right]^4 = 2^4 = 16.$$

d) Ta có:

$$\log_8 27 = \log_{2^3} 3^3 = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \log_2 3 = \log_2 3$$

$$\text{Do đó: } 4^{\log_8 27} = 4^{\log_2 3} = \left(2^2\right)^{\log_2 3}$$

$$= \left(2^{\log_2 3}\right)^2 = 3^2 = 9.$$

**Bài 3 (trang 68 SGK Giải tích 12):**

Rút gọn biểu thức:

a)  $\log_3 6 \cdot \log_8 9 \cdot \log_6 2$ ;

b)  $\log_a b^2 + \log_{a^2} b^4$ .

**Lời giải:**

$$\begin{aligned}
 & \text{a) } \log_3 6 \cdot \log_8 9 \cdot \log_6 2 \\
 & = (\log_3 6 \cdot \log_6 2) \cdot \log_8 9 \\
 & = \log_3 2 \cdot \log_8 9 \\
 & = \log_3 2 \cdot \log_{2^3} 3^2 \\
 & = \log_3 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \log_2 3 \\
 & = \frac{2}{3} \cdot (\log_3 2 \cdot \log_2 3) \\
 & = \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

b) Điều kiện:  $a > 0$

$$\begin{aligned}
 & \log_a b^2 + \log_{a^2} b^4 \\
 & = 2\log_a |b| + 4 \cdot \frac{1}{2} \log_a |b| \\
 & = 2\log_a |b| + 2\log_a |b| \\
 & = 4\log_a |b|
 \end{aligned}$$

**Bài 4 (trang 68 SGK Giải tích 12):**

So sánh các cặp số sau:



a)  $\log_3 5$  và  $\log_7 4$ ;

b)  $\log_{0,3} 2$  và  $\log_5 3$ ;

c)  $\log_2 10$  và  $\log_5 30$ .

**Lời giải:**

a) Đặt  $\log_3 5 = \alpha$  ;  $\log_7 4 = \beta$  .

$$3^\alpha = 3^{\log_3 5} = 5 > 3^1 \Rightarrow \alpha > 1.$$

$$7^\beta = 7^{\log_7 4} = 4 < 7^1 \Rightarrow \beta < 1$$

Do đó  $\alpha > \beta$  .

b) Đặt  $\log_{0,3} 2 = \alpha$  ;  $\log_5 3 = \beta$  .

$$0,3^\alpha = 0,3^{\log_{0,3} 2} = 2 > 0,3^0$$

Mà  $0 < 0,3 < 1$  nên  $\alpha < 0$  (1)

Lại có:  $5^\beta = 5^{\log_5 3} = 3 > 5^0 \Rightarrow \beta > 0$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra :  $\alpha < \beta$  .

c) Đặt  $\log_2 10 = \alpha$  ;  $\log_5 30 = \beta$  . Ta có :

$$2^\alpha = 2^{\log_2 10} = 10 > 2^3 \Rightarrow \alpha > 3.$$

$$5^\beta = 5^{\log_5 30} = 30 < 5^3 \Rightarrow \beta < 3$$

Do đó:  $\alpha > \beta$  .

**Bài 5 (trang 68 SGK Giải tích 12):**

a) Cho  $a = \log_{30} 3$ ;  $b = \log_{30} 5$

Hãy tính  $\log_{30} 1350$  theo a, b.

b) Cho  $c = \log_{15} 3$ . Hãy tính  $\log_{25} 15$  theo c.

Lời giải:

$$a) \log_{30} 1350 = \log_{30} (30 \cdot 3^2 \cdot 5)$$

$$= \log_{30} 30 + \log_{30} 3^2 + \log_{30} 5$$

$$= \log_{30} 30 + 2 \cdot \log_{30} 3 + \log_{30} 5$$

$$= 1 + 2a + b.$$

$$b) \text{Ta có: } c = \log_{15} 3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{c} = \log_3 15 = \log_3 (3 \cdot 5)$$

$$= \log_3 3 + \log_3 5 = 1 + \log_3 5$$

$$\text{Do đó, } \log_3 5 = \frac{1}{c} - 1 = \frac{1-c}{c}.$$

$$\Rightarrow \log_5 3 = \frac{c}{1-c}$$

Do đó:

$$\log_{25} 15$$

$$= \log_{5^2} 15 = \frac{1}{2} \log_5 15$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \log_5 (3 \cdot 5)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (\log_5 3 + \log_5 5)$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{c}{1-c} + 1 \right) = \frac{1}{2(1-c)}$$